

グラディエント法に基づいた PIV 法

橋本 基* 石原 宏幸**

A Method of Particle Image Velocimetry Based on the Gradient Method

Hajime Hashimoto* Hiroyuki Ishihara**

Abstract: The gradient method is effective to analyze the velocity field of the flow. However, the dynamic range is not so wide. In this paper, a method analyzing velocity combined with the pyramid hierarchical method is proposed. This method is applicable in a wider range of the velocity than the original gradient method. The effectiveness of the method is examined by analyzing the PIV standard images.

Keyword: particle image velocimetry, gradient method, pyramid hierarchical method

1. 緒言

現在、流れ場の解析を様々な分野で見かけることがある。例えば、航空、自動車のような交通手段の飛行、走行の際の気流を計測すること、建築においては、空調設備による屋内の空気の流れを計測すること、プラントの冷却装置やポンプなどの流体機器に起こるキャビテーションや、エンジンなどの燃焼場を解析することなどがある。また最近では、医学において、血流画像から血流の流れを解析することで、治療に役立てようとしている、などが挙げられる。

本研究では、流れ場のような連続的な速度場の速度解析方法を開発することを目的としている。現在、流れ場の速度解析として有効な方法に、PIV 法 (Particle Image Velocimetry: 粒子画像速度測定法)^[1]がある。PIV 法にはいくつかの手法があるが、その中で連続的な流れ場の解析には、グラディエント法 (gradient-based method)^{[2][3]}が優れている。しかし、グラディエント法はダイナミックレンジが狭いという欠点がある。

今回は、よりダイナミックレンジを広げるために、グラディエント法を基に速度解析法を改良し、ピラミッド階層化法を組み合わせた方法を提案する。シミュレーションにより、最適な重み、最適な画素領域サイズを決定し、適用できる速度範囲が広がることを確認する。さらに、PIV 標準画像を用い、流れ場の解析に有効であることを示す。

2. 方法

2.1 速度解析式

Fig.1 のように、時刻 t における座標 (x, y) の画像関数を $f_1(x, y)$ とする。 Δt 時刻経過した後の座標 $(x + \Delta x, y + \Delta y)$ に輝度値が一定で移動した時の画像関数を $f_2(x, y)$ とすると、2 点間の関係は式 (1) のようになる。

$$f_2(x - u, y - v) - f_1(x, y) = 0 \quad (1)$$

ここで、 u, v は、 x, y 方向の速度を表すもので、 $u = \Delta x / \Delta t$ 、 $v = \Delta y / \Delta t$ とする。さらに、流れ場が連続であるとき、式 (2) に示す速度の空間的変化が小さくなる。

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \quad (2)$$

$$f_2(x, y) = f_1(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t)$$

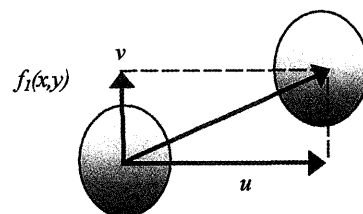


Fig.1 Principle of velocimetry

式 (1)、式 (2) を共に最小にする条件から速度を求めるために、式 (3) の評価関数を定義する。ここでの w は、第 1 項と第 2 項の相対的な重みを決定する係数である。

(2006 年 11 月 24 日 受理)

*宇部工業高等専門学校 電気工学科

**宇部工業高等専門学校 生産システム工学専攻

$$E = \iint \left\{ f_2(x-u, y-v) - f_1(x, y) \right\}^2 + w \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (3)$$

u, v を求めるために、まず、式(3)の評価関数 E を最小にする速度の条件式をオイラーの公式から導く。そして、この条件式を u, v について解き、式(4)、(5)の反復推定式を得る。

$$u_n = \frac{1}{w} \left\{ f_2(x-u_{n-1}, y-v_{n-1}) - f_1(x, y) \right\} \times \left\{ f_2(x-u_{n-1}+1, y-v_{n-1}) - f_2(x-u_{n-1}-1, y-v_{n-1}) \right\} + \overline{u_{n-1}} \quad (4)$$

$$v_n = \frac{1}{w} \left\{ f_2(x-u_{n-1}, y-v_{n-1}) - f_1(x, y) \right\} \times \left\{ f_2(x-u_{n-1}, y-v_{n-1}+1) - f_2(x-u_{n-1}, y-v_{n-1}-1) \right\} + \overline{v_{n-1}} \quad (5)$$

ここでの、 n は反復回数を示す。また、 $\overline{u}, \overline{v}$ は注目画素の周囲 8 点の平均値である。

2.2 ピラミッド階層化法⁴⁾

ピラミッド階層化法は、Fig.2 に示すように、1つの画像に対して複数の解像度の画像を解像度の順に積み重ねて作成される画像系列を解析に用いる方法である。

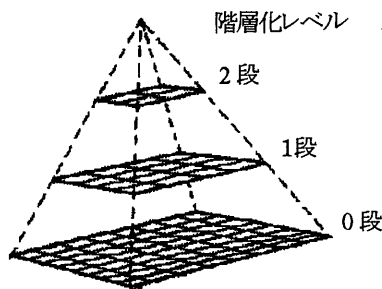


Fig.2 The pyramid hierarchical method

今回は、平均値ピラミッド法を応用した。平均値ピラミッド法とは、元画像の画素領域サイズごとの平均濃淡値を縮小した画像の 1 画素の濃淡値として用いる方法である。また、縮小する画像の 1 画素に対する元画像の画像領域サイズを任意に変えて、1 段の階層化を行った。まず、速度の初期値は 0 として、縮小した画像で速度解析を行う。そして、縮小した画像で得られた速度を初期値として、元画像で速度解析を行った。

3. シミュレーション

最適な重み w 、最適な画素領域サイズの決定、階層化法の有効性を確認するためにシミュレーションを行った。今回は、標準画像での解析を想定した人工画像を作成した。人工画像を Fig.3 に示す。画像パラメータは、画面サイズ 320×240 画素、平均粒子径 5 画素、平均粒子間隔 8 画素、平均粒子輝度 180、背景輝度 30 としている。輝度レベルは、8 ビット 256 階調である。また、粒子サイズは±20%、粒子間隔は±75%、粒子輝度は±40%の範囲で一様乱数を用いて変化させた。

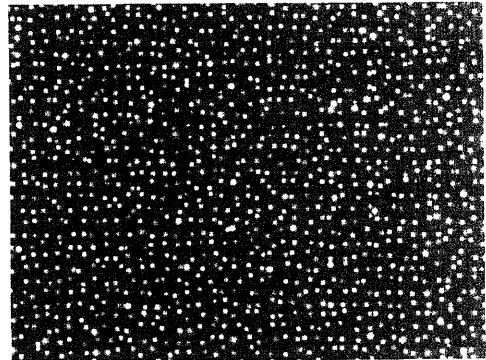


Fig.3 Simulation image

シミュレーション方法は、速度を、 $(u, v) = (0, 0) \sim (30, 0)$ [p/f] の範囲で変化させた。縮小画像には、平滑化処理を行い速度解析を行った。反復回数 n は画像の一片のサイズで十分とされているので、500 回で一定とした。^[5]

重み w の決定方法は、まず、階層化なしでの元画像の最適な重み w_0 を決定する。 w_0 の値は、1000~100000 の範囲で変えて行った。次に、縮小画像での重み w_1 は、 w_0 を基に、 w_0 と同じ、 $w_0 \div$ 画素領域の一片サイズ、 $w_0 \div$ 画素領域サイズと 3 つのパターンで行った。

画素領域のサイズの決定方法は、 $2 \times 2 \sim 6 \times 6$ の範囲でピラミッド階層化を行った。評価方法は、式(6)に示す 1 画素あたりの平均速度誤差率を評価値とする。ただし、 $XL \times YL$ は画面サイズ $u_i(x, y), v_i(x, y)$ が設定値の速度、 $u_r(x, y), v_r(x, y)$ が解析結果の速度である。

$$D = \frac{\sum_{XL} \sum_{YL} \sqrt{(u_i(x, y) - u_r(x, y))^2 + (v_i(x, y) - v_r(x, y))^2}}{XL \times YL}$$

$$G = \frac{D}{\sqrt{u_r(x, y)^2 + v_r(x, y)^2}} \times 100 \quad [\%] \quad (6)$$

階層化なしでのシミュレーション結果を Fig.4 に示す。グラフは、設定値と平均速度誤差率の関係を示している。横軸が速度の設定値、縦軸は 1 画素あたりの平均速度誤差率である。Fig.4 から、適用できる速度の範囲が広く、平均速度誤差率が最も小さいのは、 $w_0 = 10000$ の時であることがわかる。そこで、元画像での最適な重みを、 $w_0 = 10000$ とする。

次に、ピラミッド階層化法を組み合わせた結果を Fig.5 に示す。Fig.5 は、縮小した画像での重みを $w_I = w_0 (=10000)$ とし、画像領域サイズを変えたときの結果である。比較のために階層化なしの結果も示す。平均速度誤差率が 10%以下で見ると、階層化なしでは、解析可能な速度範囲は $u=3[p/f]$ までである。ピラミッド階層化法を組み合わせた方法では、階層化なしと比較すると解析可能な速度範囲が広がっていることがわかる。画像領域サイズを 2×2 とした時が最も良く、 $u=7[p/f]$ まで解析可能である。この結果から、ピラミッド階層化法はダイナミックレンジを広くすることに有効であることがわかる。さらに、縮小画像での重み w_I を、 $w_0 \div$ 画像領域の一片サイズ、 $w_0 \div$ 画像領域サイズと変えた時の結果を

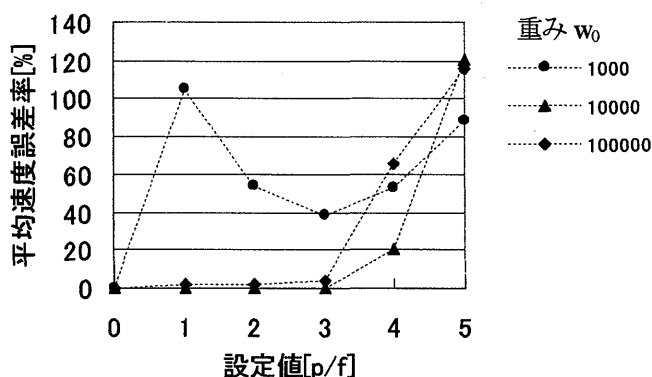


Fig.4 Result of Simulation

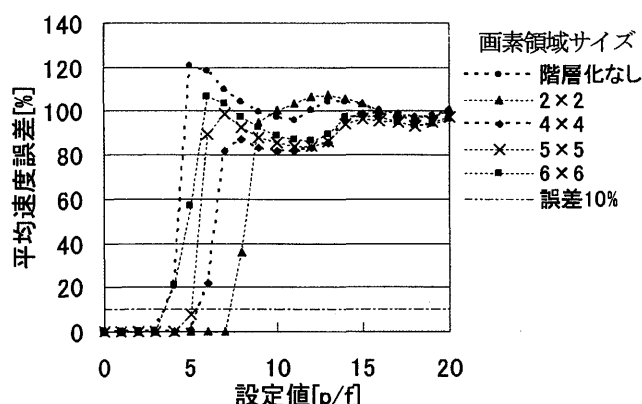


Fig.5 $w_I = w_0$

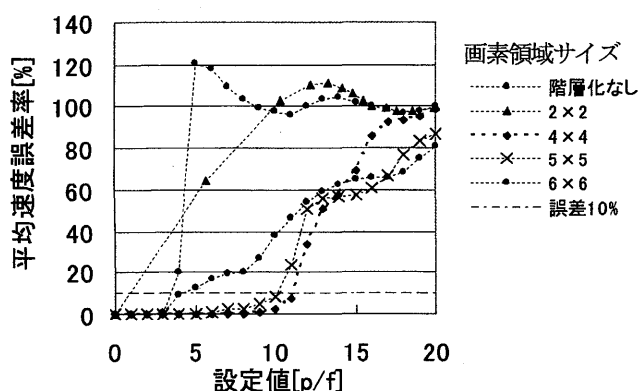


Fig.6 $w_I = w_0 \div$ side length

Fig.6、Fig.7 に示す。 w_I を $w_0 \div$ 画像領域サイズとした時が最も適用できる速度の範囲が広がるということがわかった。画像領域サイズを 6×6 とした時、 $u=24[p/f]$ まで解析可能な範囲が広がった。

Fig.7 で誤差 10% 以下の範囲を拡大した図を Fig.8 に示す。この結果から、画像領域サイズを大きくすることで、適用できる速度の範囲は広がる。しかし、速度の遅い範囲の平均速度誤差率が大きくなる傾向があることが分かった。

ここまでの結果で、ピラミッド階層化法を組み合わせることで、適用できる速度の範囲がより広がるということが分かった。

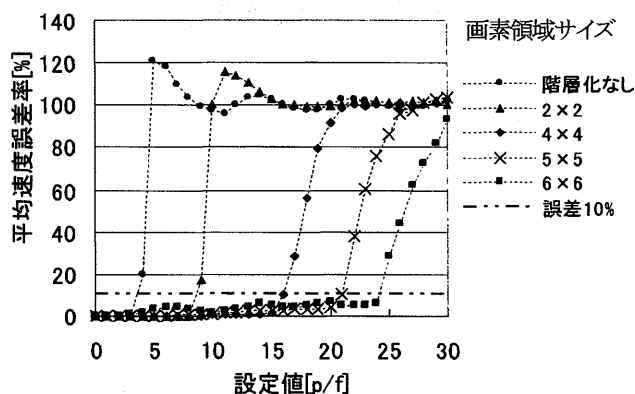


Fig.7 $w_I = 10000 \div$ Area size

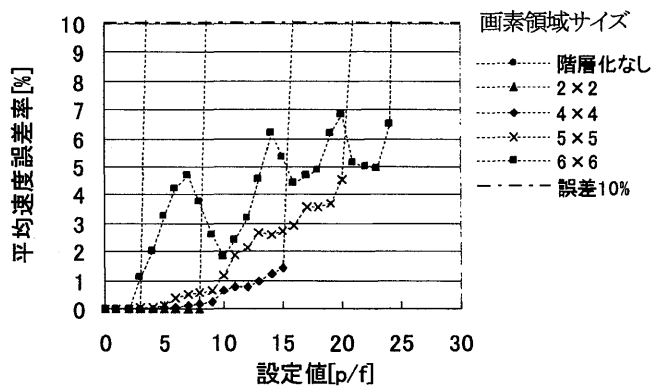


Fig.8 $w_I = w_0 \div$ Area size

4. PIV 標準画像^[6]

実際の流れ場の解析に有効であるかを確認するために、標準画像を用いて速度解析を行った。Fig.9 に示す画像は、可視化情報学会において、PIV 法の画像解析手法のチェックのために用いられている標準画像データである。画面サイズは、 256×256 画素である。また、Fig.10 は、標準画像の 8×8 画素領域で平均した速度ベクトル図である。今回は、Table.1 のように平均移動量 $V_m[p/f]$ 、移動量の標準偏差 $V_s[p/f]$ 、移動量の最大値 $V_x[p/f]$ 、粒子個数 N 、平均粒子径 D_m [画素]、粒子径の標準偏差 D_s [画素]を変えた 4 種類の標準画像 (No.1~4) を用いて解析を行った。No.1 を基準の画像データとする。

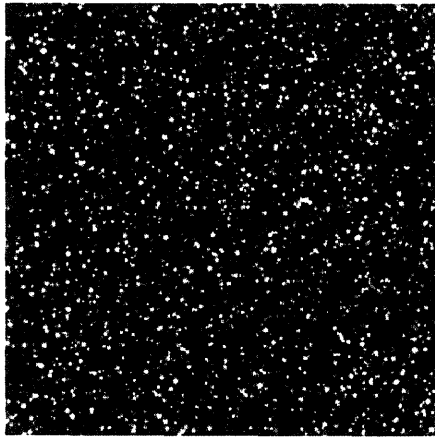


Fig.9 PIV standard image

Table.1 Active parameter

No.	Vm	Vs	Vx	N	Dm	Ds
1	7.5	3.0	15.0	4000	5.0	1.4
2	7.5	3.0	15.0	4000	10.0	4.0
3	7.5	3.0	15.0	1000	5.0	1.4
4	22.5	9.0	45.0	4000	5.0	1.4

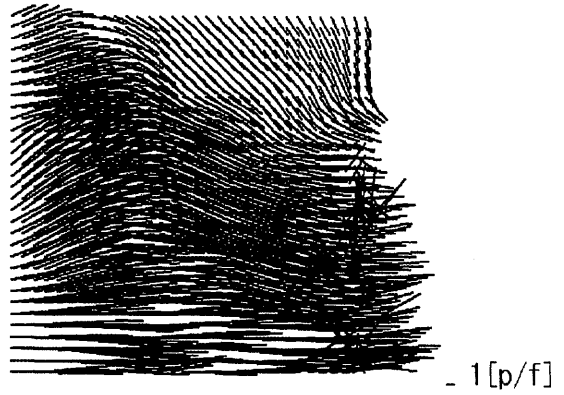


Fig.12 Analyzed velocity field (No.2)

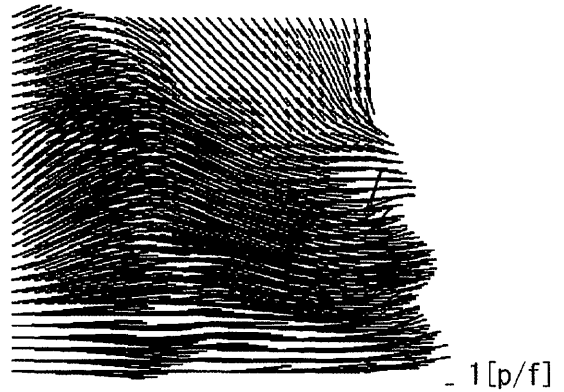


Fig.13 Analyzed velocity field (No.3)

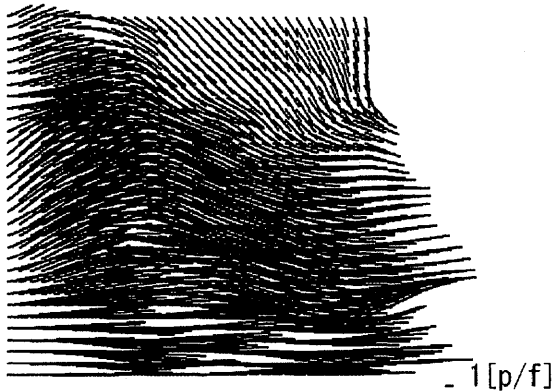


Fig.10 Correct Velocity field

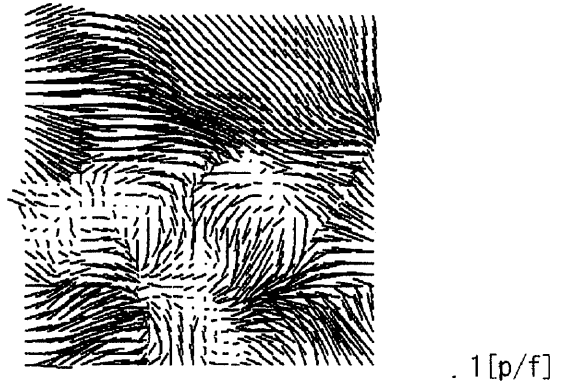


Fig.14 Analyzed velocity field (No.4)
(Area size=4×4, w₁=625)

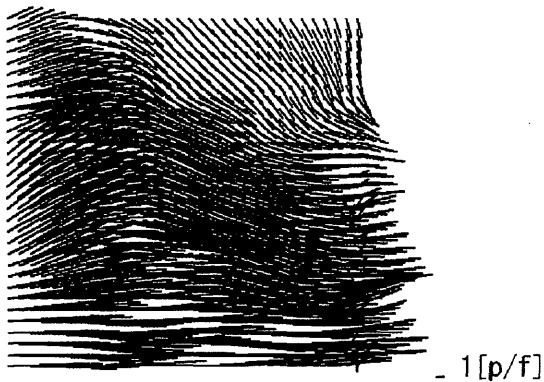


Fig.11 Analyzed velocity field (No.1)

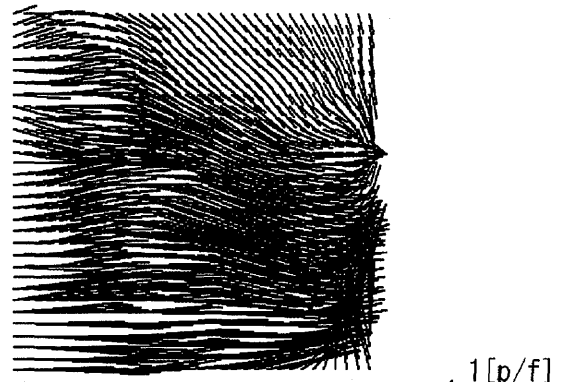


Fig.15 Analyzed velocity field (No.4)
(Area size=6×6, w₁=278)

解析方法について説明する。基準の画像では、移動量の最大値が $V_x=15[p/f]$ であることから、ピラミッド階層化の画像領域サイズは、Fig.8 において適用できる速度の範囲が $15[p/f]$ 以下の範囲で平均速度誤差率が最も小さい 4×4 とした。元画像の重みは $w_0=10000$ とする。縮小画像の重み w_1 は、 w_0 を画素領域サイズ 4×4 で割った 625 とした。反復回数 n は 500 回とした。

解析結果を Fig.11~15 に示す。No. 1 (Fig.11 参照) では、ほぼ正しい速度ベクトルが得られている。No. 1 に比べて粒子径を大きくした No. 2 (Fig.12 参照)、No. 1 に比べて粒子個数を少なくした No. 3 (Fig.13 参照) でも、ほぼ正しい速度ベクトルが得られた。

次に、No. 4 (Fig.14 参照) は、No. 1 に比べて移動量を大きくした場合である。移動量の小さい部分(右上部)での速度ベクトルは正しく得られているが、移動量が大きい部分の速度ベクトルは正しく得られなかった。これは、シミュレーションにおいて、画素領域サイズ 4×4 の時、解析可能な速度範囲が $15[p/f]$ (Fig.8 参照) までなので、移動量の大きい部分は正しく解析できないと考えられる。そこで、シミュレーションにおいて適用範囲の最も広がった、画素領域サイズ 6×6 とし解析を行ってみた。その結果を Fig.15 に示す。 4×4 (Fig.14 参照) と比べると改善されたが、全領域で正しい速度ベクトルを得ることはできていない。

標準画像を用いた解析の結果、適用できる速度の範囲内で

あれば、粒子径、粒子個数の画像パラメータが変わっても、流れ場での速度解析に有効であることが分かった。

5. 結言

今回、グラディエント法を改良した方法と、ピラミッド階層化法を組み合わせた方法を提案した。その結果、解析できる速度の範囲が広がった。また、標準画像の速度解析により、流れ場の解析に有効であることが分かった。

参考文献

- [1] 可視化情報学会編：PIVハンドブック、森北出版、p64-65(2002).
- [2] 三池、古賀、橋本、百田、野村共著：パソコンによる動画像処理、森北出版、p139-140 (1993).
- [3] Horn, B.K.P and Schunck, B.G, Determining optical flow, *Artificial Intelligence* 17, p185-203,(1981).
- [4] 安居院、中嶋共著：画像情報処理、森北出版、pp152(1991).
- [5] 三池、古賀、橋本、百田、野村共著：パソコンによる動画像処理、森北出版、p152(1993).
- [6] Okamoto, K., Nishio, S., Saga, T. and Kobayashi, T., "Standard Images for Particle Imaging Velocimetry", *Proc. PIV-Fukui'97*, (1997).