ベキ法則は自己相似性の１つの表現である

松浦利治*

Power-law is a presentation of self-similarity.

Toshiharu MATSUURA

Abstract：Linear Differential Equation df(x)/dx=c*f(x)/x, c:constant and c<=−1, means that local changing rate, the left side of the equation, is proportional to global changing rate, the right side. The equation presents self-similarity. The solution of the equation is A*x^c, A:constant, Power-law. Power-law is a presentation of self-similarity.

Key words：Power-law, self-similarity, Linear Differential Equation, local, global

１．はじめに

近頃は、インターネットのトラフィックにも自己相似性が見られるという 1)。

自己相似性に関して、ローカルな（局所的な）変化率がグローバルな（大域的な）変化率に比例する例を、自己相似性の１つの表現と考え、その例を満たす関数について考察する。

２．局所的変化率と大域的変化率との比例関係からのベキ(冪)法則の導出

次の１階線形微分方程式を考える。

df(x)/dx=c*f(x)/x　　　(1)

ここで*は掛算を表す。c は定数である。

左辺はローカルな（局所的な）変化率を表し、右辺の f(x)/x はグローバルな（大域的な）変化率を表している。

(1)はこれらが比例する例を示している。即ち局所的な変化率が大域的な変化率に比例する例を示している。

よって(1)式は自己相似形の１つの表現と解釈できる。

そして定数 c は“相似比”を表すと考えられるが、ここでは c<=−1 とする。

(1)より

df(x)/f(x)=c*dx/x

∫(1/f(x))df(x)=c*∫(1/x)dx+Const.

∴ log f(x)=log A*x^c　　　(2)

ここで^はベキ乗を表す。A=exp(Const.)とする。

よって

f(x)=A*x^c　　　(3)

p(x)を確率密度関数として f(x)= p(x)とおくと

p(x)=A*x^c　　　(4)

ただし規格化の条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx=1$$

(2004 年 11 月 18 日受理)

* 宇部工業高等専門学校経営情報学科

を満たすものとする。ただしここでは x>0 の大きいところを対象とするので、

$$\int_{0}^{+\infty} p(x)dx=1$$

を満たすものとする。

よって(4)はベキ(冪)法則である。

まとめると、自己相似形を表現する(1)式を満たす確率密度関数はベキ法則である。

3．おわりに

ローカルな（局所的な）変化率がグローバルな（大域的な）変化率に比例するときの確率密度関数は、ベキ(冪)法則であることがわかった。ローカルな変化率がグローバルな変化率に比例することは自己相似性の１つの表現と考えると、ベキ法則は自己相似性の１つの表現であることがわかった。

参考文献

1)　福田健介：ネットワークトラフィックの自己相似性とその生成モデル、情報処理、46巻6号、pp.603-609、2004年6月