卓上電算機におけるプログラミング

伏　谷　　猛*

Programming for Electronic Desk Top Calculators

Takeshi FUSHITANI

Abstract

Programming for electronic desk top calculators is one of the most appropriate exercises for the students who want to learn the technique of the programming.

In this paper some programs concerning numerical analysis are treated.

まえがき

超小型電算機（メモリレジスタ十数個程度のもの）に対するプログラミングの問題点は，メモリレジスタをどのようにデータメモリとプログラムステップのメモリに配分していくかにある。

このような制限の下においてのプログラミングは，これからプログラム技術を習得しようとする学生に対しては教育的見地からは好例題を提供している．今回は数値解析の基本問題から二三のプログラムを作ってみた．

1. 一階常微分方程式の初期値問題

$y'=f(x,\ y)$，初期条件 $(x_0,\ y_0)$

1.a. 反復オイラーガウス法

$$y_{n+1}^{(0)}=y_n+k_0,$$

$$y_{n+1}^{(r+1)}=y_n+(k_0+k_1^{(r)})/2$$

ただし　$k_0=h\cdot f(x_n,\ y_n)$

$$k_1^{(r)}=h\cdot f(x_{n+1}^{(r)},\ y_{n+1}^{(r)})$$

$h=x_{n+1}-x_n$，$r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots$（反復数）

$|\,1-y_{n+1}^{(r+1)}/y_{n+1}^{(r)}\,|<\varepsilon$ のとき計算STOP.

フローチャート 1.a

$x_n,\ y_n \xrightarrow{\text{setFlag}} k_0$

$\swarrow$

$x_{n+1},\ y_{n+1}^{(0)} \to k_1^{(0)}$

$\swarrow$

$x_{n+1},\ y_{n+1}^{(1)} \to k_1^{(1)}$

$\swarrow$

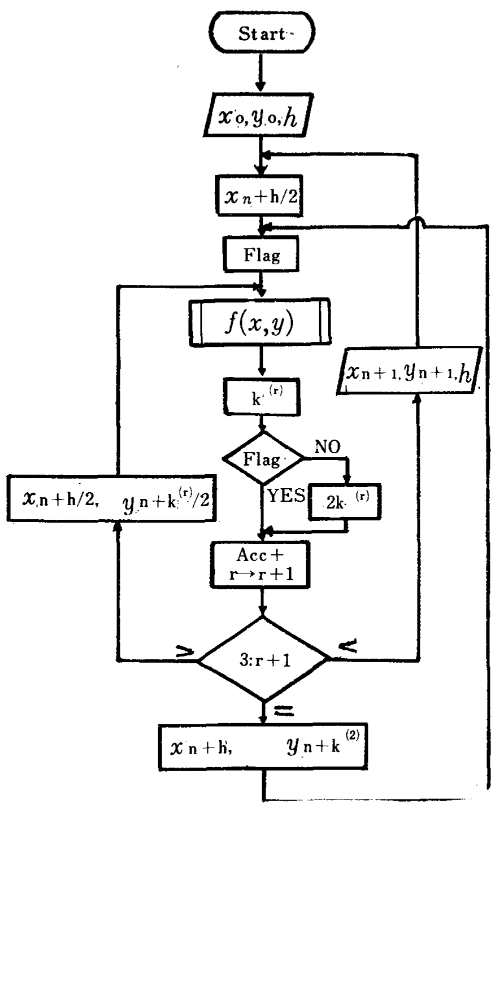
$x_{n+1},\ y_{n+1}^{(r)} \to k_1^{(r)}$

$\swarrow$

$x_{n+1},\ y_{n+1}^{(r+1)}$

プログラムは　**表1.a.**

フローチャート 1.b,



---

* 宇部工業高等専門学校数学教室

表・1.a. 反復オイラー・ガウス法 $y'=f(x, y)$

Step		Key	Display			Step		Key	Display			Step		Key	Display		
			x	y	z				x	y	z				x	y	z
0	0	Clear				2	0	e				4	0	GOTO			
	1	1					1	F					1	4			
	2	STOP	h	yo	x_0		2	+					2	6			
	3	y→( )	エン	トリ	ー		3	2					3	a			
	4	d					4	÷					4	ROLL ↓			
	5	x→( )					5	b					5	GOTO			
	6	c					6	+					6	0			
	7	ROLL ↓					7	d					7	6			
	8	x→( )					8	↑					8				
	9	b					9	↓					9				
	a	STOP					a	÷					a				
	b	ROLL ↓					b	1					b				
	c	+					c	x⇄y					c				
	d	y→( )					d	—					d				
1	0	a				3	0	|y|					0		f	(x,	y)
	1	ROLL ↑					1	•					1		の	サブ	ルー
	2	Set Flag					2	0					2		チ	ン	
	3	GOTO					3	0					3				
	4	4					4	0					4				
	5	8					5	1					5				
	6	c					6	IF x>y					6				
	7	×					7	4					7				
	8	↑					8	3					8				
	9	↓					9	↓					9				
	a	IF Flag					a	y→( )					a				
	b	y→( )					b	d					b	GOTO			
	c	F					c	a					c	1			
	d	y→( )					d	x⇄y					d	6			

表・1.b　ルンゲ・クッタ法　$y'=f\ (a,\ y)$

Step		Key	Display x	y	z	Step		Key	Display x	y	z	Step		Key	Display x	y	z
0	0	Clear				2	0	×				4	0	ROLL ↓			
	1	1					1	1					1	x⇄y			
	2	STOP	h/2	y_0	x_0		2	Acc. +					2	GOTO			
	3	x→( )	エン	トリ	ー		3	RCL					3	0			
	4	C					4	x⇄y					4	9			
	5	ROLL ↓					5	3					5	RGL			
	6	x→( )					6	IF x<y					6	3			
	7	b					7	4					7	÷			
	8	STOP	y_n	x_n	h/2		8	5					8	b			
	9	x→( )					9	IF x=y					9	+			
	a	a					a	3					a	y→( )			
	b	ROLL ↓					b	6					b	b			
	c	+					c	↓					c	Clear			
	d	y→( )					d	b					d	c			
1	0	d				3	0	+				5	0	↑			
	1	ROLL ↓					1	d					1	a			
	2	Set Flag					2	x⇄y					2	↑			
	3	GOTO					3	GOTO					3	GOTO			
	4	5					4	5					4	0			
	5	6					5	6					5	7			
	6	c					6	b					6		←		
	7	×					7	ROLL ↑					7				
	8	↑					8	+					8		f	(x,	y)
	9	↓					9	+					9		の	サブ	ルー
	a	IF Flag					a	d					a		チ	ン	
	b	2					b	↑					b	GOTO			
	c	1					c	c					c	1			
	d	2					d	+					d	6	←		

1.b.　ルンゲクッタ法

$$k_0=h\cdot f(x_n,\ y_n),$$
$$k_1=h\cdot f(x_n+h/2,\ y_n+k_0/2),$$
$$k_2=h\cdot f(x_n+h/2,\ y_n+k_1/2),$$
$$k_3=h\cdot f(x_n+h,\ y_n+k_2),$$
$$y_{n+1}=y_n+(k_0+2k_1+2k_2+k_3)/6.$$

フロチャート，プログラムは図1.b，表1.b.

2.　二階常微分方程式初期値問題

$$y''=f(x,\ y,\ y')$$

初期条件 $(x_0,\ y_0,\ u_0)$

これを連立一階微分方程式

$$\begin{cases} y'=u \\ u'=f(x,\ y,\ u) \end{cases}$$

として解く.

2.a.　反復オイラー・ガウス法

$$y_{n+1}^{(0)}=y_n+k_0,\qquad k_0=h\cdot u_n,$$
$$u_{n+1}^{(0)}=u_n+l_0,\qquad l_0=h\cdot f(x_n,\ y_n,\ u_n),$$
$$y_{n+1}^{(r+1)}=y_n+(k_0+k_1^{(r)})/2,$$
$$u_{n+1}^{(r+1)}=u_n+(l_0+l_1^{(r)})/2,$$

ただし $k_1^{(r)}=h\cdot u_{n+1}^{(r)}$,

$$l_1^{(r)}=h\cdot f(x_{n+1},\ y_{n+1}^{(r)},\ u_{n+1}^{(r)}).$$

プログラムは表2.a.

表・2.a 反復オイラー法 $y''=f(x, y, y')$

Step		Key	Display x	y	z	Step		Key	Display x	y	z	Step		Key	Display x	y	z
0	0	Clear				3	0	÷				6	0	y→( )			
	1	1					1	c					1	b			
	2	STOP	uo	yo	xo		2	+					2	IF Flag			
	3	x→( )	エン	トリ	ー		3	d					3	0			
	4	c					4	↑					4	a			
	5	y→( )					5	F					5		←		
	6	b					6	×					6		f(	x, y	,u)
	7	2					7	x⇄y					7		の	サブ	ルー
	8	STOP	o				8	y⇄( )					8		チ	ン	
	9	x→( )	エン	トリ	ー		9	8					9				
	a	d					a	+					a				
	b	ROLL ↑					b	2					b				
	c	+					c	÷					c	GOTO			
	d	y→( )					d	b					d	1			
1	0	a				4	0	+					0	7	←		
	1	ROLL ↓					1	y→( )					1				
	2	c					2	e					2				
	3	STOP	un	yn	xn		3	F					3				
	4	GOTO					4	ROLL ↑					4				
	5	6					5	x→( )					5				
	6	5					6	F					6				
	7	d					7	−					7				
	8	×					8	|y|					8				
	9	↑					9	•					9				
	a	c					a	0					a				
	b	×					b	0					b				
	c	y→( )					c	0					c				
	d	8					d	1					d				
2	0	IF Flag				5	0	IF x>y									
	1	2					1	5									
	2	6					2	9									
	3	↓					3	a									
	4	y→( )					4	ROLL ↓									
	5	9					5	F									
	6	Set Flag					6	GOTO									
	7	y⇄( )					7	6									
	8	9					8	5									
	9	y→( )					9	a									
	a	9					a	ROLL ↓									
	b	↓					b	F									
	c	+					c	x→( )									
	d	2					d	c									

storage

f	$u^{(r)}$
e	$y_1^{(r)}$
d	h
c	u_n
b	y_n
a	x_{n+1}
9	l_0
8	k_0
7	
6	
5	
4	
3	
2	
1	
0	

表・3.a　ニュートンの前進差分法

Step		key	Display x	Display y	Display z
0	0	Clear			
	1	1			
	2	STOP	y_2	y_1	y_0
	3	y→( )	エン	トリ	ー
	4	d			
	5	x→( )			
	6	c			
	7	ROLL↓			
	8	x→( )			
	9	e			
	a	STOP	u	y_4	y_3
	b	x→( )	エン	トリ	ー
	c	F			
	d	↓			
1	0	x ⇄ y			
	1	−			
	2	↑			
	3	c			
	4	−			
	5	ROLL↓			
	6	−			
	7	y→( )			
	8	c			
	9	ROLL↓			
	a	d			
	b	−			
	c	ROLL↓			
	d	−			
2	0	ROLL↓			
	1	y⇆( )			
	2	c			
	3	−			
	4	y⇄( )			
	5	d			
	6	ROLL↑			
	7	y⇄( )			
	8	e			
	9	ROLL↓			
	a	−			
	b	ROLL↓			
	c	−			
	d	ROLL↓			

Step		Key	Display x	Display y	Display z
3	0	y⇆( )			
	1	e			
	2	−			
	3	y→( )			
	4	c			
	5	x ⇆ y			
	6	y⇆( )			
	7	d			
	8	−			
	9	y→( )			
	a	b			
	b	F			
	c	ROLL↑			
	d	×			
4	0	0			
	1	Acc +			
	2	F			
	3	↑			
	4	1			
	5	−			
	6	2			
	7	÷			
	8	F			
	9	×			
	a	y→( )			
	b	a			
	c	d			
	d	×			
5	0	0			
	1	Aec +			
	2	F			
	3	↑			
	4	2			
	5	−			
	6	3			
	7	÷			
	8	a			
	9	×			
	a	y→( )			
	b	a			
	c	c			
	d	×			

Step		Key	Display x	Display y	Display z
6	0	0			
	1	Acc +			
	2	F			
	3	↑			
	4	3			
	5	−			
	6	4			
	7	÷			
	8	a			
	9	×			
	a	b			
	b	×			
	c	0			
	d	Acc +			
7	0	ROLL↓			
	1	RCL			
	2	End	u	y	0

表・3.b. ニュートンの後進差分法

Step		Key	Display x	Display y	Display z
0	0	Clear			
	1	1			
	2	STOP	y_2	y_1	y_0
	3	x→( )	エン	トリ	ー
	4	d			
	5	y→( )			
	6	c			
	7	ROLL↑			
	8	x→( )			
	9	b			
	a	STOP	u	y_4	y_3
	b	Acc +	エン	トリ	ー
	c	↓			
	d	x ⇆ y			
1	0	−			
	1	↑			
	2	d			
	3	−			
	4	ROLL↓			
	5	y→( )			
	6	d			
	7	−			
	8	y⇆( )			
	9	c			
	a	ROLL↓			
	b	−			
	c	ROLL↓			
	d	−			
2	0	y⇆( )			
	1	b			
	2	ROLL↓			
	3	−			
	4	↓			
	5	−			
	6	b			
	7	x ⇆ y			
	8	ROLL↑			
	9	c			
	a	ROLL↑			
	b	−			
	c	ROLL			
	d	−			
3	0	↓			
	1	y→( )			
	2	b			
	3	−			
	4	y→( )			
	5	a			
	6	F			
	7	↑			
	8	d			
	9	×			
	a	0			
	b	Acc +			
	c	F			
	d	↑			
4	0	1			
	1	+			
	2	2			
	3	÷			
	4	F			
	5	×			
	6	y→( )			
	7	d			
	8	c			
	9	×			
	a	0			
	b	Acc +			
	c	F			
	d	↑			
5	0	2			
	1	+			
	2	3			
	3	÷			
	4	d			
	5	×			
	6	y→( )			
	7	d			
	8	b			
	9	×			
	a	0			
	b	Acc +			
	c	F			
	d	↑			
6	0	3			
	1	+			
	2	4			
	3	÷			
	4	d			
	5	×			
	6	a			
	7	×			
	8	0			
	9	Acc +			
	a	ROLL↓			
	b	RCL			
	c	End	u	y	0
	d				

表・3.c. ラグランジュの補間法

Step		Key	Display			Step		Key	Display			Step		Key	Display		
			x	y	z				x	y	z				x	y	z
0	0	GOTO				3	0	3				6	0	6			
	1	2					1	7					1	7			
	2	0					2	a					2	a			
	3	y⇆( )					3	↑					3	↑			
	4	↑					4	GOTO					4	GOTO			
	5	Ent. Exp					5	2					5	5			
	6	9					6	1					6	0			
	7	+					7	1					7	3			
	8	y→( )					8	STOP	x_i	x_1			8	STOP	xi	x_3	
	9	1					9	ROLL↑	エン	トリ	ー		9	ROLL↑	エン	トリ	ー
	a	ROLL↓					a	2	終り	に			a	2	終り	に	
	b	Clear x					b	4	Set	Fla	g		b	7	Set	Fla	g
	c	Continue					c	ROLL↑	Con	tin	ue		c	ROLL↑	Con	tin	ue
	d	GOTO					d	GOTO					d	GOTO			
1	0					4	0	8				7	0	8			
	1						1	b					1	b			
	2						2	e					2	c			
	3						3	×					3	×			
	4						4	y→( )					4	y→( )			
	5						5	e					5	c			
	6						6	IF Flag					6	IF Flag			
	7						7	5					7	8			
	8						8	0					8	0			
	9						9	a					9	a			
	a						a	↑					a	↑			
	b						b	GOTO					b	GOTO			
	c						c	3					c	6			
	d						d	7					d	7			
2	0	Clear	手	動に	より	5	0	2				8	0	d			
	1	STOP	y_0	y_1	y_2		1	STOP	x_i	x_2			1	+			
	2	ROLL↑	(F)	(e)	(d)		2	ROLL↑	エン	トリ	ー		2	e			
	3	9	y_3	x			3	9	終り	に			3	+			
	4	2	(c)	(b)	を		4	5	Set	Fla	g		4	F			
	5	ROLL↑	スト	ア			5	ROLL↑	Con	tin	ue		5	+			
	6	GOTO	x_i	x_0			6	GOTO					6	b			
	7	8	エン	トリ	ーし		7	8					7	ROLL↑			
	8	b	終り	に			8	b					8	0			
	9	F	Se				9	d					9	ROLL↓			
	a	×	Con	tin	ul		a	×					a	End	x	y	0
	b	y→( )	キー	を入	れる		b	y→( )					b	y⇆( )			
	c	F					c	d					c	1			
	d	IF Flag					d	IF Flag					d	ROLL↑			

Step		Key	Display		
			x	y	z
9	0	y→( )			
	1	a			
	2	−			
	3	↑			
	4	b			
	5	x ⇆ y			
	6	−			
	7	↓			
	8	x ⇆ y			
	9	÷			
	a	↑			
	b	GOTO			
	c	0			
	d	3			

3. 補　間　法

3.a. ニュートンの前進差分法

$$
\begin{array}{llllll}
x_0 & y_0 & & & & \\
 & & \Delta y_0 & & & \\
x_1 & y_1 & & \Delta^2 y_0 & & \\
 & & \Delta y_1 & & \Delta^3 y_0 & \\
x_2 & y_2 & & \Delta^2 y_1 & & \Delta^4 y_0 \\
 & & \Delta y_2 & & \Delta^3 y_1 & \\
x_3 & y_3 & & \Delta^2 y_2 & & \\
 & & \Delta y_4 & & & \\
x_4 & y_4 & & & &
\end{array}
$$

$$P=y_0+u\Delta y_0+\frac{u(u-1)}{2!}\Delta^2 y_0+\frac{u(u-1)(u-2)}{3!}\Delta^3 y_0+\frac{u(u-1)(u-2)(u-3)}{4!}\Delta^4 y_0$$

ただし $h=x_{u+1}-x_n$, $u=(x-x_0)/h$.

3.b. ニュートンの後進差分法

$$P=y_4+u\Delta y_3+\frac{u(u+1)}{2!}\Delta^2 y_2+\frac{u(u+1)(u+2)}{3!}\Delta^3 y_1+\frac{u(u+1)(u+2)(u+3)}{4!}\Delta^4 y_0.$$

ただし $u=(x-x_4)/h$.

3.c. ラグランジュの補間法

$$y=\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)}y_0+\frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)}y_1+\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_3-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)}y_2+\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)}y_3.$$

フロチャート 3.c.

y_0, y_1, y_2, y_0, x をエントリー

↓

x_i, x_j をエントリー

↓

$y_j^{(0)}=y_j$

$$y_j^{(r+1)}=y_j^{(r)}\cdot\frac{x-x_i}{x_j-x_i}$$

↓

$y=y_0^{(3)}+y_1^{(3)}+y_2^{(3)}+y_3^{(3)}$

プログラムは**表3.a, 3.b, 3.c.**

4. 代数方程式 $a_0x^4+ax^3+a_2x^2+a_3x+a_4=0$

4.a. ニュートン法 (ホルナー法)

(図4.a)

$$
\begin{array}{ccccc}
a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\
 & b_0\alpha & b_1\alpha & b_2\alpha & b_3\alpha \\
\hline
b_0 & b_1 & b_3 & b_3 & \multicolumn{1}{|c}{b_4} \\
 & C_0\alpha & C_1\alpha & \multicolumn{1}{c|}{C_2\alpha} & \\
\hline
C_0 & C_1 & C_2 & \multicolumn{1}{|c}{C_3} &
\end{array}
$$

$\alpha_{n+1}=\alpha_n-b_4/C_3$

ただし $|C_3|<0.01$ または

$|\alpha_{n+1}-\alpha_n|<0.00001$

のとき計算を止める.

プログラムは**表4.a.**

表・4.a. ホルナー法（4次方程式）

Step		Key	Display			Step		Key	Display			Step		Key	Display		
			x	y	z				z	y	z				x	y	z
0	0	Clear				2	0	+				4	0	×			
	1	1					1	F					1	a			
	2	STOP	a_2	a_3	a_4		2	ROLL ↑					2	+			
	3	x→( )	エ	ント	リー		3	×					3	↓			
	4	c					4	↓					4	x ⇆ y			
	5	y→( )					5	+					5	÷			
	6	b					6	F					6	F			
	7	↓					7	ROLL ↑					7	y ⇆ y			
	8	y→( )					8	×					8	−			
	9	a					9	b					9	↑			
	a	Clear					a	+					a	∣y∣			
	b	STOP	α_n	a_0	a_1		b	F					b	•			
	c	x→( )	エン	トリ	ー		c	POLL ↑					c	0			
	d	F					d	×					d	0			
1	0	y→( )				3	0	↓				5	0	0			
	1	e					1	+					1	0			
	2	×					2	y→( )					2	1			
	3	ROLL ↓					3	9					3	IF x>y			
	4	y→( )					4	∣y∣					4	ROLL ↑			
	5	d					5	•					5	End	a	•000	01
	6	+					6	0					6	d			
	7	↑					7	1					7	x ⇆ y			
	8	↓					8	IF x>y					8	e			
	9	+					9	ROLL ↓					9	ROLL ↑			
	a	F					a	End	b_3	•01	C_3		a	GOTO			
	b	ROLL ↑					b	y→( )					b	0			
	c	×					c	9					c	c			
	d	c					d	F					d				

ま と め

今回は数値解析のプログラムのみ取り上げたが，統計解析の方にも適切な演習題が数多くある．なお上記のプログラムは，YHP 9100A 機のためのプログラムであるので，他の機種の場合はまた異なったものとなることを付記しておく．

参 考 文 献

1）YOKOGAWA-HEWLETT-PAKARD Model 9100A CALCULATOR 使用法およびプログラミング．
2）電子計算機のための数学Ⅰ．Ⅱ．（共立全書）
3）マコーミック・サルバドリ FORTRAN による数値計算プログラム（サイエンスライブラリ）

（昭和46年5月1日受理）