

簡単数学モデルによる温度パターン制御

嶺 勝敏*・三好十武士*・藤本 勉*・山下 実*

Temperature Pattern Control based on Simplified Mathematical Models

by Katsutoshi MINE, Tomuzi MIYOSHI,
Tsutomu FUJIMOTO and Minoru YAMASHITA

Abstract

In the industrial field, there are many demands to produce a specified pattern of the surface temperature distribution.

In this paper, the pattern of surface temperature of steel plate is measured with a number of thermocouples. The pattern is mathematically modeled after the modified Gaussian and the exponential types.

Control procedure is an optimizing method in which the manipulatable control variables are the position of burner and the flow of city gas. Using a small computer, the above control procedure is simulated with the pairs of mathematical models and performance indices of generalized norm type.

The results confirmed that even the simple mathematical model is effective by using adequate performance index for the model.

1. ま え が き

近年、豊田らは温度パターン計測と管理温度を提案した¹。また R. Bellman は情報パターン²、N. J. Nilson はデータの集合に対するパターンの概念³について報告している。

本論文では、連続体の温度分布を有限個数のN点で計測し、その計測データの集合を温度パターンと定義する。この温度パターンを希望の状態に保つことを考え、これを温度パターン制御と名付ける。

そこで、つぎのような温度パターン制御について考察しよう。

- (1) 板状の物体の温度パターンを所要の温度パターンにしたい。
- (2) 1個のバーナで制御対象を直接加熱する程度の簡単な制御で所要の温度パターンを得たい。
- (3) 準定常状態における温度パターンを所要のものにしたい。
- (4) 制御系はフィードバック型で構成したい。
- (5) 板の厚さや温度伝導率などは均一とは限らない。すなわち、板状の対象の1点をバーナで加熱し、定常

状態に落ち着いたときの温度パターンは所要の温度パターンが特殊でない限り、N点の制御偏差を0にすることは出来ない。また、このような温度パターン制御は、通常の意味でのフィードバック制御では得られないので、適当な評価関数を導入し、この評価関数を最小とする意味での最適化制御系を構成しなければならない。

さて、温度分布制御の研究は、1960年のA. G. Butokovskii と A. Ya. Lerner によるMPを用いた開ループ系の最適制御の発表⁴以来、分布定数系制御の一分野として、主として最適制御に関して多くの研究者によって報告されている⁵⁻⁹。これら温度分布系の最適制御に関する研究の大部分は、状態を表わす偏微分方程式を適当な初期条件と境界条件ならびに評価関数のもとで解いて、最適な分布制御または境界制御を求めている。

しかし現実の熱プロセスでは、その温度分布を表現するのに偏微分方程式をある条件の下で解くより、簡単な実験的な数学モデルによる方が手数を要せず近似度もよい場合があり、また動的な最適制御でなく静的な最適化制御で十分なプロセスもある。

さらに、偏微分方程式に支配されるフィードバック形

* 宇部工業高等専門学校 電気工学科

式による温度分布系最適制御の評価関数は、誤差および操作量に関する2次形式についての汎関数で表わされることが多いが^{8,9}、操作量に対する係数の行列あるいは重みを0にすると一意性のある解すなわち最適解が求まらない。

以上のような観点から、ここでは熱プロセスが簡単な数学モデルで近似でき、所要の温度パターンが単峰性の場合における温度パターン最適化制御を評価関数最小の意味で実現することについて考察している。

2. 温度パターン制御系の基本構成

温度パターン制御系の基本構成を Fig. 2.1 に示す。

Fig. 2.1 において制御対象である熱プロセスの温度分布は、1番からN番までの熱電対で計測し所定の温度パターンは各番号に対応させて基準温度として与えている。この基準温度の集合を基準温度パターン X^0 としている。

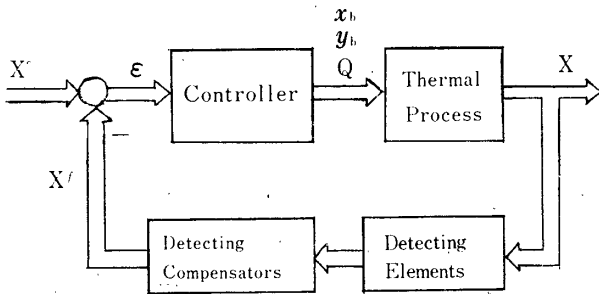


Fig.2.1 Conceptual block diagram of Temperature Pattern Control

N個の計測値の集合すなわちフィードバック量である検出温度パターン X' は、熱プロセスの応答時間に比較して無視できる程度に検出補償がしてあるとすれば $X' = X$ とおいても実用上差支えないので Fig. 2.2 のように表わすことができる。制御量である温度分布 X を状態温度パターンと呼ぶことにする。また、誤差温度パ

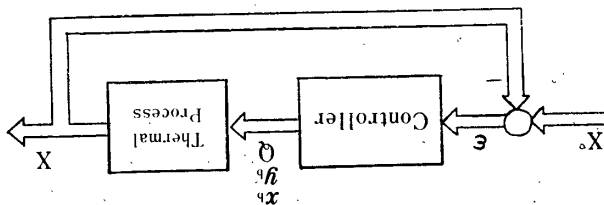


Fig.2.2 Simplified block diagram of Temperature Pattern Control

ターンを $\varepsilon = X^0 - X$ とする。ここでは、十分広い板状の物体の温度パターンについて考察する。

さて、基準温度パターンは、各点とも常温に比べて十分高いとする。また前節で述べたように、基準温度パターンは Fig. 2.3 に例示するように単峰性のものであるとする。このような場合には、1個のバーナを Fig. 2.3 の頂点の位置にもって来てバーナのガス流量を調整すれば近似的に所要の温度パターンが得られることが容易に理解される。状態温度パターンの計測位置に合計N個のバーナを固定しておき、バーナのガス流量を調節すれば、理想的な温度パターン制御が実現されることは論をまたないが、工業上遭遇する温度パターン制御では許容誤差温度パターンに重点がある場合などが多く、必ずしも厳密なパターン制御が必要とは限らないので、ここではバーナの個数を1個とし、バーナの位置とガス流量を操作量とすることにする。

基準温度パターンが多峰性であったり、周辺部の方が中央部より高温であろうな場合には、このような操作では不十分であるが、バーナの個数を増すことによって所要の制御が得られ、本質的には単峰性の場合と同様の取扱いとなる。

さて、バーナの個数を1個と限定するのであるから、いくら位置とガス流量を調整しても完全に状態温度パターンを基準温度パターンと一致させることは、特殊な基準温度パターンの場合を除いて不可能である。そこで、例えば、 $I = \|X^0 - X\|$ のような評価関数を導入し、これを最小とするように操作量 x_b, y_b, Q を調節するような最適化制御によって温度パターン制御を行なおう。ただし、 $\|X^0 - X\|$ は $X^0 - X$ のノルムを表わし、後で示すようないくつかの x_b, y_b はバーナの位置の座標であり、 Q はバーナのガス流量とする。Iの計算および操作量の変更を行なう時間間隔は、十分長ければ対象が定常状態に落ち着くので望ましいが、制御時間が長くなるので適当に短かくしてやる必要がある。ここでは評価関数の変動速度が一定の許容値以下になったとき、対象が準定常状態になったと判定し、次の操作量の変更と次のIの計算を行なわせることにする。なお、操作量の変更はステップ幅伸縮式直角5試行法¹⁰によって行なう。

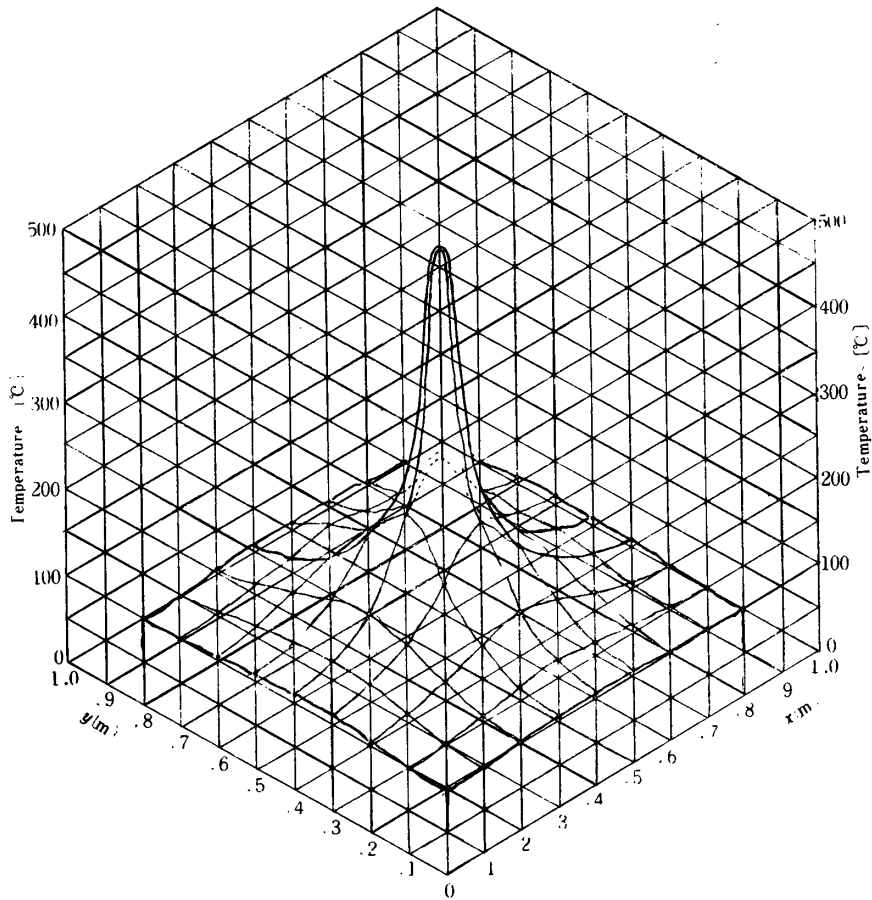


Fig.2.3 Reference temperature pattern of the illustrative example

3. 評価関数

最適制御においては、評価関数が問題だといわれながら便宜的理由で、専ら2次形式評価が用いられている¹⁰。本温度パターン制御では、2次形式にこだわらずに種々の評価形式を考察してみた。

評価関数としては、誤差、整定時間、制御時間、コスト、バーンアウトまたはフェイルセーフなどに関するものが考えられるが、ここでは誤差だけに着目した、誤差に着目した評価関数においては、 $\varepsilon_i (i=1, 2, \dots, N)$ の n 乗といった形式のものと、バーナ位置からの距離 r_i あるいは X_i^0 などに対する特徴抽出的荷重をかけた形式の評価関数が考えられる。ただし、 X_i^0 は i 番目の位置 (x_i, y_i) における基準値、 ε_i はその位置での誤差、 r_i はその位置とバーナ位置との距離

$$r_i = \sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2} \text{ である。}$$

このような観点から、以下に列記する8つの評価関数を考えた。

$$I_1 = \sum_{i=1}^N \sqrt{|\varepsilon_i|} \quad (3.1)$$

$$I_2 = \sum_{i=1}^N \sqrt{|\varepsilon_i|} \quad (3.2)$$

$$I_3 = \sum_{i=1}^N |\varepsilon_i| \quad (3.3)$$

$$I_4 = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 \quad (3.4)$$

$$I_5 = \sum_{i=1}^N |\varepsilon_i|^3 \quad (3.5)$$

$$I_6 = \sum_{i=1}^N \frac{|\varepsilon_i|}{X_i^0} \quad (3.6)$$

$$I_7 = \sum_{i=1}^N |\varepsilon_i| X_i^0 \quad (3.7)$$

$$I_8 = |\varepsilon_{x_b} y_b| + \sum_{i=1}^N \frac{|\varepsilon_i|}{r_i} \quad (3.8)$$

評価関数 I_1 から I_5 までは、一連の傾向のもので拡張したノルム概念を有する¹³。これらは、Fig. 3.1 に示すように I_3 を境にして I 対 $|\varepsilon|$ 曲線の傾向が異なる。 I_1, I_2 は $|\varepsilon|$ の増大に対して飽和型であり、 I_4, I_5 は発散型の傾向を示す。したがって、 I_4, I_5 を用いた制御では、大きな $|\varepsilon_i|$ に対する重みのかかり方が重く

なるので、 $|\varepsilon_i|$ の最大値が小さくなるような誤差温度パターンが得られると考えられる。また、 I_1, I_2 を用いれば $|\varepsilon_i|$ の増大に対する重みのかかり方が軽いので、誤差温度パターンは、多数個を占める誤差値の分布が小さくなり、大きな誤差値のものでも個数が少ないとこれを軽視するような分布になるよう制御されると考えられる。

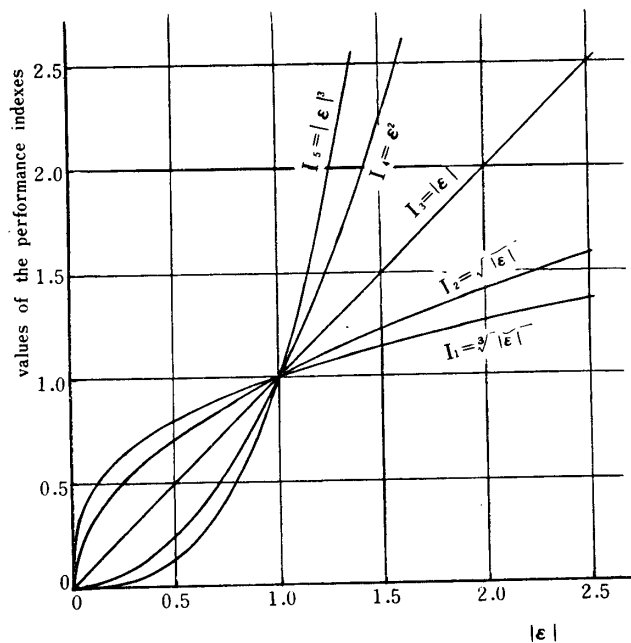


Fig. 3.1 Aspect of the performance indexes on $I_1 \sim I_5$

I_6 は、無次元化誤差あるいは誤差率的なペナルティをつけたものであり、同一の $|\varepsilon_i|$ の値に対しては、基準温度 X^0_i が小さいほど重みがかかる評価関数である。

さて、 I_1 から I_5 のように $|\varepsilon_i|$ 値のみの演算による重みづけにおいて、計測点を等間隔配置した場合を考えてみよう。Fig. 3.2に1例を示すように加熱中心 (x_b, y_b) 附近に比較して周辺部の測定点数が多くなっている。このことは周辺部にペナルティがかかり過ぎることを意味する。ここでは、周辺部のペナルティを小さくするような評価関数として I_7, I_8 を採用することにする。 I_7 は、 X^0 が周辺部で小さな値をとることに着目し、 X^0 と $|\varepsilon_i|$ の積をとることで、また I_8 は、周辺部の距離 r_i が加熱中心 (x_b, y_b) 点から離れていることに着目して、 $|\varepsilon_i|$ を r_i で除すことで周辺部のペナルティを小さくしようとするものである。

なお温度パターンは、次節のFig. 4.1に示すように、いずれも裾野がほぼ平坦であるので、加熱中心が多少ずれてもパターンの形状には影響しない。

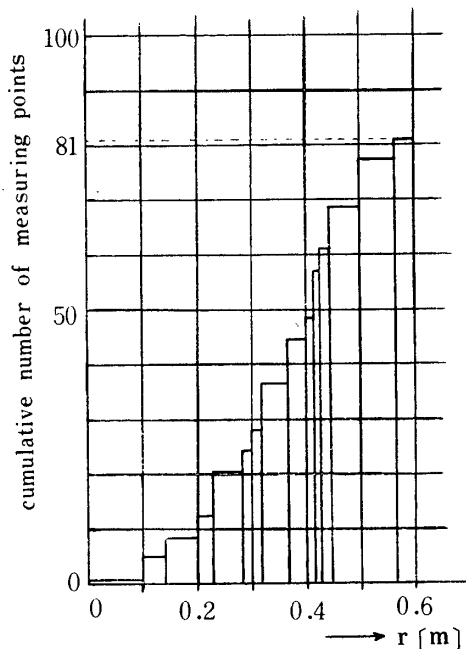


Fig. 3.2 Cumulative distribution of measuring points V.S. distance r .

$$\text{where } r = \sqrt{(x_b - x)^2 + (y_b - y)^2}$$

$$(x_b, y_b) = (0.5, 0.5)$$

4. 計算機シミュレーション

4.1 基礎実験 基礎実験としては、十分広い鉄板の中央部を固定位置、固定流量に保ったバーナで定常加熱し鉄板中に埋込んだ N 本の熱電対によって実系における定常温度パターンの計測を行なった。このときの温度パターンをTable 4.1およびFig. 4.1の X^0 曲線に示す。この X^0 は、温度パターンが加熱中心点に関して完全に対称ではないので、点 $(0.5, 0.5)$ を中心とする同心円上の測定値の平均を図示したものである。

4.2 数学モデル ここでの数学モデルは、十分の広さの平板状の物体を1箇のバーナで加熱したときの2次元温度パターンを状態量とし、バーナ位置 (x_b, y_b) およびガス流量 Q を操作量とするものである。

このような数学モデルとしては、2つの立場が考えられる。それは、境界条件、初期条件、放熱項、熱源形状などについてのある仮定のもとで偏微分方程式を解いて数学モデルを得ようとする立場と、実系での実験値との対応のみに着目して近似度がよければ実験式的なものでも良いという立場である。ここでは、前者の立場のものとして線状熱源モデルを、後者として修正ガウス分布と指数分布モデルについて考察している。これらの定常温

Table 4.1 Reference Temperature Pattern measured with N=81 thermocouples

| | | x [m] | | | | | | | | |
|----------|-----|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| y [m] | 0.1 | 45 | 47 | 51 | 56 | 57 | 55 | 52 | 50 | 45 |
| | 0.2 | 48 | 50 | 55 | 62 | 67 | 62 | 57 | 52 | 46 |
| | 0.3 | 53 | 59 | 72 | 87 | 97 | 85 | 70 | 57 | 50 |
| | 0.4 | 60 | 70 | 87 | 135 | 176 | 123 | 82 | 64 | 55 |
| | 0.5 | 60 | 70 | 98 | 188 | 470 | 170 | 92 | 66 | 55 |
| | 0.6 | 59 | 69 | 90 | 141 | 172 | 124 | 83 | 64 | 56 |
| | 0.7 | 55 | 61 | 74 | 89 | 95 | 89 | 73 | 59 | 51 |
| | 0.8 | 50 | 52 | 60 | 67 | 78 | 65 | 60 | 52 | 47 |
| | 0.9 | 48 | 49 | 53 | 56 | 56 | 55 | 52 | 48 | 44 |

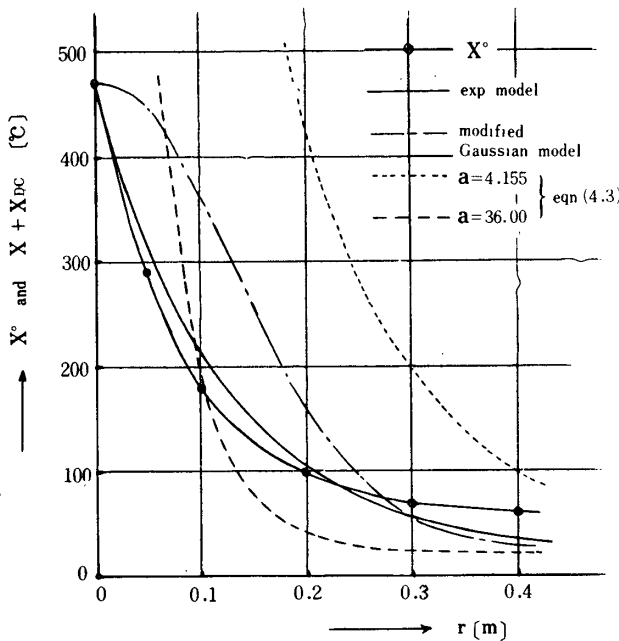


Fig.4.1 Temperature Pattern of each model, where exp model : model of exponential type and $X_{DC}=23$ [°C]

度パターンを Fig. 4. 1 に示す。前者の曲線は、実測温度パターン X^0 に対して後者の立場の曲線よりも近似度が悪くかつ計算は複雑である。近似度を良くするには境界条件の修正や分布熱源の考慮などが必要であり計算はより複雑となるであろう。

そこで上記の数学モデルの詳細を説明し、ついで後者の立場の簡単な数学モデルによる温度パターン制御の計算機シミュレーションについて論ずることにしよう。ただし以下での状態温度 X は、すべて周囲温度（室温ある

いは外気温度： X_{DC} ）との温度差である。したがって真の温度は $X + X_{DC}$ である。

4.2.1 線状熱源モデル 均質で厚さ一定の無限大平板において、適当な位置 (x_b, y_b) 点に線状熱源（厚さ方向）がステップ状に発現し他の点で板厚方向に均一温度であるものとする。さらに板の初期温度分布が均一で周囲温度に等しく、外表面からの放熱が板の温度 X に比例すると仮定すれば、下記の偏微分方程式が成立する。

$$\frac{\partial X(x, y, t)}{\partial t} = (\kappa \Delta - a^2) X(x, y, t) \quad (4.1)$$

ただし、 $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$, κ : 温度伝導率, a^2 : 放熱の係数とする。このときよく知られた下式の結果が与えられる¹³。

$$X(x, y, t) = \frac{q}{4\pi c \rho \kappa} \int_0^t \frac{\exp\left(-a^2 t' - \frac{(x_b - x)^2 + (y_b - y)^2}{4\kappa t'}\right)}{t'} dt' \quad (4.2)$$

ただし、 q : 線状熱源の単位時間単位長さ当りの発熱量, c : 平板の平均比熱, ρ : 平板の平均密度である。なお定常温度分布は、上式で $t = \infty$ として変形すれば下式のようなになる。

$$X(x, y) = k(Q) \cdot K_0\left(\frac{ar}{\sqrt{\kappa}}\right) \quad (4.3)$$

ただし、 K_0 : 変形 Bessel 関数, $r = \sqrt{(x_b - x)^2 + (y_b - y)^2}$, $k(Q) = q / 2\pi c \rho \kappa$, Q : ガス流量とする。一般に熱伝達においては、数百度以上では放射が主体であるが、温度が低いと対流が支配的となる。ここでは、

平板の温度が数百度以下の場合をとりあげ自然対流を考慮しよう。そこで、温度伝導率 κ 、熱伝達率 α などの諸定数は、平板として鉄板をとりあげ、この鉄板の平均温度、炭素含有率、寸法ならびに気温などを適宜に与えて定数表¹⁴から決定しよう。

すなわち、鉄板については、平均温度74.8 [°C]、炭素含有率0.0616 [%]、寸法として1辺長1 [m]の正方形、板厚 $h=0.0032$ [m]の水平板を、気温としては23 [°C]についての自然対流を考慮して、 $\kappa=0.0681$ [m²/h]、 $\alpha=4.155$ [Kcal/m²h°C]、 $c\rho\kappa=59.8$ [Kcal/mh°C]、 $a/\sqrt{\kappa}=\sqrt{(\alpha/c\rho)(2/h)/\kappa}=6.59$ [1/m]ならびに線状熱源の熱量 $q=5.56\times 10^5$ [Kcal/mh]を(4.3)式に代入して得たXの値に、 X_{De} として23 [°C]を加えた結果をFig. 4.1の点線に示す。また α として36 [Kcal/m²h°C]を与えた場合¹³は同図鎖線のようなになる。すなわち、線状熱源を用いた偏微分方程式による解曲線は、実験値であるFig. 4.1の X^0 曲線と比較して、 $r=0$ の付近で全く異なっている。これは、(4.3)式の $K_0(ar/\sqrt{\kappa})$ が $r=0$ において無限大であることによる。また、定数 α の値が異なる2つの解曲線からは、 α の値を適当に選べば裾野の方の近似度はかなり改善できると考えられる。

4.2.2 修正ガウス分布モデル 対象の状態温度パターンの数学モデルを下式で表わすとき、これを修正ガウス分布モデルと呼ぶことにする。

$$X(x, y, Q, t) = k(Q, t) \exp\left\{-\frac{(x_b - x)^2 + (y_b - y)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (4.4)$$

上式で $k(Q, t)$ は、加熱時

$$k(Q, t) = k(Q) \left\{1 - \exp\left(-\frac{t}{T_h}\right)\right\} \quad (4.5)$$

同様に自然冷却時

$$k(Q, t) = k(Q) \exp\left(-\frac{t}{T_c}\right) \quad (4.6)$$

とする。

ただし、ガス流量 Q およびバーナ温度 $k(Q)$ は、ステップ状に変化するものとし、 T_h は加熱時定数、 T_c は自然冷却時定数、 σ は定数とする。

つぎに、Fig. 4.1において X^0 曲線を修正ガウス分布モデルで表わしたときの曲線を1点鎖線に示す。ただし σ の値は、 X^0 曲線から r 軸の誤差はなく縦軸の精度は均一として変分法を適用し $\sigma=0.1302$ とする。

さて、実測の時定数 T_h および T_c の値は、加熱中心 (x_b, y_b) の付近が小さく、距離 r の増大とともに大きくなり、 $T_h < T_c$ であり、温度依存性もあるようであ

る。ここでは、準定常状態での最適化制御を目的としているので、 $T_h=0.01665$ [h] および $T_c=0.003333$ [h] なる定数と仮定した。

4.2.3 指数分布モデル 前項と同様に、下式を指数分布モデルと呼ぶことにする。

$$X(x, y, Q, t) = k(Q, t) \exp\{-\lambda((x_b - x)^2 + (y_b - y)^2)^{\frac{1}{2}}\} \quad (4.7)$$

前項と同様に指数分布モデルによる温度パターンをFig. 4.1の実線に示す。ただし λ は、前項の σ と同様の方法によって8.445とした。

4.3 計算機シミュレーション ここでは、鉄板の温度パターンを所定のものとするため、前述のような評価関数を最小ならしめる規範のもとで、バーナの流量および x, y 方向位置なる3変数の操作量をステップ幅伸縮式直角5試行法によって変更する最適化制御を行なうのであるが、収束の速さや、精度がどうなるかを実験的にたしかめる必要がある。しかし実系での実験を行なうとすれば、外乱のため再現性のない結果しか得られないので、評価関数の種類による収束の速さや、精度の良し悪しの比較などが行い難い。よって、ここでは計算機シミュレーションによる温度パターン制御の実験を行なうことにしよう。

つぎに、計算機シミュレーションにおける基準温度パターンとの与え方について考察する。まず温度パターン制御の実施面からは、基準温度パターンとして例えば定数値を指定した修正ガウス分布モデルを用いることが考えられる。すなわち、各種の用途や目的に応じて数学モデルの型と定数値の対応関係を予め決めておけば、応用面で便利であるという立場のものである。

そこで、計算機シミュレーションでの基準温度パターンを修正ガウス分布で与えたとすれば、状態温度パターンのデータとしては、操作量である流量変化とバーナ位置の変更順序の組合せの数だけの膨大なデータを計算機に与えておく必要が生じ実施困難である。よって、基準温度パターン X^0 としてTable 4.1の実測温度パターンを採用し、状態温度パターン X として前述の簡単な数学モデルによる計算値を用いることにした。制御論的には、基準値と状態量とは $\epsilon = X^0 - X$ の関係にある相対量であるから、逆にとっても大域的に制御成績などを論ずることが出来ると考える。

つぎに、ここでの温度パターン制御の計算機シミュレーションで用いた諸量について説明しよう。基準温度パターンとしてはTable 4.1の値を用い、計測点総数 N は81を採用した。数学モデルとしては、(4.4)式の修

0.1), (0.1) 500の(4.4), (4.6)式による冷却が始まる。これらの状態量と X_0 との誤差 ϵ_i と(2.4)式から I_4 を求める。 τ 時刻毎に I_4 を計算し(4.8)式で準定常状態と判定されると、その時の I_4 値と試行変更前の I_4 値(112)と比較し後の方が小さいので成功として Fig. 4.3 の I_4 曲線に○印 ($l\tau=10$) を付した。つぎに $\Delta k(Q)$ として +10 すなわち $k(Q)=480$ により失敗して×印、そこで $k(Q)=460$ にし成功して○印、以後同様にして $\Delta k(Q)$ さらに Δy_b と Δx_b を ± 0.1 の試行幅にて試行、ついで試行幅を半分に短縮し、結局 Fig. 4.3 に示すように (0.5, 0.5) 390 のとき I_4 が最小で、そのことが判った時刻 $\max l\tau$ は 158 であることが得られた。

4.4 結果の整理 これらの結果を整理して Table 4.2 に示す。つぎに、数学モデルに対する評価関数 I の選び方によって I 最小の意味での最適温度パターンの形状がどのように変わるかを Fig. 4.4, Fig. 4.5 および Fig. 4.6 に示す。これらの結果に対する詳細の比較を以下に列記する。

(1) Fig. 4.4 は修正ガウス分布モデルに対して $I_1 \sim I_5$ および I_7 の効果を示している。同図から誤差分布を考えれば3節で述べた I の意図をほぼ反映しており、 I_1, I_2 に比べて I_4, I_5 の曲線の方が、 r が 0.05~0.1 付近から明らかのように、誤差の最大値が小さくなってい

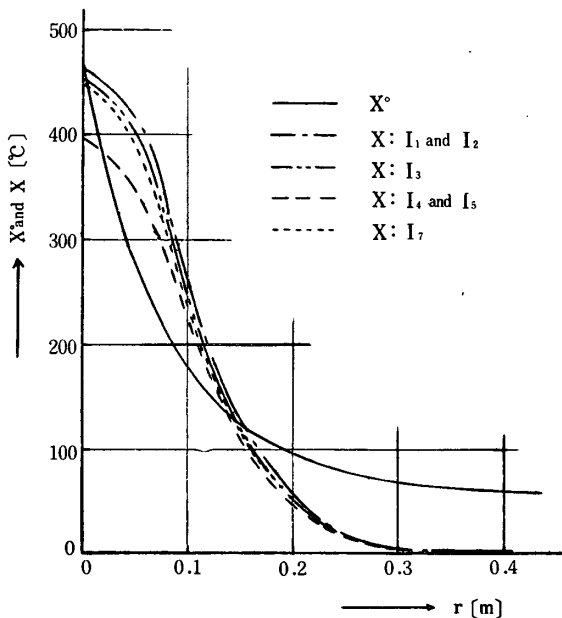


Fig.4.4 Optimal Temperature Pattern of modified Gaussian model for several performance indexes

る。

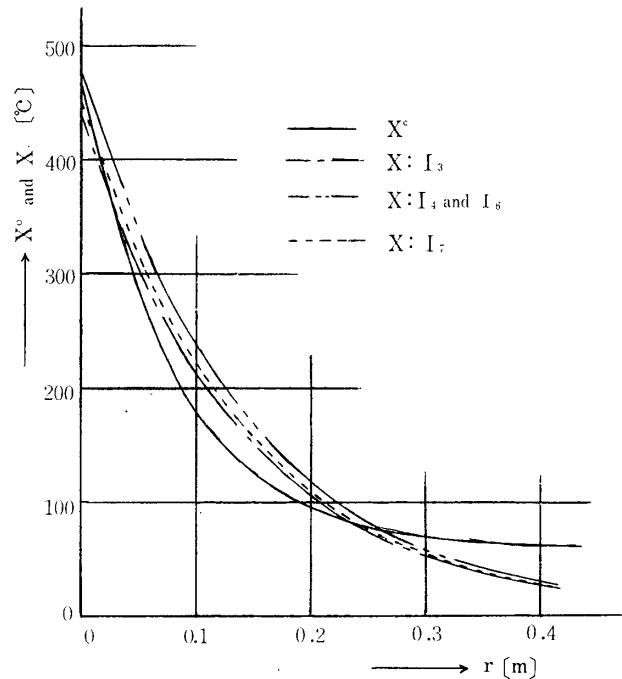


Fig.4.5 Optimal Temperature Pattern of exp model for several performance indexes

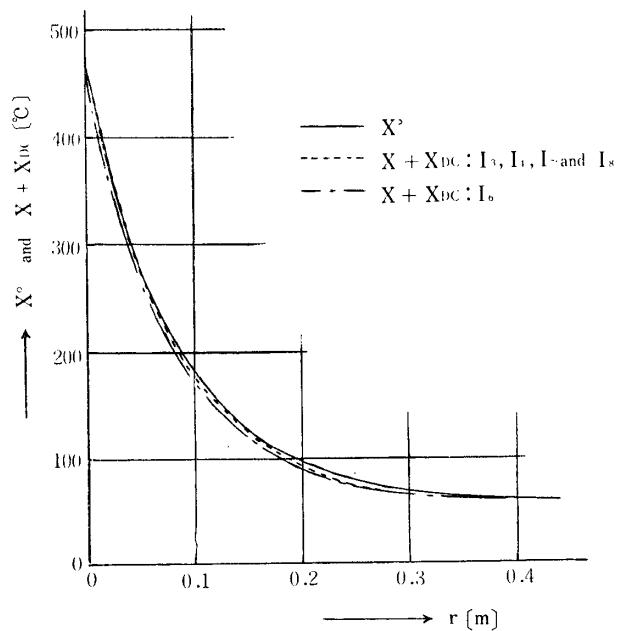


Fig.4.6 Optimal Temperature Pattern of exp model for several performance indexes, where $X_{DC}=57$ [°C]

Table 4.2 Summary of results for the Temperature Pattern Control

| Mathematical models | X_{DC} | I | Optimal Control | | Number of trials | max t_c | $S \times \max t_c$ |
|--------------------------|----------|----------------|-----------------|------------|------------------|-----------|---------------------|
| | | | $k(Q) + X_{DC}$ | x_b, y_b | | | |
| Modified Gaussian models | 0 | I ₁ | 465 | 0.5, 0.5 | 16 | 136 | 3.29×10^5 |
| | | I ₂ | 465 | | 16 | 132 | 3.19 |
| | | I ₃ | 455 | | 18 | 130 | 2.87 |
| | | I ₄ | 390 | | 21 | 158 | 2.00 |
| | | I ₅ | 395 | | 21 | 186 | 2.45 |
| | | I ₇ | 445 | | 16 | 76 | 1.53 |
| Exponential models | 0 | I ₃ | 440 | 0.5, 0.5 | 16 | 90 | 2.39×10^4 |
| | | I ₄ | 480 | | 13 | 82 | 4.69 |
| | | I ₆ | 475 | | 13 | 56 | 2.92 |
| | | I ₇ | 450 | | 15 | 130 | 4.16 |
| | 41 | I ₃ | 465 | 0.5, 0.5 | 14 | 110 | 3.17×10^3 |
| | | I ₄ | 450 | | 15 | 108 | 2.48 |
| | | I ₆ | 470 | | 13 | 108 | 4.35 |
| | 57 | I ₃ | 470 | 0.5, 0.5 | 13 | 134 | 0 |
| | | I ₄ | 470 | | 13 | 98 | 0 |
| | | I ₆ | 465 | | 14 | 156 | 1.59×10^2 |
| | | I ₇ | 470 | | 13 | 102 | 0 |
| | | | I ₈ | 470 | | 13 | 132 |

なお I₁ と I₂ および I₄ と I₅ の曲線が重なっていることは、誤差の平方根と立方根あるいは平方と立方の違いが温度パターン制御に殆ど影響を与えていないことを示している。これは Fig. 3.1 において I₁, I₂ および I₃,

I₄ が接近していることによると考える。しかし I₃ は Fig. 3.1 の場合に比べて Fig. 4.4 の方が I₁, I₂ の曲線に接近していることが注目される。

誤差分布形状は、I₁ と I₂ および I₄ と I₅ は等しいが、制御時間 max t_c は Table 4.2 に示すように I₁ と I₂ では I₂ の方がよく、同様に I₄ と I₅ では I₄ の方がよい。また I₃ は max t_c が I₁~I₅ の中では一番短かく、かつ Fig. 4.4 から誤差分布形状も I₁, I₂ と I₄, I₅ の間にあり良好な評価関数といえる。なお誤差分布形状における最大値が小さいことを目的とする場合は、I₂ を採用すればよい。I₇ は max t_c が小さいことが注目される。

(2) Fig. 4.5 は、指数分布モデルに対する I₃, I₄, I₆ と I₇ の効果を示している。I₃ と I₄ の効果は Fig. 4.4 と比べて逆に出ており当初の評価関数設定の意図に反しているように見える。これは、Fig. 4.4 では r が 0.25 以上の処で I₃ と I₄ の曲線が重なっているのに対して、Fig. 4.5 では離れていることによると考える。すなわ

ち $r=0.25$ 以上では Fig. 3.2 より明らかなように計測点の密度が密であるため一種の重みが変わり、これが I₃ と I₄ の重みの違いを上回るることによると考えられる。

つぎに誤差率的な評価関数 I₆ は I₄ の曲線とほぼ重なっており、I₇ は I₄ と接近している。そこで Table 4.2 より max t_c は I₆ が最も短かく I₇ が最も長い。よって I₄ のような温度パターンを所望のときは I₆ を、I₇ のときには I₃ を採用した方がよい。

(3) Fig. 4.6 は、 X_{DC} が 57 での指数分布モデルに対する I₃, I₄, I₆, I₇ および I₈ の効果を示している。近似度のよい数学モデルに対しては何れの I を用いても温度パターン形状には殆ど影響がないといえる。したがって max t_c の短い I₄ あるいは I₇ を採用すると良いといえる。

(4) この温度パターン制御では当初の設定により誤差をある程度許している。よって max t_c により重点があるといえるので max t_c の最小のものと最大のものについて考察する。

Table 4.2 より指数分布モデル $X_{DC}=0$, I₆ が max t_c が 56 で最小である。I₆ は誤差率的な評価関数であるため、裾野の X^0_i が小さいことから同一 ε_i に対する重

みが裾野に対してよくかかる。さらに裾野の計測点が多いことによるものと2重に裾野に対する重みがかかり $\max lr$ が最小になったと考えられる。これに対して他の場合は Fig. 4.4 および Fig. 4.5 より $k(Q)$ を変えても裾野は大して変わらない。

つぎに修正ガウス分布モデル $X_{DC}=0$, I_5 の場合が $\max lr=186$ で最大である。 I_5 は Fig. 3.1 より大きな ϵ_i に対して大きな重みがかかる評価関数である。ところが上で述べたように Fig. 4.4 より $k(Q)$ を変えても計測点の多い裾野の形状がほとんど変わらず加熱中心附近の温度パターンが変わるのみである。 r の小さいこの附近は計測点が少ないので ϵ_i が大きいにもかかわらず重みがかからない。すなわち $k(Q)$ の変化による ϵ_i の変化に対して I_5 はききが悪いので $\max lr$ が大きくなったと考える。

(5) 総合評価として r についての2乗誤差積分 S と $\max lr$ の値が、各 I に対して修正ガウス分布モデルでは $10^5 \sim 10^9$ 、指数分布モデル $X_{DC}=0$ では $10^4 \sim 10^5$ 、 $X_{DC}=41$ では $10^3 \sim 10^4$ 、 $X_{DC}=57$ では 10^3 以下の帯域にまとまっている。

各数学モデルに対する最小 $S \times \max lr$ となる I が修正ガウス分布モデルでは I_7 、指数分布モデルで $X_{DC}=0$ が I_3 、 $X_{DC}=41$ が I_4 、 $X_{DC}=57$ が I_4 であり、全般的には I_4 が良好な評価関数といえそうである。しかし、指数分布モデルの $X_{DC}=0$ では I_4 が最も悪い点が注目される。

5. む す び

まえがきに列記した考察にもとづいて2次元温度パターン最適化制御の計算機シミュレーションを行なった。結果の整理は前章で述べたとおりであるが、より大局的な結論を列記すれば以下ようになる。

(1) このような温度パターン制御では、目的が誤差温度パターンの形状に重点がある場合と制御時間を短くしたい場合とが考えられる。これらの要求に対して制御対象の数学モデルに適応した評価関数の選定を行なうと効果的なことがわかった。したがって操業中に外乱などの影響で数学モデルが変わるようなプロセスでは、適宜にプロセスの同定を行ない、その結果によって評価関数を変更する方策をとった方がよいといえる。

(2) ここでは制御対象の2次元温度分布を N 点並列計測し基準温度パターンと比較して誤差温度パターンを得、さらに並列演算して評価関数としている。この並列処理は一種の集合平均をとる形となるため雑音に対して

空間フィルタ効果を有する。

(3) 評価関数の選定においては、加熱中心からの距離によって計測点密度が異なる点に留意する必要がある。

(4) 極値探索法としてはグローバル法と山登り法があり一長一短がある。ここでは前者の一つであるステップ幅伸縮式直角5試行法を用いて極値探索に成功している。後者については、ここでのプロセスが評価関数に対して単峰性で特に極値附近での x, y 軸に対しては2次曲面で近似できるので、この事実を先験情報として利用し第2変分法を利用すれば極値探索時間すなわち制御時間は本報告より短くなる。しかし上の事実を未知として例えば最大傾斜法を採用すると、本報告より制御時間が長くなるようである。

最後に、常々御指導頂いている京都大学工学部榎木教授ならびに得丸教授および得丸研究室の各位に深く感謝致します。なお計算機 (FACOM 231) を使わせて頂いた山口大学計算機室の関係者、御支援頂いた元宇部高専校長山縣清氏ならびに土井助教授に感謝します。

参 考 文 献

- 1) 豊田弘道ほか：工業的温度パターンの計測に関する研究：計測と制御, Vol. 4, No. 12, PP. 828~47, (昭40-12)
- 2) R. Bellman: Adaptive Control Processes (A Guided Tour); PP. 120~1, Princeton Univ. Press, (1961)
- 3) N. J. Nilsson: Learning Machines; P. 2, Mc Graw, (1965)
- 4) A. G. Butkovskii & A. Ya. Lerner: The Optimal Control of Systems with Distributed Parameters; Automat. Remote Control, Vol. 21, No. 6, PP. 472~7, (1960)
- 5) A. G. Butkovskii, A. I. Egorov & K. A. Lurie: Optimal Control of Distributed Parameter Systems (a Survey of Soviet Publications), J. SIAM Control, Vol. 6, No. 3, PP. 437~76, (1968)
- 6) P. K. C. Wang: Control of Distributed Parameter Systems in Advances in Control Systems, Vol. 6, edited by C. T. Leondes, PP. 221~316 Academic Press (1968)
- 7) D. M. Wieberg: Feedback Control of Linear Distributed Systems, Trans. ASME, J. Basic Eng. Vol. 89, No. 2, PP. 379~84, (1967)

- 8) 榎木, 伊東, 松本: 操作量が空間的に集中している場合の分布定数系の最適制御, 制御工学, Vol. 14, No. 3, PP. 131~7, (昭45-3)
- 9) 平井, 浅居, 北嶋: 論理回路を用いるプロセス最適化制御 (2入力プロセスの場合), 制御工学, Vol. 4, No. 4, PP. 215~23, (昭和45-4)
- 10) 談話室: 制御工学の行方をさぐる, 計測と制御, Vol. 9, No. 1, PP. 41~52, (昭45-1)
- 11) シュレイデル著, 松野, 山崎共訳: 距離空間と信号空間, P. 81, 東京図書, (昭43-6)
- 12) 渡辺, 佐藤: 溶接力学とその応用, PP. 174~85, 朝倉書店, (昭40-12)
- 13) 伝熱工学資料, P. 21 & P. 217, 日本機械学会, (昭40-3)

(昭和47年5月1日受理)