

偏差の二乗に関する一考察

松浦利治*

A Consideration on the Square of Deviation

Toshiharu MATSUURA*

Abstract : In various fields, the square of deviation (error) is often estimated. What is the meaning of the square of error? (1) Let e be error, then the square of error is $e^2=e \cdot e$. If e is large, then e^2 is larger. If e is small, then e^2 is smaller. (2) e^2 is related to energy or power. (3) We want to see the objects as smooth changing.

Key words : Deviation, Error, Square of Deviation, Square of Error, Energy, Smooth, Smooth changing

1 . はじめに

バラつくデータの中心的な代表値を求めたり、そのバラツキの程度を示す値を求めたりするのに、個々のデータと代表値との差（偏差）の絶対値（距離）の和でなく、偏差の2乗の和を最小にする値を求めることが多い¹⁾。感覚的には絶対値の和の方が、個々のデータとの差を適切に評価していると思われるのに、なぜ偏差の2乗の和を用いるのであろうか。偏差の2乗の和、偏差の2乗は何を評価しているのであろうか。

ここでは偏差の2乗について考察してみる。

2 . e^2 の諸解釈

n 個のデータを x_1, x_2, \dots, x_n 、代表値を求めるための変数を x とする。あるデータ x_i に関して、偏差(誤差) e を $e=x_i - x, i=1,2,\dots,n$ とおく。なお e^2 は2乗を表す。

(1) 小さい値は小さく評価し、大きい値は大きく評価する。

$$e^2=(x_i - x)^2=|x_i - x|^2=|x_i - x| \cdot |x_i - x|$$

$$= = =$$

重み 偏差の絶対値 と解釈すると、

(右辺の後ろの項) 偏差の絶対値 $|x_i - x|$ に、(前の項) 自己重み $|x_i - x|$ をつけて、評価している。

即ち、1より小さい値はより小さく評価し、1より大きい値はより大きく評価している。

自然界はこのような評価をすると、特徴が現れてくるらしい。

(2003年12月2日受理)

* 宇部工業高等専門学校経営情報学科

(2) エネルギーやパワーを評価しているらしい。

エネルギーはある物理量の 2 乗に比例すると表されることが多いのではないか。例えば

運動エネルギー $= (mv^2)/2$ 、 m : 質量、 v : 速度

ばねのエネルギー $= (kx^2)/2$ 、 x : ばねの伸び、 k : ばね定数

波のエネルギー $\propto A^2$ 、 A : 振幅

...

このように、 e^2 は誤差のエネルギーのようなものを評価しているらしい。

(3) 我々は変化・変動する対象や現象を、滑らかに変化するものとして、見ようとしているのではないか。

その結果、解析的な扱いができて、種々の有効な結論が得られたのではないか。

e^2 は $|e|$ に比べて、単に数学的に (より正確には「解析的に」であろう) 扱いやすい、という以上の何かがありそうである。

自然は $|e|$ より e^2 にマッチしていそうである。あるいは我々は自然を滑らかに変化するものと見たいからなのかも知れない。そう見ただけでも有効な情報が得られるのかも知れない。微分が微小量に比例する変化分しか見なくても有効な結果を得たように。

あるいはエネルギーやパワーを評価しているからかも知れない。

3 . おわりに 今後の課題

次の事柄の関係を明らかにしたい。

- ・ 偏差の 2 乗による評価
- ・ 滑らかな変化 (微小な変化のつながり)
- ・ 線形 (微小な変化の重ね合わせ)

近頃は複雑系が話題になることがしばしばあるが、現象そのものは以前からあったものが多いようである。しかし我々は微分可能で滑らかに変化することしか見ようとしなかったのではないか。対象に対する我々の見方が問題ではないか。

今後我々は対象をどう見ようとしているかを問題にしたい。

参考文献

- 1) 松浦利治 : 「標準偏差、中央値を巡る演習問題的一考察 偏差の絶対値和の最小化に関して」
宇部工業高等専門学校研究報告第 48 号、p.61-66、平成 14 年 3 月