

等価回路における電源について

土 井 政 則*

On the Electrical Sources in the Equivalent Circuits

Masanori DOI

Abstract

Author thinks it is the bottleneck in teaching or learning the electrical engineering that the popularized technical terms - "Electrical Sources", "Terminals", "Equivalent" etc. - are scarcely explained in explicit methods and that these terms are used in various meanings.

In this paper, the term "Electrical Sources" are tried to be explained explicitly. Definitions of the various electrical sources, axioms, theorems and their proofs are given. Some new terms and corrections of popularized terms are also given.

1. ま え が き

「電源」, 「端子」, などということばは, 具象的な意味から抽象的な意味にまで, また, 非専門家にまでひろく使われている重要なことばであるが, あまり説明がなされていない. 電気を学ぶ者はそれらのことばの持つ概念を長い時間と経験とにより体得していく.

このことは, 電気工学を教える時の隘路となり, 電気技術, 特に, 電子技術の知識を必要とする他の専門分野の人が, 電気を学ぶ時の障害となっている.

その理由の一つとして, ことばやシンボルが無定義のまま理論の中へもちこまれているということが考えられる. その場合, 学ぶ立場の人はことばを日常の意味でとらえてしまうので, 理論の中における意味とくい違いを生じる.

以上の観点に立って, 「電源」, 「端子」, 「等価回路」などを論理的に説明する必要がある. これらの用語の説明は若干の著書¹⁾²⁾³⁾, 論文⁴⁾である程度示されているが, 【不十分であり, 他の著書では素通りに終わっている. 本文では, 電氣的な「源」, すなわち, 電源に限って述べるが, 概念的には他の分野の一般等価回路にも通じる³⁾.

「電源」ということばが通常どのように使われているかを考えると,

- (A) 実際の電源装置を意味する具象的な使われ方.
- (B) その装置は, 負荷に相対するエネルギー源である.

(C) 従って, 理想電圧源に近い電圧源である. これは, 電力工学の立場からの伝統的な使い方であり, この使い方が電気の普及とともに一般にひろく普及している. だが, 安易に使われていることが, 次に述べることの理解を困難にしている.

すなわち, 情報工学的立場から電子工学的素子, 特に半導体素子を考える場合

(a) その能動性を説明するために抽象的な電源が必要であり⁵⁾.

(b) 情報の発生源という考え方も必要

(c) 定電流特性をもつものが多く, 従って, 理想電流源という考え方が必要.

(A)~(C)と(a)~(c)は全く対照的であるから, どちらか一方に片寄せた説明は, 他方の理解を困難にする. 等価回路における電源は, (A)~(C), (a)~(c)のすべてを含まなければならない. その意味では, 回路理論における電源と同じであるが, 等価回路は, 現実と回路理論との橋わたしをするものと考えると, 回路理論と全く同一には論じられない. すなわち, 等価回路においては, まず現実のとらえ方が重要であり, 次に, それを明解に表現する必要がある. そのためのことばの定義やシンボルが必要である.

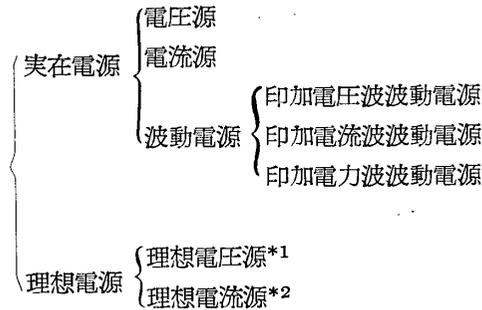
2. 電源のとらえ方と用語

2-1 具象性

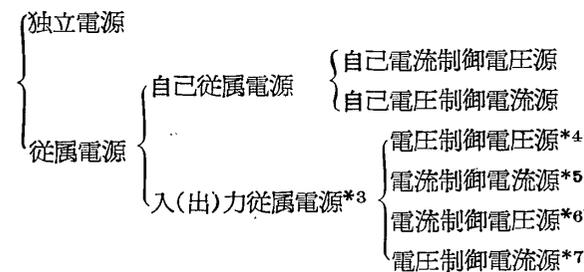
{ 実際電源 (装置)
{ 概念電源

* 宇部工業高等専門学校電気教室

2-2 実在性



2-3 独立性



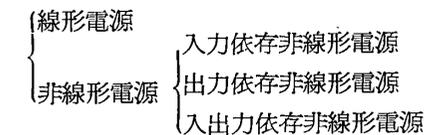
2-4 ポート数

- { 1 ポート電源
- { 2 ポート電源

2-5 能動性

- { 真電源
- { 偽電源

2-6 線形性



2-7 情報性

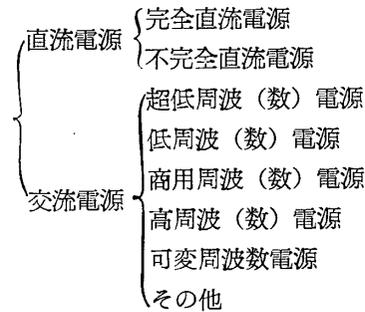
- { エネルギー源
- { 信号電源

2-8 波形

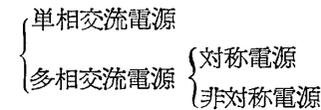
- { 一定値電源
- { 正弦波電源
- { 方形波電源

- { 鋸歯状波電源
- { 三角波電源
- { 雑音電源
- { その他

2-9 周波数



2-10 相数



以上の他に、特に電源装置については、それらの構造等から多くの呼称があるが、等価回路的に、すなわち、機能の点からみれば以上で足りる。

3. 定義とシンボル

前述の用語のうち、直観的に理解できるものは省略して等価回路において重要なものと特に新しい用語について定義する。

3-1 理想電圧源 (Fig. 1)

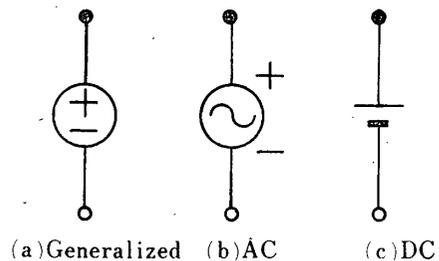
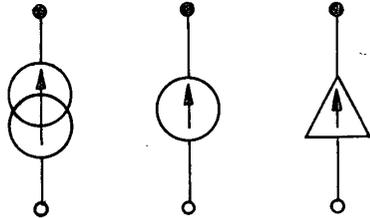


Fig. 1 Ideal voltage source

脚註 *1. 定電圧源という呼称があるが、低電圧源や一定電圧を発生する直流電源とまぎらわしいので、使わないことにする。
 *2. 定電流源という呼称も上述の理由で使わないことにする。
 *3. 制御電源と呼ばれることが多いが、被制御電源と呼ばれるべきである。それでも不明確であるので、独立な電源との対照を明確にするために従属ということばを使用し、自己従属的なものと区別する必要から、入(出)力ということばを付ける。トランスアクタともいう。
 *4. 電圧伝送電源ともいわれている。
 *5. 電流伝送電源ともいわれている。
 *6. インピーダンス伝送電源ともいわれている。
 *7. アドミッタンス伝送電源ともいわれている。

電源の出力端子電圧が負荷変動の影響を受けないような電源。

3-2 理想電流源 (Fig. 2)



(a) Generalized (b) AC (c) DC

Fig. 2 Ideal current source

電源の出力端子電流が負荷変動の影響を受けないような電源。

3-3 電圧源 (Fig. 3)

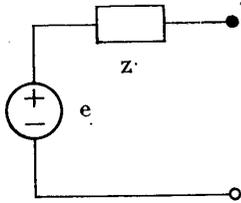


Fig. 3 Voltage source

理想電圧源と直列内部インピーダンスで表わされる電源。

3-4 電流源 (Fig. 4)

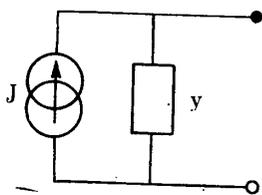


Fig. 4 Current source

理想電流源と並列内部アドミッタンスで表わされる電源。

【註】 電流源と電圧源は互いに双対である。

3-5 波動電源 (Fig. 5)

任意長の線路で、手前はその映像インピーダンスで成端され、その端子には印加電圧波、電流波、電力波が現

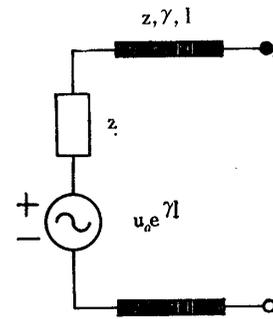


Fig. 5

われるような電源。

3-6 独立電源

内部起電圧値、あるいは、内部起電流値が、他から全く独立している電源。

【註】 この電源は実在しない。しかし、内部起電圧あるいは起電流発生以後を問題とする場合には、独立電源としてとり扱える。独立電源は1ポート電源になる。

3-7 自己電流制御電圧源 (Fig. 6)

自己電流 i とは逆向きに、 $v=zi$ の大きさの電圧を持ち、消費電力 $p \geq 0$ である電源。

【註】 これは1ポート電源である。また、後述の偽電圧源であって、インピーダンス z に等価である。自己電流制御電圧源は、 z の降下電圧、すなわち、逆起電圧を示している。

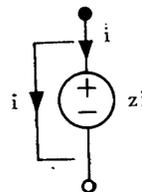


Fig. 6

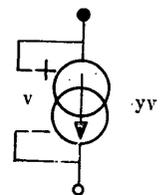


Fig. 7

3-8 自己電圧制御電流源 (Fig. 7)

自己電圧 v とは逆むきに、 $i=yv$ の大きさの電流をもつ電流源。

【註】 自己電圧制御電源に双対な電源である。偽電源で、アドミッタンス y に等価である。

3-9 電圧制御電圧源 (Fig. 8)

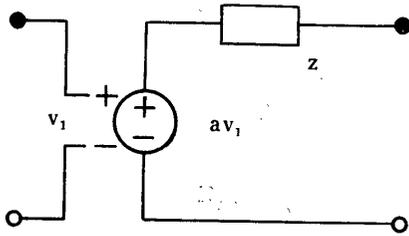


Fig. 8

2ポート電源で、入力ポート電圧 v_1 により、出力側内部起電圧 e が制御され $e=av_1$ となる電源。

3-10 電流制御電流源 (Fig. 9)

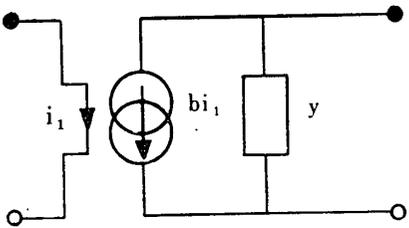


Fig. 9

2ポート電源で、入力ポート電流 i_1 により、出力側内部起電流 J が制御され $J=bi_1$ となる電源。

【註】 これは、電圧制御電圧源に双対な電源である

3-11 電流制御電圧源 (Fig. 10)

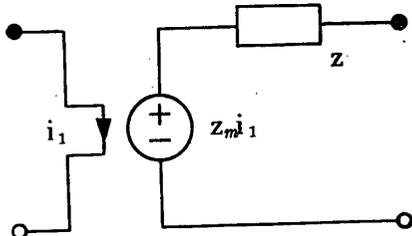


Fig. 10

2ポート電源で、入力ポート電流 i_1 により、出力側内部起電圧 e が制御され $e=zmi_1$ となる電源。

3-12 電圧制御電流源 (Fig. 11)

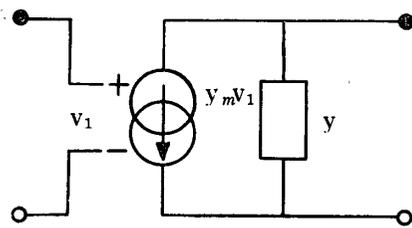


Fig. 11

2ポート電源で、入力ポート電圧 v_1 により、出力側内部起電流 J が制御され $J=ymv_1$ となる電源。

【註】 これは電流制御電圧源に双対な電源である。

3-13 真電源

消費電力 $p < 0$ すなわち電力を送り出し、起電圧法により端子量の方向をきめれば、端子間電圧と通過する電流との方向が一致する。

3-14 偽電源

消費電力 $p \geq 0$ すなわち、電力を消費するみせかけの電源。

3-15 線形電源

Fig. 8, Fig. 9, Fig. 10, Fig. 11 において、 a, z , あるいは b, y, z_m, y_m のすべてが、端子量に独立な電源。

3-16 入力依存非線形電源

入力従属電源において、 $a=a(v_1)$, $b=b(i_1)$, $z_m=z(i_1)$, $y_m=y_m(v_1)$ と入力端子量に從属している電源。

3-17 出力依存非線形電源

電圧源、電流源、入力従属電源の $z=z(i)$, $y=y(v)$, $z=z(i_2)$, $y=y(v_2)$ と出力端子量に從属している電源。

3-18 入出力依存非線形電源

入力従属電源において、入力依存非線形性と出力依存非線形性とを併せもつ電源。

4. 公理

前述の各電源の定義とシンボルから、各電源は理想電圧源、あるいは、理想電流源を含んでいて、この二つの電源によって回路理論の中へはめこまれる。理想電圧源及び、理想電流源の性質は、それらの定義から次の公理として表現される。

公理 1. 理想電圧源の内部インピーダンス z_s は $z_s = 0$

公理 2. 理想電流源の内部アドミッタンス y_s は $y_s = 0$

5. 定理

各電源は電圧源、電流源に帰着でき、電圧源、電流源は理想電源で表現されるから、これら四つの電源の性質を明確にする必要がある。

各定理の証明は附録に示す。

定理1a. 理想電圧源は短絡不可能である。

定理1b. 理想電流源は開放不可能である。

定理2a. 電圧源は短絡可能である。

定理2b. 電流源は開放可能である。

定理3a. 理想電圧源の有能電力は無限である。

定理3b. 理想電流源の有能電力は無限である。

定理4a. 電圧源の有能電力は有限である.

定理4b. 電流源の有能電力は有限である.

定理5a. 理想電圧源の並列接続は不可能である.

定理5b. 理想電流源の直列接続は不可能である.

定理6a. 電圧源の並列接続は可能である.

定理6b. 電流源の直列接続は可能である.

定理7a. 理想電圧源および電圧源の直列接続は可能である.

定理7b. 理想電流源および電流源の並列接続は可能である.

各定理の a と b は, 理想電圧源と理想電流源が双対関係にあり, 電圧源と電流源が双対関係にあることを示している.

また, これらの定理は理想電圧源と電圧源が異なった性質をもつ電源であることを示しており, 理想電圧源を電圧源の特別の場合とみて, 電圧源の中に含ませることは誤りであることを示している. すなわち, 理想電圧流と電圧源とを別々に定義しなければならない.

理想電流源と電流源についても全く同様である.

電圧源と電流源については次の定理で述べる重要な性質がある.

定理 8. (等価電源の定理)

内部起電圧*8 \dot{E} , 内部インピーダンス \dot{Z} の線形電圧源と内部起電流*9 \dot{j} , 内部アドミッタンス \dot{Y} の線形電流源とは $\dot{E} = \dot{Z}\dot{j}$ かつ $\dot{Z} = \frac{1}{\dot{Y}}$ ならば等価である. (Fig. 12)

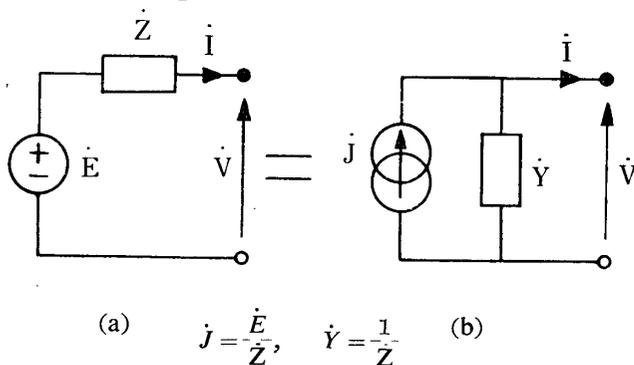


Fig. 12 Equivalency between the voltage source and the current source

脚註 *8 通常, 起電力といわれているが, 電力でなくて, 電圧の意味であり, また, 双対的に起電流を考える必要があるため, 起電圧ということばを使う.

*9 起電圧に双対なものとして, 起電流ということばを採用する.

波動源については, 次に述べる性質がある.

定理 9. 波動源に等価な電圧源をつくることのできる (Fig. 13)

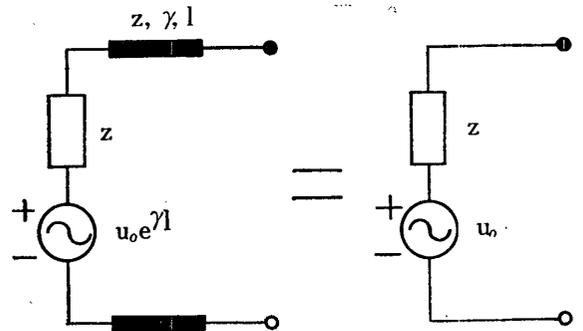


Fig. 13 Equivalency between the wave source and the voltage source.

6. 検討

いくつかの例をあげて, 本文で定義した用語の妥当性を示す.

6-1 Fig. 14に示す回路で, $R > 0$ の時,

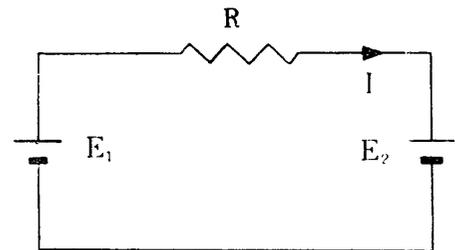


Fig 14

$I = \frac{E_1 - E_2}{R}$ となり, $E_1 > E_2 > 0$ ならば $I > 0$. この場合, 直流電源 E_1 は $P = E_1(-I) < 0$ で, 真電源となり, エネルギー源になっている. 一方, 直流電源 E_2 は $P = E_2 I > 0$ で, 偽電源になり負荷になっている. E_2 の実際例としては, 充電されている電池とか直流電動機の電機子内の逆起電圧などをあげることができる.

6-2 接合トランジスタ回路において, ベース接地の低周波小信号に対する T 形等価回路から, エミッタ接地の T 形等価回路の誘導を Fig. 15 に示す. (c) 図に, 自己電流制御電圧源 ($-r_{m1c}$) が現われる. これは偽電源で自己抵抗 ($-r_m$) になる. (d) 図. r_{m1b} なる理想電圧源は, 交流電源であり, 電流制御電圧源である.

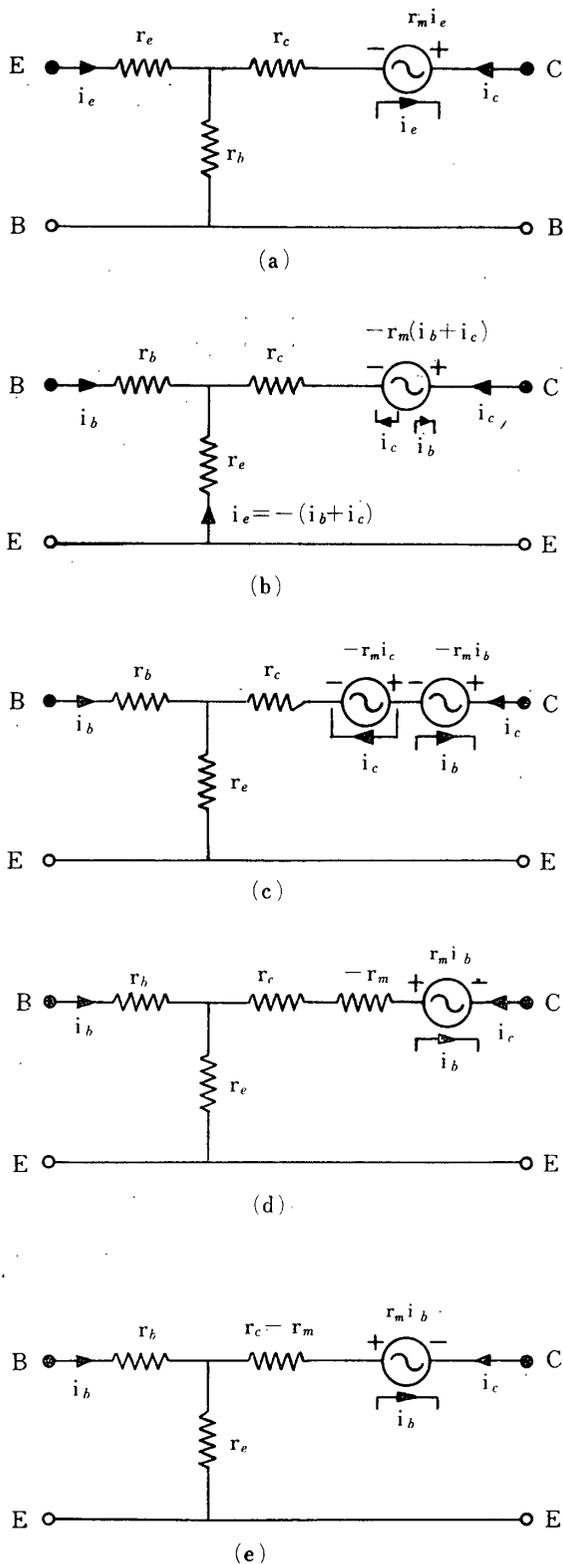


Fig. 15

(c)図, (d)図, (e)図.

(a)図の $r_m i_e$ なる理想電圧源も同様である.

6-3 次の h パラメータをもつ回路方程式

$$v_1 = h_{11}i_1 + h_{12}v_2$$

$$i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}v_2$$

において, $h_{11}i_1$ は自己電流制御電圧源で, h_{11} という大きさの自己インピーダンスになり, h_{12} は逆方向電圧比で $h_{12}v_2$ の大きさをもつ電圧制御電圧源になり, h_{21} は順方向電流比で, $h_{21}i_1$ は電流制御電流源に, $h_{22}v_2$ は, 自己電圧制御電流源で, 自己アドミタンス h_{22} になる. 以上のことを図示すれば, Fig. 16 であらわされる. 図では $h_{12}v_2$ と $h_{21}i_1$ が 1 ポート電源のようにみえるが, 2 ポート電源である.

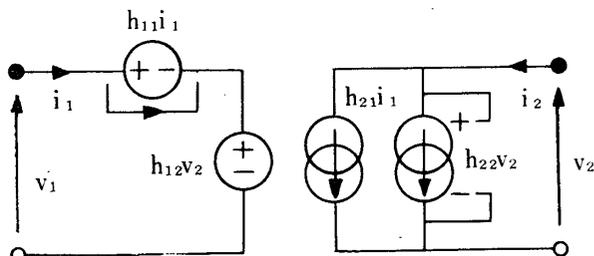


Fig. 16

6-4 上の例において, $h_{22} = 0$ とすれば, $v_2 - i_2$ 特性は $h_{21}i_1$ なる理想電流源で規定される. この理想電流源で, トランジスタの定電流特性を表現できることになる.

7. むすび

電源を10通りの方向からとらえて分類し, 更に, 必要に応じて細分類していき, 各々に用語と定義とシンボルを与えた. 用語の中には, 自己制御電源, 偽電源などのような全く新しい用語をいくつか導入した. また, 起電力, 制御電源のように常用されている用語の不適當なことを示して, 新しい用語を導入した. それにより, 「電源」ということばのもついろいろの意味が, 定性的ではあるが明確にされた.

更に, 公理と定理とにより, 電源の性質が明確にできて回路理論との接続が容易になった. 「等価回路」や「端子」などのことばについても, 同様のことを行ない, これらを一般等価回路に拡張することを引続いて行っている.

ここでの方法は, 電算機を使用した自然言語によるドキュメンテーションや CAI や CAD にも使える. その方面も今後検討して行きたい.

「謝辞」

本研究の直接のきっかけを与えていただいた本校 大久保助手, ならびに 有益な討議と声援をいただき, 本校 嶺助教授に謝意を表す.

参考文献

- 1) W. Klein 原著：「回路網の基礎理論」 コロナ 1965.
- 2) E. A. Guillemin 原著：「回路網基礎学」 無線従事者教育協会，1959
- 3) 高橋利衛：「工学の創造的学習法」 オーム社，1965
- 4) 大野：「特異な回路素子について」電子通信学会，回路とシステム理論研究会資料 1968，5
- 5) G. E. Sharpe："Axioms on Transactors" IRE, Trans. on Circuit Theory, 1958

附 録

定理 1 a の証明

確定した内部起電圧 e をもつ理想電圧源を Fig.17 のように短絡すれば，短絡電流は $i = \frac{e}{0} = \infty$ となり，端子の左側の電圧は確定した e ，右側の電圧は， $\infty \times 0$ となる。すなわち，

$$e = \infty \times 0 \quad \text{〔不定〕}$$

となって，矛盾。故に短絡できない。

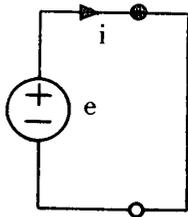


Fig. 17

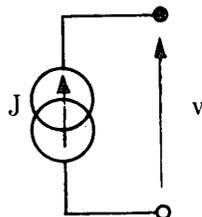


Fig. 18

定理 1 b の証明

確定した内部起電流 J をもつ理想電流源を Fig.18 のように開放すれば，開放電圧は $v = J \times \infty = \infty$ となり，端子の左側の電流は確定した電流 J ，右側の電流は $\infty \times 0$

$$J = \infty \times 0 \quad \text{〔不定〕}$$

となって，矛盾。故に開放できない。

定理 2 a の証明

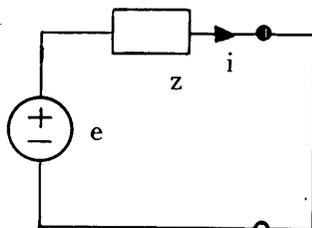


Fig. 19

Fig.19 において， $z \neq 0$ であるから，線形電源なら $i = \frac{e}{z}$ となって，端子電流が一意に定まる。非線形電源ならば， $z(i)$ となり $i \cdot z(i) = e$ となり，電流が確定する。故にいずれの場合も短絡可能である。

定理 2 b の証明

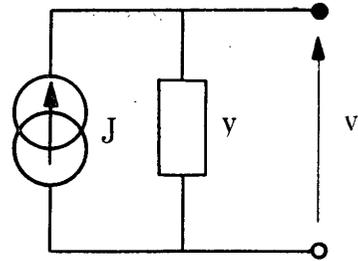


Fig. 20

Fig.20 において $y \neq 0$ であるから，線形電源なら $v = \frac{J}{y}$ となって，端子電圧が確定する。非線形電源ならば， $y(v)$ となり $v \cdot y(v) = J$ となり，電圧が確定する。故にいずれの場合も開放可能である。

定理 3 a の証明

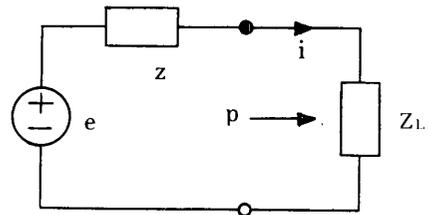


Fig. 21

Fig.21 において，線形電源ならば， Z_L に供給される有効電力 P ，及び有能電力 P_a は次のようになる。 e を基準にすれば

$$i = \frac{|e|}{z + Z_L} = \frac{|e|}{(r+r_L) + j(x+x_L)}$$

$$\bar{i} = \frac{|e|}{r+r_L - j(x+x_L)}$$

$$v = Z_L i = \frac{|e| (r_L + jx_L)}{(r+r_L) + j(x+x_L)}$$

$$p = \text{Re} \{ v \bar{i} \}$$

$$= \frac{|e|^2 r_L}{(r+r_L)^2 + (x+x_L)^2}$$

故に， p は $r=r_L$ ， $x=-x_L$ のとき最大になる。すなわち，

$$P_{max} = p_a = \frac{|e|^2}{4r}$$

従って， $r=r_L \rightarrow 0$ $p_a \rightarrow \infty$ 理想電圧源

$(x = -x_L = 0)$

定理 5 b の証明

$r = r_L > 0 \quad p_a < \infty$ 電圧源

定理 3 b, 4 b の証明

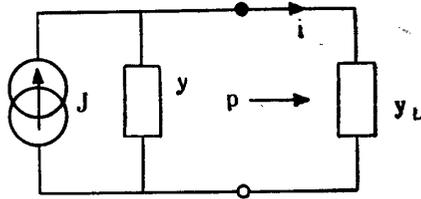


Fig. 22

Fig. 22 において、線形電圧源ならば y_L に供給される有効電力 p 、及び有能電力 p_a は次のようになる。

J を基準にとれば、

$$v = \frac{|J|}{y + y_L} = \frac{|J|}{(g + g_L) + j(b + b_L)}$$

$$\bar{v} = \frac{|J|}{(g + g_L) - j(b + b_L)}$$

$$i = y_L v = \frac{|J| (g_L + j b_L)}{(g + g_L) + j(b + b_L)}$$

$$p = \text{Re} \{ \bar{v} i \} = \frac{|J|^2 g_L}{(g + g_L)^2 + (b + b_L)^2}$$

故に p は $g = g_L$, $b = -b_L$ のとき最大になる。
すなわち

$$p_{max} = p_a = \frac{|J|^2}{4g}$$

従って、 $g = g_L \rightarrow 0 \quad p_a \rightarrow \infty$ 理想電流源

$(b = -b_L = 0)$

$g = g_L > 0 \quad p_a < \infty$ 電流源

定理 5 a の証明

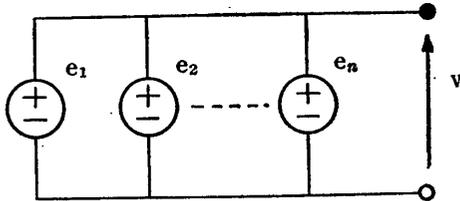


Fig. 23

Fig. 23 において

(i) $e_1 = e_2 = \dots = e_n$ の場合

$v = e_1 = \dots = e_n$ となり、 v は確定して、負荷側の電流は確定するが n 個の理想電流源の電流分担は不定。

(ii) $e_1 = e_2 = \dots = e_n$ でない場合

$e_i \neq e_j$ とすれば、 $e_i - e_j$ の大きさをもつ理想電圧源が短絡されることになり、定理 1 a によりこれは不可能である。

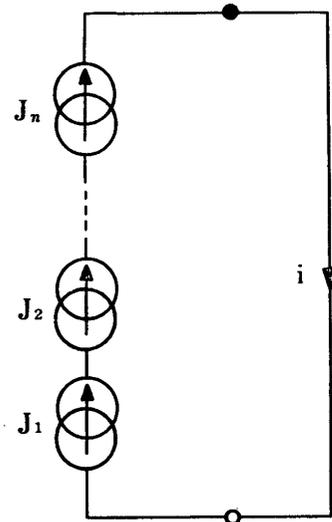


Fig. 24

Fig. 24 において

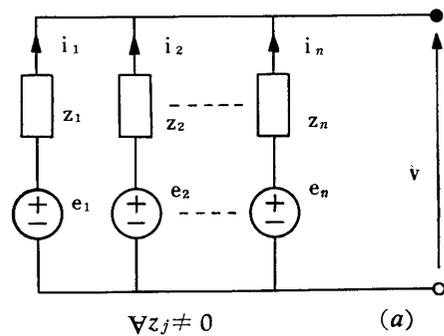
(i) $J = J_2 = \dots = J_n$ の場合

$i = J_1 = \dots = J_n$ となり i は確定するが重ねの理が成立せず n 個の理想電流源の電圧分担は不定。

(ii) $J_1 = J_2 = \dots = J_n$ でない場合

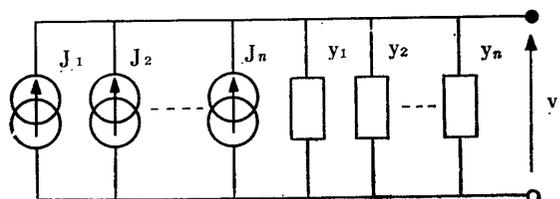
$J_i \neq J_j$ とすれば $J_i - J_j$ の大きさをもつ理想電流源が開放されることになり、定理 1 b により、これは不可能である。

定理 6 a の証明



$\forall z_j \neq 0$

(a)



$$J_j = \frac{e_j}{z_j}$$

$$y_j = \frac{1}{z_j}$$

(b)

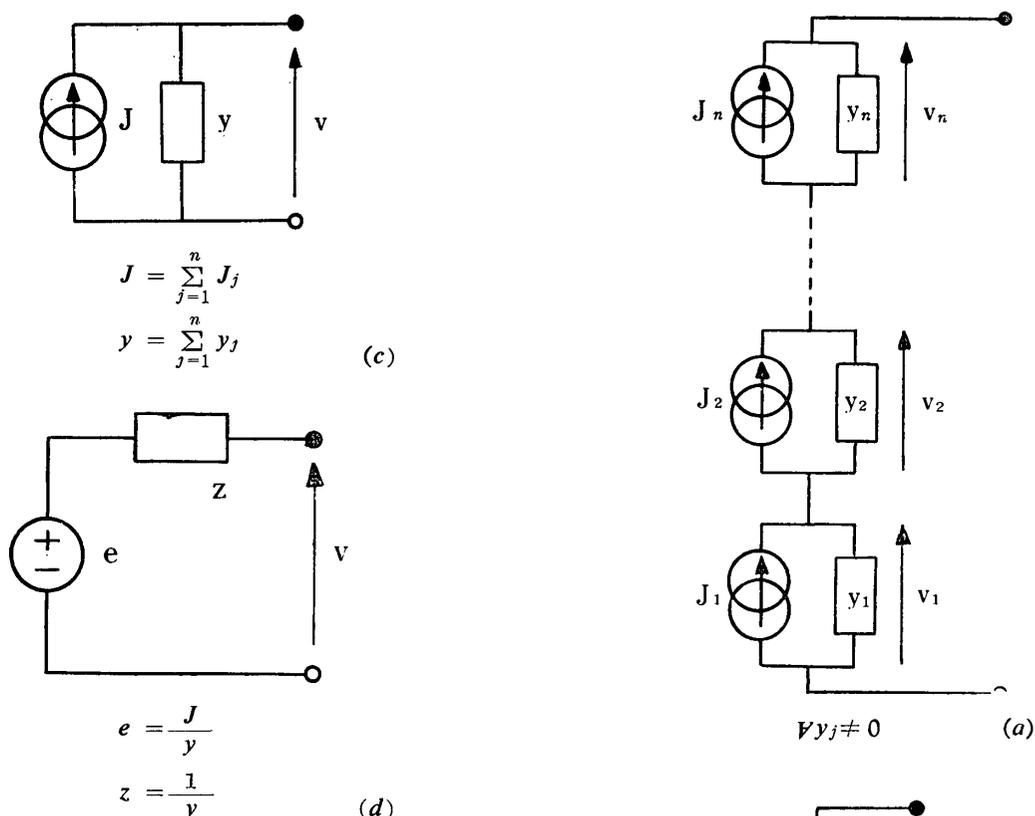


Fig. 25

Fig. 25(a)において、各電圧源を線形電源とすれば、後述の定理7を用いて、(b)のように等価変換される。それは更に、(c)、または、(d)のように等価変換されて確定する。すなわち、電圧源の並列接続は可能である。

【註】(a)において、各電圧源枝路の電流 i_j は

$$i_j = -\frac{e_j - v}{z_j}$$

となり、各電圧源は $i = \sum_{j=1}^n i_j$ となるような電流分担をする。これは実際電源装置の並列運転、あるいは並列接続として有意義である。

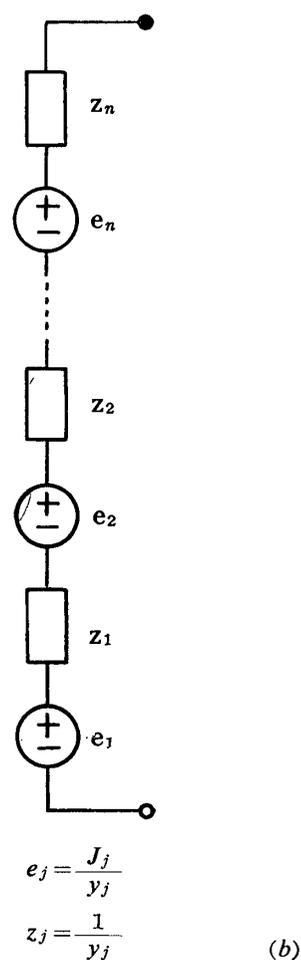
定理6bの証明

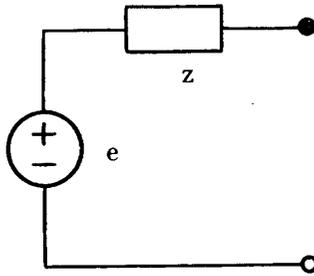
Fig. 26(a)において、各電流源を線形電源とすれば、後述の定理7を用いて、(b)のように等価変換される。それは更に、(c)、または、(d)のように等価変換されて確定する。すなわち、電流源の直列接続は可能である。

【註】(a)において、各電流源の端子間電圧 v_j は

$$v_j = \frac{J_j - i}{y_j}$$

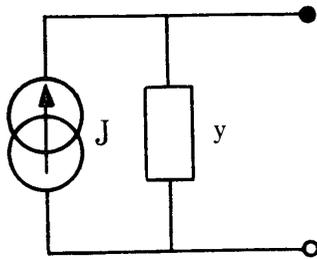
となり、各電流源は $v = \sum_{j=1}^n v_j$ となるような電圧分担をする。これは実際電源装置の直列運転、あるいは直列接続として有意義である





$$e = \sum_{j=1}^n e_j$$

$$z = \sum_{j=1}^n z_j \quad (c)$$



$$J = \frac{e}{z}$$

$$y = \frac{1}{z} \quad (d)$$

Fig. 26

定理 7a の証明

(i) 理想電圧源を n 個直列接続

すれば $E = \sum_{j=1}^n E_j$ として

E が確定する.

(ii) Fig.26(b)のように電圧源を n 個直列接続

すれば

$$V = (e_1 - Z_1 I) + (e_2 - Z_2 I) + \dots + (e_n - Z_n I)$$

$$= \sum_{j=1}^n e_j - I \sum_{j=1}^n Z_j$$

$$= e - IZ$$

として V, I が確定する.

定理 7b は定理 7a の双対として考えれば自明.

定理 8 の証明

Fig.12(a)において、電圧源であるから、 $Z \neq 0$

$$\dot{V} = \dot{E} - \dot{Z} \dot{I}$$

これを \dot{I} について求めると

$$\therefore \dot{I} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} - \frac{\dot{V}}{\dot{Z}}$$

$$= j - \dot{Y} \dot{V}$$

$$\text{但し } j = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}}, \quad \dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}}$$

すなわち、(b) になり、互いに等価である

定理 9 の証明

参考文献 (1)の P. 143

(昭和45年9月15日受理)