

一次元最適線型予測による 画像信号の冗長度低減について

藤 本 勉*

On the Redundancy Reduction of Video Signals by the One-
Dimensional Optimum Linear Prediction

Tsutomu FUJIMOTO

Abstract

Recently, the author has reported on the statistical properties of video signals obtained experimentally¹⁾⁶⁾.

In this paper, using their results, it is discussed that the redundancies of video signals can be eliminated by the one dimensional linear prediction.

As the results, concerning with one dimensional linear prediction, it is sufficient to use the previous sample value prediction, and confirmed that the redundant information contents are about 1.5~2 [bits/sample].

1. 緒 言

テレビジョン信号、ファクシミリ信号等の画像信号は、一般に膨大な量の情報を持っており、それを忠実に伝送するには非常に広い帯域幅を必要とする。

しかし、信号が多くの冗長度を持っていればそれを除去し、伝送帯域幅の圧縮を計ることができる。

そのため冗長度を推定する実験が多く行われ、それにより得られた種々の画像の持っている冗長度の量が発表されているが、これらの量はいずれも信号の高次の条件付確率分布を基にした、いわゆる冗長度の上限であり、これらの量を実際に除去することは難しいと思われる。

そこで筆者は既に報告した¹⁾⁶⁾、画像信号の自己相関関数の実測値を基にして、最も構造が簡単で実際的な冗長度除去回路である一次元最適線型予測器を構成し、それによりどの程度の冗長度が除去可能であるかを求めたので報告する。

2. 一次元線型予測理論⁴⁾

Fig.2.1に示す一次元時系列信号 $x(t)$ を入力とする線型系を考える。この系の出力 $y(t)$ はそのインパルス応答を $f(t)$ として次式のたたみこみ積分で与えられる。

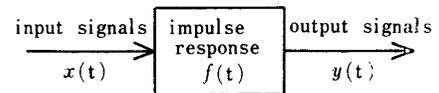


Fig. 2・1 Linear System

$$y(t) = \int_0^{\infty} f(\tau) \cdot x(t-\tau) d\tau \quad (2 \cdot 1)$$

この式の積分を微小区間に分割し総和で表わすと

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nh) \cdot x(t-nh) \quad (2 \cdot 2)$$

ここに、 h は τ の分割区間で連続と見なせる程微小である。またインパルス応答の性質より、 n が十分に大きければ $f(nh)$ は 0 と仮定できるから、十分大なる M で式 (2・2) の無限級数を打ち切っても本質を失わない。よって $f(nh)$ を f_n と書くと、式 (2・2) は

$$y(t) = \sum_{n=0}^M f_n x(t-nh) \quad (2 \cdot 3)$$

この式より、Fig 2・1の線型系の出力はその入力時系列の過去の値の荷重和で表わされることがわかる。

式 (2・3) の t を kh とすれば

$$y(kh) = \sum_{n=0}^M f_n x[(k-n)h] \quad (2 \cdot 4)$$

さらに、 $y(kh)$ を y_k 、 $x[(k-n)h]$ を x_{k-n} と書けば

* 宇部工業高等専門学校電気教室

$$y_k = \sum_{n=0}^M f_n x_{k-n} \quad (2 \cdot 5)$$

この y_k の値で、 x_{k+1} の値を予測する。

そのためには、損失関数として予測誤差信号 $x_{k+1} - y_k$ の自乗平均値を採用し、この値 I を最小にする重み係数 f_n を決定すれば、予測誤差の自乗平均値の意味で最適な予測器が構成される。

$$\begin{aligned} I &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N \left(x_{k+1} - \sum_{n=0}^M f_n x_{k-n} \right)^2 \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N x_{k+1}^2 \\ &\quad - 2 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N x_{k+1} \sum_{n=0}^M f_n x_{k-n} \\ &\quad + \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N \sum_{n,m=0}^M f_n f_m x_{k-n} x_{k-m} \end{aligned} \quad (2 \cdot 6)$$

この値を最小にするには、 x_k が定常的な確率過程と仮定し、その自己相関関数 $R(k)$ を次式で定義する。

$$R(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{l=-N}^N x_l x_{l+k} \quad (2 \cdot 7)$$

すると式 (2・6) は

$$\begin{aligned} I &= R(0) - 2 \sum_{n=0}^M f_n R(n+1) \\ &\quad + \sum_{n,m=0}^M f_n f_m R(m-n) \end{aligned} \quad (2 \cdot 8)$$

式 (2・8) を最小にするには、全ての重み係数 f_k について偏分を取り 0 と置けば良い、すなわち

$$\frac{\partial I}{\partial f_k} = -2R(k+1) + 2 \sum_{n=0}^M f_n R(k-n) = 0 \quad (2 \cdot 9)$$

よって、一次最適線型予測器を構成するための必要条件は次の式で示される。

$$\sum_{n=0}^M f_n R(k-n) = R(k+1) \quad k=0,1,\dots,M \quad (2 \cdot 10)$$

この式はいわゆる *Wiener-Hopf* 積分方程式の離散値的表現であり、このときの予測誤差の自乗平均値の最小値 I_{min} は次の式となる。

$$I_{min} = R(0) - \sum_{n=0}^M f_n R(n+1) \quad (2 \cdot 11)$$

式 (2・10) が十分なることを言うために、今最適重み係数 f_k の代わりに任意の g_k を取り、 $f_k - g_k = \delta_k$ とすると

$$\begin{aligned} I &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N \left(x_{k+1} - \sum_{n=0}^M g_n \cdot x_{k-n} \right)^2 \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N \left(x_{k+1} - \sum_{n=0}^M f_n \cdot x_{k-n} \right)^2 \\ &\quad + \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N \sum_{m,n=0}^M \delta_m \delta_n x_{k-m} x_{k-n} \\ &\geq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N \left(x_{k+1} - \sum_{n=0}^M f_n x_{k-n} \right)^2 \end{aligned} \quad (2 \cdot 12)$$

但し、式 (2・12) は式 (2・9) より

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N \left\{ \left(x_{k+1} - \sum_{n=0}^M f_n x_{k-n} \right) x_{k-n} \right\} = 0 \quad (2 \cdot 13)$$

および、 $\sum_{m,n=0}^M \delta_m \delta_n x_{k-m} x_{k-n} = \left(\sum_{n=0}^M \delta_n x_{k-n} \right)^2 \geq 0$ による。

よって $f_k = g_k$ のとき I は最小となり十分なることがわかる。したがって最適予測器は式 (2・10) を解いて得られる最適重み係数と遅えん要素を用いて Fig. 2・2 のように構成される。

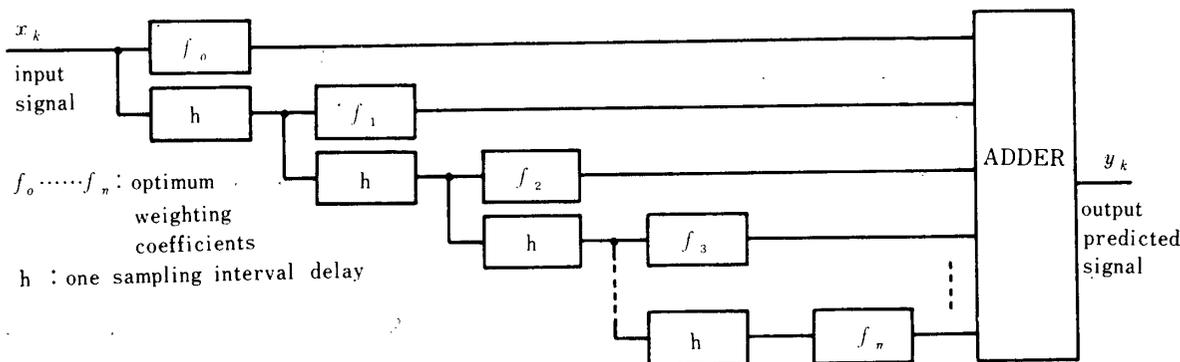
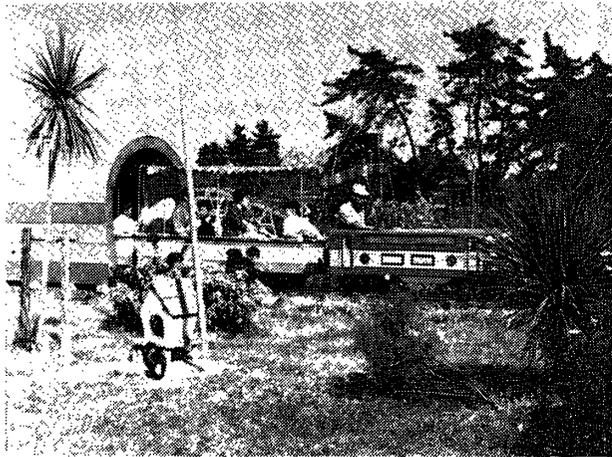


Fig. 2・2 Linear Predictor

3. 画像信号の自己相関関数¹⁾⁶⁾



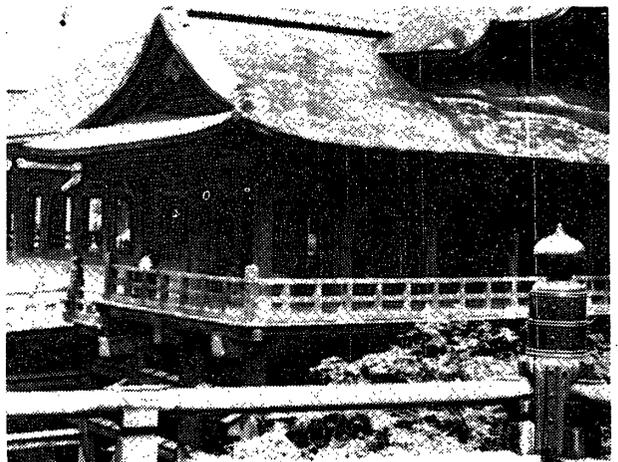
SAMPLE No. I



No. II



No. III



No. IV

Fig. 3・1 Test Pictures

画像信号の自己相関関数の測定に用いた資料Ⅰ～資料Ⅳを Fig. 3・1 に示す。資料Ⅰは細部の多い写真であり、資料Ⅱはロー・ディテールな写真でコントラストはあまり強くはなく、また資料Ⅲはハイ・ディテール部分とロー・ディテール部分がほぼ同一面積を占めており、コントラストの強い写真である。資料Ⅳは低輝度レベルの分布の多い写真である。

筆者は、これらの資料をファクシミリ送信機により直線走査をして一次元時系列信号に変換し、式(2・2)の h をナイキスト間隔にとって標本化し、その後1絵素(1標本)当たり5〔ビット〕に量子化しデジタル・データ打出装置¹⁾により紙テープにさん孔し、自己相関関数の測定を行なった。主な諸元を Table 3・1 に示す。

Table 3.1 Selective Representation of Picture Scanning Scheme

SAMPLE No.	I.	II, III, IV.
Total Numbers of Picture Scanning Line	82	90
Numbers of Picture Elements per Line	675	126
Total Numbers of Picture Elements	55350	12240
Picture Size [cm×cm]	30	× 22.5

この場合自己相関関数は、式(2・7)を正規化して

$$\phi_k = \frac{R(k)}{R(0)} = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} x_i \cdot x_{i+k}}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (3 \cdot 1)$$

x_i はその平均値が 0 でないため、式 (3・1) は直流分を含む自己相関関数と言われる。また x_i からその平均値 \bar{X} を除去した正規化自己相関関数は式 (3・1) より次式で定義される。なお、 n は全標本数である。

$$\phi_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} (x_i - \bar{X}_k)(x_{i+k} - \bar{X}_k)}{\sum_{i=1}^{n-k} (x_i - \bar{X}_k)^2} \quad (3 \cdot 2)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n-k} x_i x_{i+k} - \frac{2}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} x_i^2}{\sum_{i=1}^{n-k} x_i^2 - \frac{2}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} x_i^2} \quad (3 \cdot 3)$$

ここに $\bar{X}_k = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} x_i$ (3・3)

この値を Fig. 3・2 および Table 3・2 に示す。

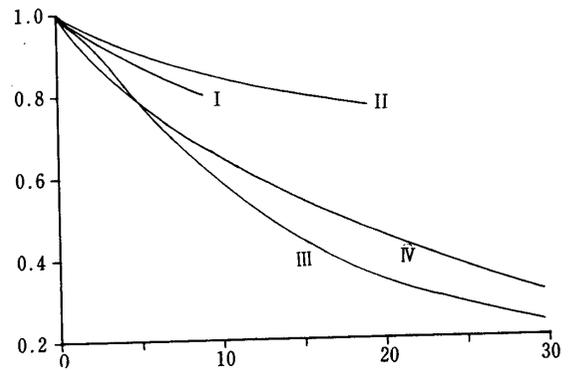


Fig. 3・2 Autocorrelation Coefficients

Table 3.2 Autocorrelation Coefficients

Sample No. \ k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	0.9640	0.9512	0.9268	0.9039	0.8808	0.8593	0.8388	0.8196	0.8019	
II	0.9651	0.9498	0.9335	0.9193	0.9049	0.8915	0.8787	0.8668	0.8541	0.8430
III	0.9721	0.9292	0.8805	0.8310	0.7831	0.7381	0.6964	0.6578	0.6218	0.5890
IV	0.9426	0.8906	0.8495	0.8512	0.7867	0.7587	0.7309	0.7025	0.6751	0.6493

その結果、各資料とも自己相関関数は指数関数的に減少し、 k の小さい所では資料IVが最も値が小さく、 k が 5 をこえると (すなわち 5 画素以上離れると) 資料IIIの方が相関減少の割合が大きくなる。さらに資料IIは最もロー・ディテルの部分が多い写真であり相関減少の割合は最も小さいことがわかる。

4. 画像信号の一次元最適線型予測器の構成

J. B. O' Neal, Jr. の手法にしたがい Table 3・2 に示す画像信号の自己相関関数の値により、式 (2・10) を解いて最適重み係数を求め線型予測器を構成する。

この場合式 (2・10) は、次のような連立方程式による。

$$\left. \begin{aligned} R(1) &= f_0 R(0) + f_1 R(-1) + \dots + f_M R(-M) \\ R(2) &= f_0 R(1) + f_1 R(0) + \dots + f_M R(-M+1) \\ R(3) &= f_0 R(2) + f_1 R(1) + \dots + f_M R(-M+2) \\ &\dots \dots \dots \\ R(M+1) &= f_0 R(M) + f_1 R(M-1) + \dots + f_M R(0) \end{aligned} \right\} (4 \cdot 1)$$

正規化自己相関関数 ϕ_k および ϕ_k は偶関数であることを用いると式 (4・1) は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= f_0 + f_1 \phi_1 + \dots + f_M \phi_M \\ \phi_2 &= f_0 \phi_1 + f_1 + \dots + f_M \phi_{M-1} \\ \phi_3 &= f_0 \phi_2 + f_1 \phi_1 + \dots + f_M \phi_{M-2} \\ &\dots \dots \dots \\ \phi_{M+1} &= f_0 \phi_M + f_1 \phi_{M-1} + \dots + f_M \end{aligned} \right\}$$

またこのときの I_{min} は式 (2・11) より

$$I_{min} = R(0) - \{f_0 R(1) + f_1 R(2) + \dots + f_M R(M+1)\} \quad (4 \cdot 3)$$

正規化して

$$V_{min} = \frac{I_{min}}{R(0)} = 1 - (f_0 \phi_1 + f_1 \phi_2 + \dots + f_M \phi_{M+1}) \quad (4 \cdot 4)$$

式 (4・3) および式 (4・4) に Table 3・2 の値を代入し、種々の M について f_k および V_{min} を求めた結果を Table 4・1 (a)~(d) に示す。

Table 4.1 Optimum Weighting Coefficients

(a) Sample No. I

M	Vmin	f ₀	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₇
0	0.0707	0.9640							
1	0.0640	0.6653	0.3097						
2	0.0636	0.6882	0.3590	-0.0740					
3	0.0632	0.6834	0.3826	-0.0288	-0.0656				
4	0.0631	0.6825	0.3822	-0.0236	-0.0565	-0.0133			
5	0.0632	0.6828	0.3833	-0.0232	-0.0639	-0.0267	0.0195		
6	0.0633	0.6824	0.3838	-0.0219	-0.0639	-0.0346	0.0054	0.0206	
7	0.0631	0.6820	0.3838	-0.0213	-0.0624	-0.0342	-0.0008	0.0092	0.0165

(b) Sample No. II

M	Vmin	f ₀	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₇
0	0.0685	0.9651							
1	0.0637	0.7064	0.2680						
2	0.0636	0.6901	0.2251	0.0606					
3	0.0635	0.6876	0.2158	0.0322	0.0411				
4	0.0635	0.6871	0.2154	0.0294	0.0323	0.0128			
5	0.0633	0.6869	0.2149	0.0290	0.0290	0.0024	0.0154		
6	0.0636	0.6866	0.2149	0.0285	0.0285	-0.0010	0.0050	0.0151	
7	0.0636	0.7423	0.2334	0.0248	0.1334	0.1039	0.7941	2.536	-3.671

(c) Sample No. III

M	Vmin	f ₀	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₇	f ₈
0	0.0550	0.9721								
1	0.0506	1.250	-0.286							
2	0.0486	1.551	-0.8433	0.2581						
3	0.0531	1.233	-0.2122	-0.0558	0.0034					
4	0.0506	1.233	-0.2118	-0.0545	-0.0114	0.0054				
5	0.0505	1.233	-0.2117	-0.0538	-0.0037	-0.0089	0.0124			
5	0.0503	1.233	-0.2116	-0.0537	-0.0081	-0.0067	-0.0005	0.0105		
7	0.0504	1.233	-0.2116	-0.0537	-0.0081	-0.0064	0.0005	0.0040	0.0052	
8	0.0507	1.233	-0.2116	-0.0537	-0.0081	-0.0064	0.0005	0.0040	0.0053	-0.0001

(d) Sample No. IV

M	Vmin	f ₀	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₇	f ₈
0	0.1115	0.9426								
1	0.1115	0.9248	0.0188							
2	0.1109	0.9234	-0.0473	0.0715						
3	0.1107	0.9199	-0.0458	0.0282	0.0478					
4	0.1104	0.9176	-0.0471	0.0304	0.0030	0.0487				
5	0.1105	0.9172	-0.0472	0.0301	0.0034	0.0408	0.0085			
6	0.1104	0.9172	-0.0471	0.0301	0.0034	0.0403	0.0089	-0.0004		
7	0.1102	1.097	-0.4098	0.2197	-0.0108	0.0456	0.0022	0.0136	-0.0066	
8	0.1110	-0.9171	-0.0471	0.0306	0.0034	0.0412	0.0067	0.0107	-0.0097	-0.0005

5. 一次元最適線型予測による画像信号の冗長低減度

画像信号の統計的性質に基づく冗長度は、その信号レベルの分布が一様でないために生ずる予測不可能な冗長度と、過去の信号値との間に相関が存在するために生ずる予測可能な冗長度とがある。

ここでは、前の結果を用いて後者が一次元最適線型予測によりどの程度除去できるかについて論じる。

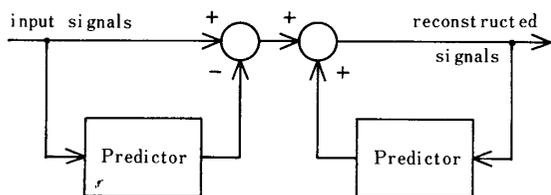


Fig. 5・1 Predictive Communication System

Fig. 5・1 に示す予測通信系において、入力信号系列とその過去の値に基づいた予測値との差信号、すなわち予測誤差信号は原信号系列の持つ真の情報と同一の情報を持っており、逆の操作を行えば忠実に原信号系列が再生できる、したがって原信号系列の持っている情報量のうち予測可能な成分は冗長であると言える。よって最適予測の前後の情報量の差を冗長度と定義する。

この値は、原信号系列および予測誤差信号系列が共に正規分布をしていると仮定すれば、予測の前後の平均電力(すなわち分散)の変化で表わせば、冗長度 ζ は、式(3・2)および(4・4)より

$$\zeta = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{Vmin}{\phi_0}$$

$$= -\frac{1}{2} \log_2 Vmin. \text{ [ビット/絵素]} \quad (5 \cdot 1)$$

この式に Table 4・1 の Vmin. を代入して計算した結果を Fig. 5・2 に示す。

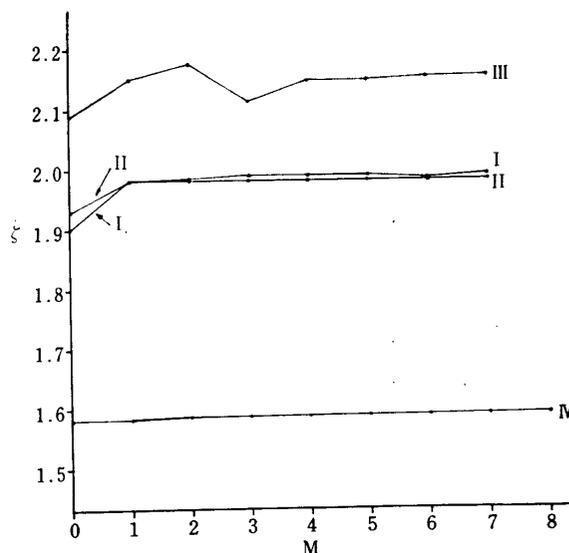


Fig. 5・2 Redundancy by Linear Prediction

一方、K. H. Powers²⁾によると n 次自己相関行列式を次式で定義すれば

$$P^{(n)} = \begin{vmatrix} 1 & \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_{n-1} \\ \phi_1 & 1 & \phi_1 & \dots & \phi_{n-2} \\ \phi_2 & \phi_1 & 1 & \dots & \phi_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n-1} & \phi_{n-2} & \phi_{n-3} & \dots & 1 \end{vmatrix} \quad (5 \cdot 2)$$

式(5・1)は次のように書ける。

$$\zeta = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{P^{(n+1)}}{P^{(n)}} \text{ [ビット]} \quad (5 \cdot 3)$$

さらに自己相関関数が指数関数で与えられる場合。

$$\phi_k = \phi_1^k \quad (5 \cdot 4)$$

となり式(5・3)は

$$\xi = -\frac{1}{2} \log_2 (1 - \phi_1^2) \quad [\text{ビット}] \quad (5 \cdot 5)$$

すなわち $(1 - \phi_1^2)$ は式(4・4)において $M=0$ とした場合の V_{min} の値に等しい。

したがって、Fig. 3・5のように指数関数で自己相関関数が与えられる場合、信号の持っている全予測可能な冗長度は隣接絵素との間の相関に基づいて構成される予測器(前値予測器と言われる)により除去される冗長度に等しくなる。このことがFig. 5・1より確認され、その値は絵素当り1.5~2〔ビット〕である。

よって信号は、その情報量のうち約60~70〔%〕程度しか真の情報を持っていないことがわかり、伝送帯域幅の圧縮が可能であることを示している。

6. 結 論

結論として、検討した4種類の資料に関する限り

- 1) 実験の結果から、画像信号の自己相関関数はほぼ指数関数で近似できることが確認されていたが、このことは冗長度の計算からも明らかとなった。
- 2) したがって、冗長度低減に用いる予測器は一次元線型予測を行なう限り、最も簡単な構造の前値予測器で十分であり、さらに多くの過去の情報を利用する予測器を用いても構造が複雑になるだけで何らのメリットのないことがわかった。
- 3) また、前値予測器により除去し得る冗長度は、1絵素当り約1.5~2〔ビット〕で、これは1絵素の持っている情報量の約30~40〔%〕であり、この分だけ伝送帯域幅の圧縮が可能である。
- 4) さらに、一見画像の構成が複雑で冗長度の少ないと思われる資料Ⅲが最も多くの冗長度を持っていることがわかった。これは絵素が離れると急激に相関が減少する

が、隣接絵素間においては最も相関が強く存在するためである。

以上、4種類の資料について考察してきたが、画像情報圧縮の可能性を究明するために、今後さらに多くの種類の画像について実験的検討を加えて行くつもりである。

最後に、本研究の大部分は筆者が山口大学大学院工学研究科に在学中に行なったものであり、特にデータの収集および、自己相関関数の測定は山口大学工学部、桐原昭雄技官の御尽力によりなされた。

ここに同氏に感謝すると共に、日頃御指導頂いている山口大学工学部、平田威彦助教授、および御支援頂いている本校、嶺勝敏助教授に深謝する。

参 考 文 献

- 1) 桐原、藤本：画像信号の統計的性質について、昭43中国支部連大、316
- 2) K. H. Powers, H. Steras: Some Relations Between Television Picture Redundancy and Bandwidth Requirement, Comm. & Elect., (1957) 492
- 3) 福島：二次元画像の冗長度, 信学誌, 44, 10, (昭36) 1473
- 4) L. Levinson: The Wiener RMS Error Criterion in Filter Design and Prediction, Jour. Math. Phy. 25, 4, (1947) 261
- 5) J. B. O' Neal Jr.: Predictive Quantizing System for the Transmission of Television Signals, Bell System Tech. Jour., (1966) 689
- 6) 藤本：予測理論及び Redundancy Reduction, 昭44山口大学大学院工学研究科修士論文

(昭和44年4月5日受理)