# 直動型3自由度劣駆動マニピュレータの切換え制御法における制御器設計パラメータ最適化

一田啓介* 片山 瞬** 高森靖之***

# Controller Design Parameter Optimization for Three-DOF Underactuated Manipulators Using Switching Method

Keisuke ICHIDA* Shun KATAYAMA** Yasuyuki TAKAMORI***

**Abstract:** Underactuated manipulators have some passive joints in general, where the number of inputs is less than the degrees of freedom. These systems have complex properties in structure, and they have to control a lot of generalized coordinates by few inputs. In this paper, we discuss the application of a logic based switching method, which has been proposed originally by Hespanha and Morse. We need to decide controller design parameters to use the switching method. Then we optimize such design parameters by a genetic algorithm. The effectiveness of the present methods is illustrated with some simulations.

**Key words:** Switching control, Underactuated manipulator, Nonholonomic system, Nonlinear control, Genetic algorithm

## 1. はじめに

劣駆動マニピュレータは一般的に知られている各関節に駆動トルクが発生するようなマニピュレータとは異なり，一部の関節に駆動トルクが発生しない非駆動関節を有する．これにより動力学は非駆動関節を考慮した形式となり，制御を行うためには通常のマニピュレータに適用する手法とは異なる方法を用いなければならない．劣駆動マニピュレータの制御手法として，当初荒井らは外乱として扱われてきた動力的干渉性を積極的に利用し，アクチュエータの代わりに保持ブレーキを用いることで制御を実現させた [1]．その後，中村らが劣駆動マニピュレータの非ホロノミック性 [2] に着目したことで，保持ブレーキを用いることなく制御を行う手法を考案した．これ以降，劣駆動システムにおける非線形系の性質に注目が集まり，様々な制御手法が考案されている．

劣駆動システムにおける非ホロノミックの性については，一般的に位置や姿勢角だけでなく，速度や加速度に対しても拘束条件が及ぶ．速度拘束を有するシステムについては，車両系 [3][4] や宇宙構造物 [5][6] が該当し，一般にドリフト項を含まない対象アファイン系として表現できる．また加速度拘束を有するシステムについては，本研究で用いる劣駆動マニピュレータをはじめ，水中ロボット [7] やアクロボット [8][9] が該当し，ドリフト項を有するアファイン系として表現できる．現在まで非ホロノミック性についての研究は多く行われており，対象アファイン系と比較するとアファイン系の研究はシステムが複雑であるため提案手法が少なく，解決すべき余地が多く残されている．

劣駆動マニピュレータの関連研究として，中村らは劣駆動マニピュレータに対する拘束条件の可積分性とシステムがホロノミックとなる条件を論じており，2 リンク劣駆動マニピュレータにおける軌道計画手法 [10] を提案している．3 リンク劣駆動マニピュレータの制御手法としては，荒井らの撃心を利用し，水平方向と回転方向に分解した運動要素から軌道追従を行う制御手法 [11]，吉川らの制御対象をチェインド形式に変換し，指数安定制御を用いた制御手法 [12]，同じくチェインド形式を用いた制御対象にマルチレートデジタル制御法を適用した，美多らの可変周期有限整定制御法 [13] などが挙げられる．

速度拘束を含むシステムに適用されている制御手法の一つとして，Hespanha らの非ホロノミック積分器を利用した制御手法 [14] がある．これは非ホロノミック積分形式に変換した速度拘束のシステムに対し，一般化座標の誤差の 2 乗和により形成される切換え平面を利用した切換え制御法である．

本稿では加速度拘束を含む劣駆動マニピュレータに対し，拡張 (高次) 非ホロノミック 2 重積分形式に変換可能であることを示し，切換え平面を利用した切換え制御法が，このシステムに対して適用可能であることを確認する．また本研究では複数の制御器を用いて切換え制御を行うが，その折に用いる各制御器を設計する際に，複数のパラメータを設定する必要がある．ここではパラメータ決定の際に遺伝的アルゴリズムを用いることで適切な制御器設計を試みる．

## 2. 拡張非ホロノミック 2 重積分形式への変換

**Fig. 1** に平面 3 自由度劣駆動マニピュレータを示す．マニピュレータは各リンクを地面に対し水平に設置されており，移動あるいは可動範囲が平面であるため重

(2015 年 1 月 30 日受理)

*宇部工業高等専門学校 機械工学科「責任著者」
**宇部工業高等専門学校 生産システム工学専攻
***三浦工業株式会社

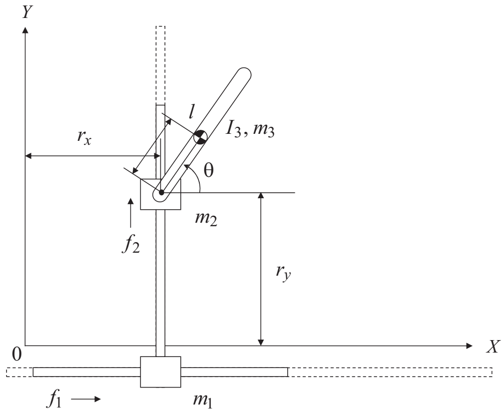


**Fig.**1 3-link underactuated manipulator

力が影響しない．第 1 関節と第 2 関節は駆動関節であり，第 3 関節は非駆動関節である．

本稿では，各駆動関節を簡単のため直動関節としており，回転関節に置き換えても同様に適用可能である．一般化座標を $\boldsymbol{q} = [\, r_x\ r_y\ \theta]^T$ と定義する．ここで，$r_x$, $r_y$ は第 3 関節の位置であり，$\theta$ は第 3 関節の回転角 (姿勢) である．各関節に作用する駆動力を各々$f_1$, $f_2$ とする．第 $i$ リンクにおける質量を $m_i$，慣性モーメントを $I_i$，$l$ を第 3 リンクの関節から重心までの距離とする．$m_x = m_1 + m_2 + m_3$，$m_y = m_2 + m_3$，$I = I_3 + m_3 l^2$ とおくことにより，運動方程式は

$$\begin{cases} m_x\ddot{r}_x - m_3 l\dot{\theta}^2\cos\theta - m_3 l\ddot{\theta}\sin\theta \;=\; f_1 \\ m_y\ddot{r}_y - m_3 l\dot{\theta}^2\sin\theta + m_3 l\ddot{\theta}\cos\theta \;=\; f_2 \\ I\ddot{\theta} + m_3 l\ddot{r}_y\cos\theta - m_3 l\ddot{r}_x\sin\theta \;=\; 0 \end{cases} \tag{1}$$

となる．ここで $\boldsymbol{z} = [z_1\ z_2\ z_3]^T$ を拡張 2 重積分形式での一般化座標とし，$\boldsymbol{u} = [u_1\ u_2]^T$ をその入力としておく．

さて，式 (1) を $\ddot{r}_x$, $\ddot{r}_y$, $\ddot{\theta}$ について解くと

$$\begin{cases} \ddot{r}_x \;= v_x \\ \ddot{r}_y \;= v_y \\ \ddot{\theta} \;= \dfrac{m_3 l}{I}(v_x\sin\theta - v_y\cos\theta) \end{cases} \tag{2}$$

を得る．ここで $v_x$, $v_y$ は

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_3 l\dot{\theta}^2\cos\theta \\ -m_3 l\dot{\theta}^2\sin\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(m_x - \frac{{m_3}^2 l^2}{I}\sin^2\theta\right)v_x + \frac{{m_3}^2 l^2}{I}v_y\sin\theta\cos\theta \\ \frac{{m_3}^2 l^2}{I}v_x\sin\theta\cos\theta + \left(m_y - \frac{{m_3}^2 l^2}{I}\cos^2\theta\right)v_y \end{bmatrix} \tag{3}$$

を満足する新たな入力である．式 (3) に対し，座標変換

$$\begin{bmatrix} \zeta \\ \eta \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x + \frac{I}{m_3 l}\cos\theta \\ r_y + \frac{I}{m_3 l}\sin\theta \\ \theta \end{bmatrix} \tag{4}$$

を用いると

$$\begin{cases} \ddot{\zeta} \;=\; \cos\theta v_1 \\ \ddot{\eta} \;=\; \sin\theta v_1 \\ \ddot{\theta} \;= v_2 \end{cases} \tag{5}$$

を得る．ただし $v_1$, $v_2$ は

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 + \frac{I}{m_3 l}\dot{\theta}^2 \\ -\frac{I}{m_3 l}v_2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

を満たす新たな入力である [12]．このとき拡張 2 重積分形式での座標 $\boldsymbol{z}$，およびその入力$\boldsymbol{u}$として

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ (\zeta - \frac{I}{m_3 l})\cos\theta + \eta\sin\theta \\ (\zeta - \frac{I}{m_3 l})\sin\theta - \eta\cos\theta \end{bmatrix} \tag{7}$$

および

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\dot{\theta}\dot{z}_3 + \ddot{\theta}z_3 - \dot{\theta}^2 z_2 + u_2 \\ u_1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

と定めれば，加速度拘束を有するシステムの拡張 2 重積分形式

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 \;= u_1 \\ \ddot{z}_2 \;= u_2 \\ \ddot{z}_3 \;= z_1 u_2 - z_2 u_1 \end{cases} \tag{9}$$

を得る．

文献 [14] において式 (9) のような変換形式は，速度拘束を有するシステムに対し適用されており，非ホロノミック積分器 [15] として定義されている．

## 3.　制御手法

文献 [14] による切換え法は，速度拘束を含む非ホロノミック積分器に変換されたシステムを安定化させるための制御を行っている．ここでは，$(w_1,\, w_2) = ({z_3}^2,\, {z_1}^2 + {z_2}^2)$ の切換え平面内に，$w_1$ に関して単調増加な関数群 $\pi_1(w_1), \ldots, \pi_n(w_1)$ が配置されており，これらの関数群が切換え平面の境界線となっている．これにより領域が区分され，それぞれの領域に配置した制御器を使用することにより，状態 $\boldsymbol{z}$ を収束させるものである．そ

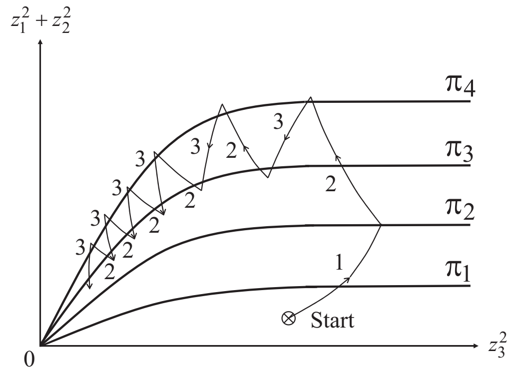


**Fig.**2 Convergence image of a switching method with three controllers

こで加速度拘束を含む制御対象についての制御手法は以下の様に考える．ここで，状態変数を $\boldsymbol{z} = [z_1\ z_2\ z_3]^T$，$\dot{\boldsymbol{z}} = [\dot{z}_1\ \dot{z}_2\ \dot{z}_3]^T$，制御入力を $\boldsymbol{u} = [u_1\ u_2]^T$ と定義する．切換え領域である $(w_1, w_2)$ 面を，$w_1 = z_3^2$, $w_2 = z_1^2{+}z_2^2$ とし，領域の境界線となる単調増加の関数群を $\pi_1(w_1) = (1 - e^{-\sqrt{w_1}})$, $\pi_2(w_1) = 2\pi_1(w_1)$, $\pi_3(w_1) = 3\pi_1(w_1)$, $\pi_4(w_1) = 4\pi_1(w_1)$ のように定める．

各領域に配置する制御器 $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{z})$ は

$$\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{z}) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{10}$$

$$\boldsymbol{g}_2(\boldsymbol{z}) = \begin{bmatrix} z_1 + \frac{z_2 z_3}{z_1^2+z_2^2} k_{p1} + \dot{z}_1 + \frac{\dot{z}_2 \dot{z}_3}{\dot{z}_1^2+\dot{z}_2^2} k_{v1} \\ z_2 - \frac{z_1 z_3}{z_1^2+z_2^2} k_{p2} + \dot{z}_2 - \frac{\dot{z}_1 \dot{z}_3}{\dot{z}_1^2+\dot{z}_2^2} k_{v2} \end{bmatrix}, \tag{11}$$

$$\boldsymbol{g}_3(\boldsymbol{z}) = \begin{bmatrix} -z_1 + \frac{z_2 z_3}{z_1^2+z_2^2} k_{p1} - \dot{z}_1 + \frac{\dot{z}_2 \dot{z}_3}{\dot{z}_1^2+\dot{z}_2^2} k_{v1} \\ -z_2 - \frac{z_1 z_3}{z_1^2+z_2^2} k_{p2} - \dot{z}_2 - \frac{\dot{z}_1 \dot{z}_3}{\dot{z}_1^2+\dot{z}_2^2} k_{v2} \end{bmatrix}, \tag{12}$$

$$\boldsymbol{g}_4(\boldsymbol{z}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{13}$$

の 4 つを用いることとし，式 (10) は不安定制御器，式 (11) は部分安定化制御器，式 (12) は完全安定化制御器となっており．状態が零に収束した場合のみ式 (13) を適用する．このとき，$k_{p1}$，$k_{p2}$ と $k_{v1}$，$k_{v2}$ は比例および微分ゲイン定数である．

各領域に対する制御器の配置は

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{z}) \tag{14}$$

$$i = \begin{cases} 1 & 0 \le w_2 < \pi_2(w_1) \text{ のとき} \\ 2 & \pi_1(w_1) < w_2 < \pi_4(w_1) \text{ のとき} \\ 3 & \pi_3(w_1) < w_2 \text{のとき} \\ 4 & w_2 = 0 \text{ のとき} \end{cases} \tag{15}$$

とする．ただし，重複領域の場合は，$i$ が最大の制御器を使用する．なお，切換え平面の理想的な応答は **Fig. 2** のように表される．

## 4.　シミュレーション

ここでは制御対象を，図 1 で示したように，水平設置型 3 自由度 2 アクチュエータの直動関節型劣駆動マニピュレータとして，シミュレーションを行う．初期値を $\boldsymbol{q} = [r_x\ r_y\ \theta]^T = [0, -1.0, 0]^T$ とし，目標座標および目標速度をすべて 0 とする．ここで使用する物理パラメータの数値は，$m_1 = 1.0$，$m_2 = 1.0$，$m_3 = 1.0$，$l = 0.5$，$I_3 = 1/3$ とし，サンプリング間隔は 0.1 [s]，シミュレーション時間を 30 [s] と定める．

本稿で提案している切換え制御を行う場合，前節で設計を行った各制御器の比例および微分ゲイン定数，$k_{p1}$，$k_{p2}$ と $k_{v1}$，$k_{v2}$ を適切に設定することが必要となるが，従来まではこれらの設計パラメータについて試行錯誤で決定を行ってきた．各パラメータの探索範囲を 0.0 から 2.0 と設定し，刻み幅を 0.1 とした場合，目標値に収束傾向のある各パラメータ値は **Table 1** に示す 4 通りである．このとき，**Case1** におけるパラメータを適用した場合におけるシミュレーション結果を **Fig. 3~Fig. 5** に，**Case4** におけるパラメータを適用した場合におけるシミュレーション結果を **Fig. 6~Fig. 7** に示す．

**Table 1**  Controller design parameters

| | $k_{p1}$ | $k_{p2}$ | $k_{v1}$ | $k_{v2}$ |
|---|---|---|---|---|
| Case1 | 1.5 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| Case2 | 0.0 | 1.5 | 0.0 | 0.0 |
| Case3 | 1.5 | 1.5 | 0.0 | 0.0 |
| Case4 | 0.6 | 0.7 | 0.5 | 0.1 |

Case1 について，Fig. 3 は拡張非ホロノミック 2 重積分形式の状態変数 $[z_1\ z_2\ z_3]^T$ の応答と速度応答を示しており，シミュレーション時間内において収束傾向にある．また Fig. 4 はエネルギー軌道を示しており，$w_1$ と $w_2$ が共に原点に近づいていることから，こちらも目標値へ収束している．しかしながら，Fig. 5 に示される第 3 関節の時間に対する応答は，シミュレーション時間内において，関節の位置を表す $r_x$ と $r_y$ は収束傾向にあるものの，関節の回転角を表す $\theta$ は十分に収束していない．また Case4 については Fig. 6 から Fig. 8 の結果は共に収束傾向を示しており，Table 1 に示す全ての Case において最も良好な収束結果を得た．ただし，ここで行ったシミュレーションについては，探索範囲が限定されており，制御器設計におけるパラメータ決定について最適な結果であることを示すには不十分である．

## 5.　遺伝的アルゴリズムによる最適化

遺伝的アルゴリズムは，生物の遺伝と進化のメカニズムを工学的にモデル化し，様々な問題解法やシステムの学習などに応用しようとするものである．本稿では，制御器設計において必要な設計パラメータの最適

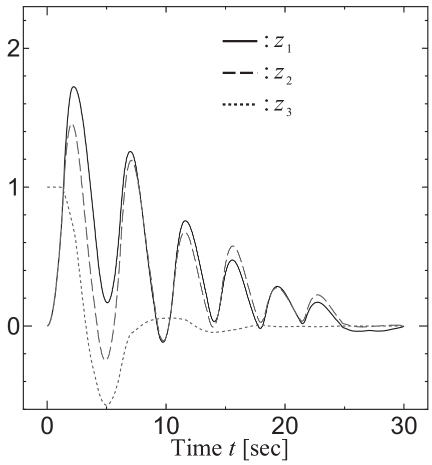


**Fig.**3 Link angle in Case1

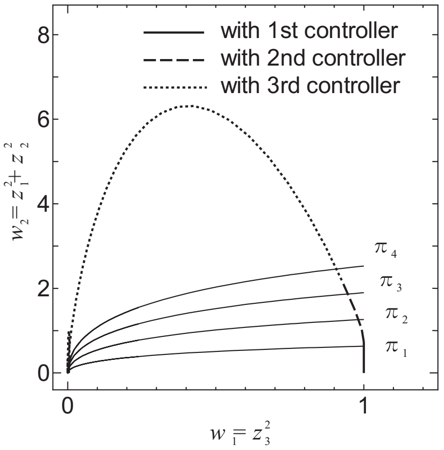


**Fig.**4 Energy trajectory in Case1

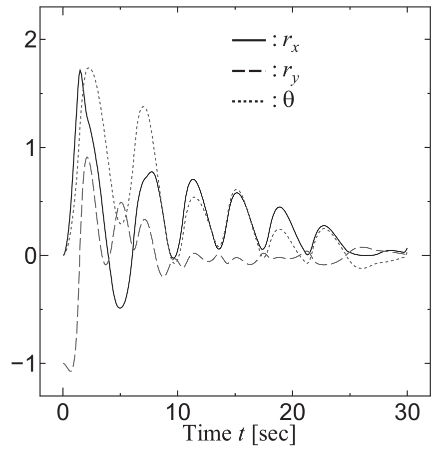


**Fig.**5 Responces of the third link in Case1

化を図るため，ソフトコンピューティングの一つである遺伝的アルゴリズム（GA）を用いる．

シミュレーションにおいて使用する初期値，目標座標・速度，物理パラメータおよびサンプリング間隔は前節と同様の値を用いる．シミュレーション時間については 40 [s] とし，前節で定めた 30[s] のシミュレーション時間以降においても安定した収束精度が得られるかについて確認する．GA における最適化対象のパラメータは $k_{p1}, k_{p2}, k_{v1}, k_{v2}$ の 4 つとし，各パラメータの探索範囲を 0.10 から 1.00 までとする．交叉手法は 3 個体によるトーナメント選択を用いた一様交叉とし，交叉率を 0.98 とする．世代交代はエリート選択を用い，エリート個体数は 10，突然変異率は 1/96 とする．終了条件は 500 世代とし，個体数は 100 とする．評価関数は

$$f_c = \sum_{i=1}^{4000} \sum_{j=1}^{4} E_j(i) \tag{16}$$

と定める．GA 適用後において，得られた世代履歴を **Fig. 9** に示す．得られた履歴より 200 世代付近において大きな変動はなく，安定に至っていることが分かる．ここでは，より世代履歴の変動が安定している 250 世代付近のパラメータを採用することとした．このとき，$k_{p1}$=0.667864，$k_{p2}$=0.640000，$k_{v1}$=0.569085，$k_{p1}$=0.100000 を得た．GA を用い最適化を行った各設計パラメータを適用した場合のシミュレーション結果を **Fig. 10~Fig. 12** に示す．前節の Case4 におけるシミュレーション結果と比較すると，30[s] 以降も安定しており，収束精度においても良好な結果となった．今後は探索範囲についての考慮を行い，設計パラメータを効率よく設定するための方法について検討を行う予定である．

## 6.　おわりに

本稿では，加速度拘束を有する劣駆動マニピュレータに対する制御手法の 1 つとして，速度拘束を有するシステムに対し適用されている Hespanha の切換え制御法の拡張使用を提案し，その手法を適用した．このとき，加速度拘束を有するシステムに対し，拡張非ホロノミック 2 重積分形式に変換可能であることを示し，その適用を行った．また今回は，切換え制御を行う際に使用する制御器の設計において，遺伝的アルゴリズム（GA）を用いることで各パラメータの最適化を図り，その有効性を示した．

## 参考文献

1) 荒井，舘 : “非駆動関節を有するマニピュレータの動力学的干渉による位置制御”, 計測自動制御学会論文集, 25, 9, pp. 1012–1017, 1989.
2) 中村 : “非ホロノミックロボットシステム　第 1 回 ~ 第 5 回”，日本ロボット学会誌，11，4–7，1993，12，2，1994.
3) 三平, 小林 : “非線形制御理論を用いた多重トレーラーの直線経路追従制御”，日本ロボット学会誌, 11, 4, pp. 587–592, 1993.
4) 石川，藤野 : “周期ダイナミクスの解析に基づく 2 リンク三叉ヘビロボットの制御”, 計測自動制御学会論文集, 46, 5, pp. 266–273, 2010.

5) 中村, 岩本 : “自由関節で連結された宇宙構造物の形状制御”，日本ロボット学会誌，11, 6, pp. 883–891, 1993.
6) 荒井 : “非ホロノミック系操作のためのヒューマンインタフェース”，日本ロボット学会誌，21，5，pp. 554–561，2003.
7) 池田, 深谷, 美多 : “可変拘束制御による水中移動体の位置・姿勢制御”，計測自動制御学会論文集，37, 11, pp. 1026–1033，2001.
8) 南，美多，Pantelidis，山北 : “アクロボットの振り上げ倒立制御と特異点問題”，日本ロボット学会誌, 20，1，pp. 85–88，2002.
9) 忻，山崎 : “エネルギー制御法による劣駆動ロボットの振り上げ制御とその動きの解析: Acrobot の場合”, 計測自動制御学会論文集, 42, 4, pp. 411–420, 2006.
10) 中村, 濃沼, 鈴木 : “自由関節を持つ平面アームのカオス的挙動と非線形制御–ドリフトを持つ非ホロノミック機械の制御– ”, 日本ロボット学会誌, 14, 4, pp. 602–611, 1996.
11) 荒井裕彦 : “非駆動関節を有する 3 自由度マニピュレータの非ホロノミック拘束下における可制御性”, 日本ロボット学会誌, 5, pp. 751–758, 1996.
12) 小林，井村，吉川 : “自由関節を含む３自由度マニピュレータの非ホロノミック制御”, 計測自動制御学会論文集, 33, 8, pp. 799–804, 1997.
13) 南，美多 : “高次ノンホロのミック制御系の可変周期有限整定制御と劣駆動機械への応用”, 計測自動制御学会論文集, 36, 11, pp. 952–961, 2000.
14) J. P. Hespanha and A. S. Morse: “Stablization of nonholonomic integrators via logic-based switching,” Automatica, 35, pp. 385–393, 1999.
15) R. W. Brockett: “Asymptotic stability and feedback stabilization,” in Differential Geometric Control Theory, (R. W. Brockett, R. S. Millman and H. J. Sussmann, eds.), pp. 181–191, 1983.


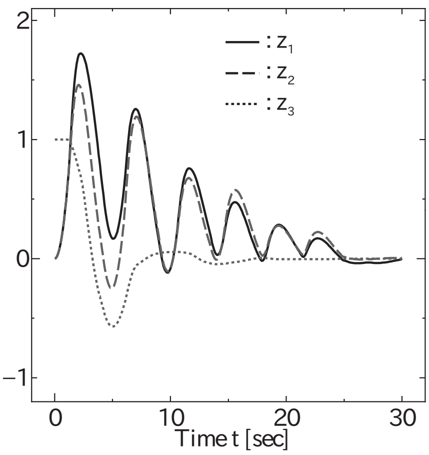


**Fig.**6 Link angle in Case4

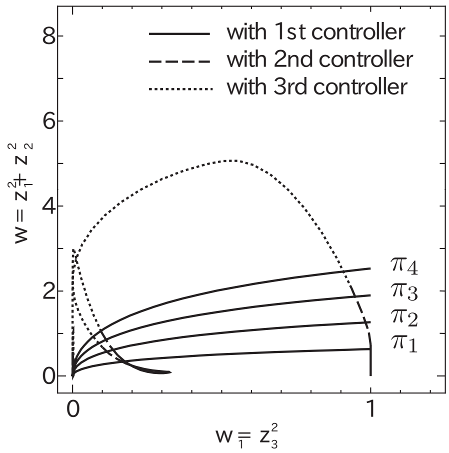


**Fig.**7 Energy trajectory in Case4

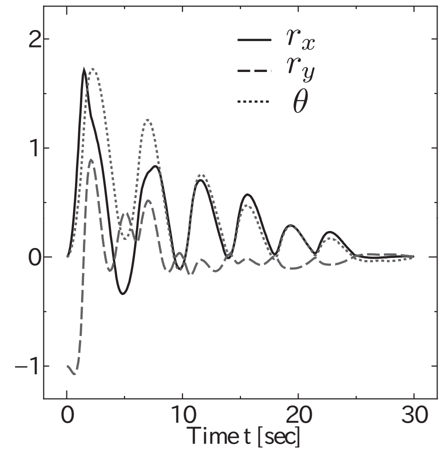


**Fig.**8 Responces of the third link in Case4

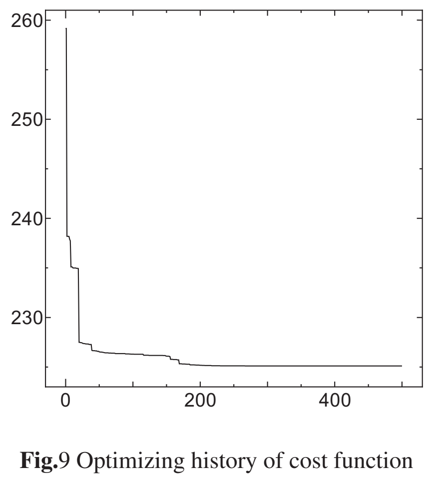

**Fig.**9 Optimizing history of cost function

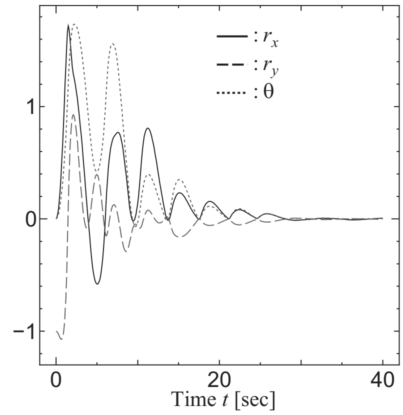


**Fig.**10 Link angle using GA

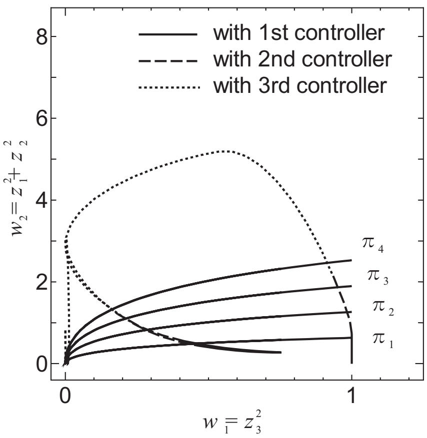


**Fig.**11 Energy trajectory using GA

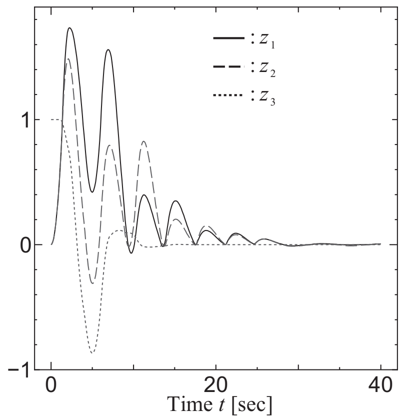


**Fig.**12 Responces of the third link using GA