

非 対 称 非 線 形 要 素 (第 4 報)

嶺 勝 敏*

Unsymmetrical Nonlinear Element (4)

by

Katsutoshi Mine

Abstract

In a control loop and oscillatory system with the nonlinear devices, characteristics by the describing function method were analysed, and it was observed that unsymmetrical wave forms appear in the nonlinear limit cycle.

In this paper, I will describe the following problems.

- (1) Static and dynamic unsymmetrical nonlinear forms conjecture in the limit cycling control loop.
- (2) Describing functional characteristic curves for other unsymmetrical nonlinear elements.

While these provide a satisfactory solution to design and analysis problems for a higher system with the unsymmetrical nonlinear devices

1. ま え が き

前報¹⁾³⁾までに、制御系に含まれる非対称非線形々状あるいはその動的変化の状態が既知である場合についての記述関数法的解析法について述べた。

本報では、記述関数法的手法による観測波形からの非線形形状の推定法、および前報に引つづき、種々の非対称非線形要素の記述関数法による特性曲線について述べる。

2. 非線形要素の実効形状の推定法

線形系の伝達関数の推定法は、ステップ応答法⁵⁾、周波数応答法⁶⁾、およびランダムインパルス応答法⁷⁾その他種々の方法が開発されている。したがって現場のプロセスのように多変数系であっても近似的にインバリアンス系すなわち対角マトリックス系であれば比較的容易に線形部の伝達関数を推定することができる。

相互干渉系では、それらの係数が明らかであり逆マトリックスを付加することができれば、以下に述べる非線形要素の実効形状を推定することが容易であろう。ただし、矩形行列系では、可成り面当となる。

現場プロセスには、非線形要素それも多くは非対称非線形要素を含んでいるために、線形系のみと考えた場合

の最適調整値よりも、ゲイン調整値等を低目に取りなればリミットサイクル等の非線形振動現象を生じることが多い。

ここで、簡単に非線形々状が推定できれば、制御系の特性改善の上に有利であり、例えば、Nyquist 線図などの上で、線形部のベクトル線図と非線形部の逆ベクトル線図との距離をはなすための、如何なる進めおくれ補償要素を付加すればよいかを推定することができるであろう⁹⁾。

線形部の伝達関数をまづ推定し、つぎに非線形要素の形状を決定するに当って、理論的には、前報³⁾で述べたような問題点はあるが、取扱の容易な記述関数法を用いるために周波数応答法的手法を用いることにする。

まず最も手軽な限界感度法⁸⁾を用いる場合は、制御系の持続振動が線形持続振動であるのか、非線形によるリミットサイクルかを判別することから始める必要がある。

線形持続振動を維持するには、例えば2次系で $\zeta=0$ を保持しなければならず、一般にP調整値のわずかな変化に対しても振動が減衰したり発振したりする。これに対してリミットサイクルの場合は、その逆Nyquist 線図を描けば明白なように、P調整値のわずかな変化に対して安定なリミットサイクルを保守する場合が多い。

なお、振動波形が非対称性を示せば、非対称非線形要

* 電気工学教室

素を有すると考えられ、停滞現象が認められれば非線形摩擦による stick-slip motion を生じていると考えられる。

しかし、限界感度法では、調波振動や Jerking motion を見落としやすい難点があるので、周波数応答法による方がよい。ただし、限界感度法においてもPID調整値を適当に逐次変更して行なえば近似的に周波数応答法と同じ効果が期待できるが多少面当である。

線形部の伝達関数は、設計資料から概略値を知ることが大切であるが、単位操作によって実験から伝達関数が求まれば、一層線形部が明確になる。線形部の Bode線図あるいは Nyquist 線図を描き、観測波形値との近似によって非線形要素の存在とその形状値を知ることが、記述関数的手法によれば容易にできる。この場合、アナログ計算機による持続振動波形に着目したアプローチが最も容易で信頼できる手法の一つである。

2-1 静的非線形要素 静的な非対称非線形要素が問題となるときの1例として、加熱タンク—パイプライン—混合タンクからなる温度制御系⁴⁾におけるリミットサイクルを Fig. 1 に示す。

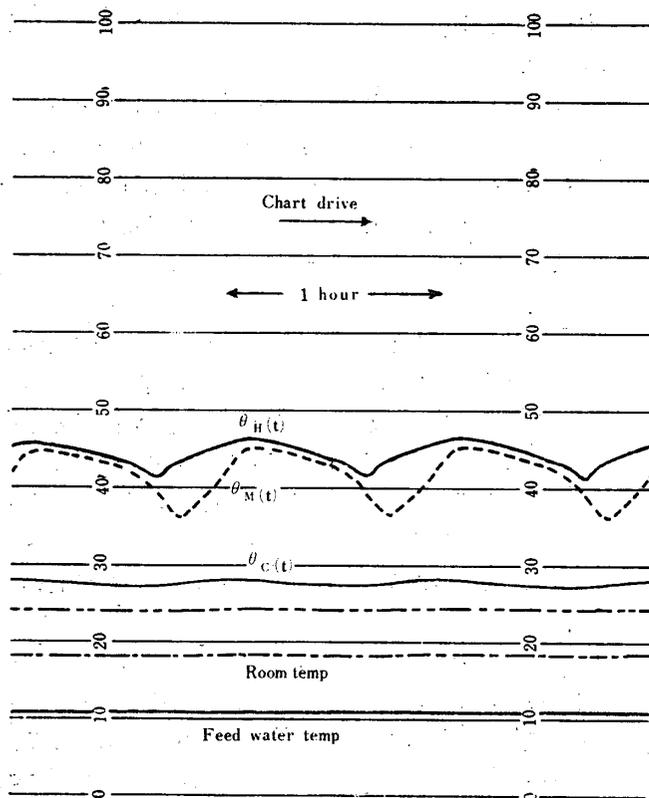


Fig.1 Self-oscillating temperature wave forms for the thermal process control loop, where, $\theta_H(t)$: Heating tank temp. θ_M : Pipe line output temp. $\theta_C(t)$: Mixing tank temp.

このように、リミットサイクルの周期が時間のオーダーである場合、非線形要素の形状決定は、静的な測定法によっても実用的には差支えないと考えられる。この場合は、空気圧式ダイヤフラム弁が非対称非線形要素の主たる部分と考えられ、加熱・放熱による応答の非対称性も若干影響するものと思われる。なお、非対称非線形要素として実効形状の推定をする必要性があることは、Fig. 1 のリミットサイクルが上下に非対称な持続振動波形であることから明らかである。

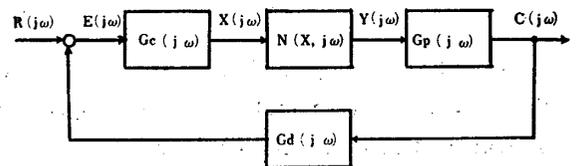


Fig.2 Block diagram for a control system with a nonlinear device.

ここで、Fig. 2 で表わされるような一般的な制御系における非対称非線形形状の推定法について考察する。いま、線形部の一巡周波数伝達関数を $G(j\omega)$ とおけば、 $G(j\omega) = G_p(j\omega) G_d(j\omega) G_c(j\omega)$ つぎに、非線形部の記述関数を $N(X, j\omega)$ とおけば、この制御系の安定限界は、特性方程式から、ゲインと位相についてのおおの下式のようなになる。

$$|G(j\omega)| \text{ (db)} + |N(X, j\omega)| \text{ (db)} = 0 \text{ (db)} \dots\dots(1)$$

$$\text{Arg. } G(j\omega) + \text{Arg. } N(X, j\omega) = -180 \text{ (deg)} \dots\dots(2)$$

$G(j\omega)$ のゲインと位相曲線を、(1), (2)式から Bode 線図に描いて Fig. 3 のようになった場合、リミットサイクルの観測角周波数 ω_n (rad/h) なる点を位相曲線が切るように点線のような補正平行曲線を描く。つぎに、Fig. 3 - $\Delta\phi$ に相当する位相おくれ角を $N(X, j\omega)$ 曲線、例えば、Fig. 5 より求める。ここで、 $-\Delta\phi$ に対応する X/δ の値は求まるが、 K_2 の値がきまらないと $|N(X, j\omega)|$ の値が求まらない。

調節器の I 動作をきかせるなり、制御対称に積分特性があるなりの状態でオフセットがないと考えれば設定値と振動中心は一致する。Fig. 4 から明らかなように、上半波振幅を y_1 、下半波振幅を y_2 とし、入力純正弦波で振幅を X とすれば、

$$k_1 = y_1/X, \quad k_2 = y_2/X \dots\dots(3)$$

なお、制御系に積分特性がきいてなく、オフセットがある場合でも、上下波形の半波周期が等しくなる位置が振動中心と考えて、(3)式を用いてよい。

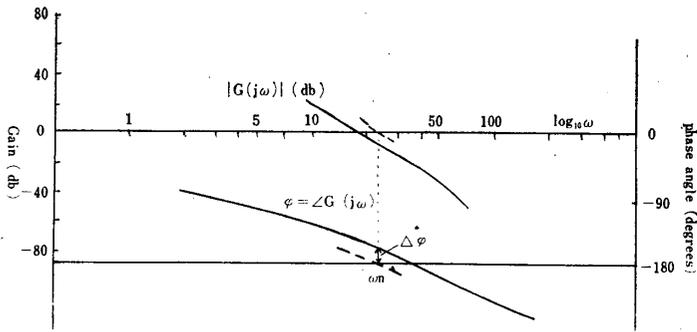


Fig. 3 Bode diagram, for a control system with the unsymmetrical hysteresis.

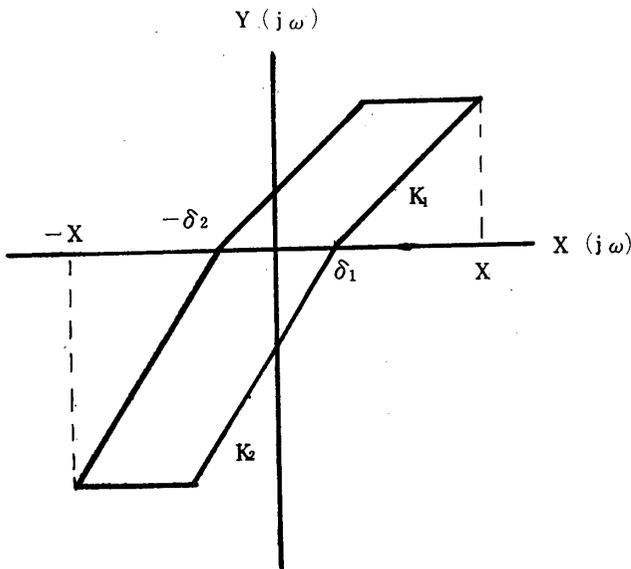


Fig. 4 Formalistic extension for unsymmetrical backlash

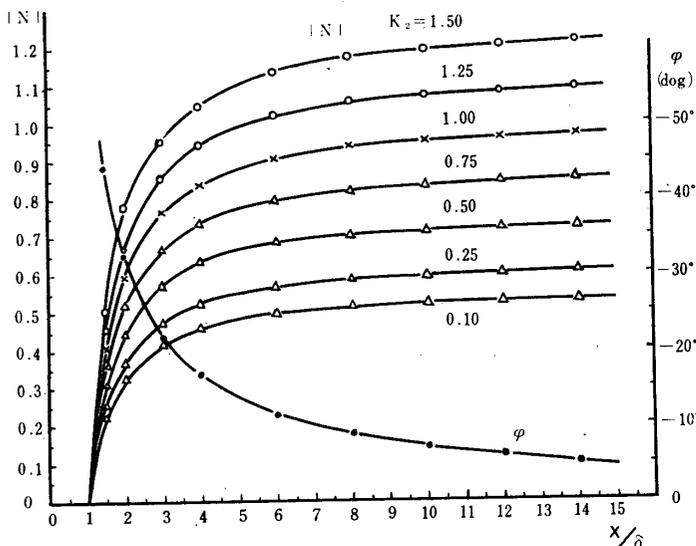


Fig. 5 Characteristic curves of the Backlash's describing functions. Where $K_1 = 1$, $\delta_1 = \delta_2 = \delta = 1$, K_2 parameter

さらに, Fig. 5 を利用するために k_1 で k_1 , k_2 を除して正規化すれば,

$$K_1 = k_1/k_1 = 1, K_2 = k_2/k_1 \dots \dots (4)$$

(4)式から K_2 の値が求まるので, $|N(X, j\omega)|$ の値も定まる. ここで, X の値は, 観測リミットサイクル波形を利用して求めれば, δ の値が決定できる.

以上において, Bode 線図より -4ϕ の考慮によってリミットサイクルと結びつける場合の非線形々状は, 動作すきま δ のあるもの, すなわち履歴のあるものに限られる.

つぎに, 履歴のない非線形要素, 例えば制御弁にポジションナを付加して動作すきまを無視できる状態の場合は, 飽和要素などに近い形状の非線形々状を推定することになる.

履歴のない非線形要素の記述関数 $N(X, j\omega)$ は, 位相おくれが存在しないので, 記述関数のゲイン

$|N(X, j\omega)| \text{ (db)} = 20 \log_{10} |N(X, j\omega)|$ による補正のみを, Fig. 6 に示すように Bode 線図上

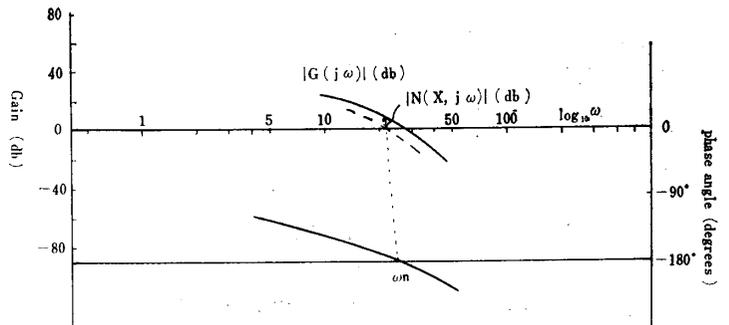


Fig. 6 Bode diagram for a control system with the unsymmetrical saturation

で行ない, 非線形々状の推定は, 履歴のある場合と同様の手順によればよい. 動作すきまがないだけ容易にできることは勿論である.

なお, 非線形要素を含む制御系の Bode 線図法は, $N(X, j\omega)$ の値を変えて, 多くの等価 0 (db), -180 (deg) 線を描いて安定判別を行なう方法¹⁰⁾がある. シンセシスの場合にはこの方法がよいが, アナリシスの場合は, 本方法の方が簡明と考える.

2-2 動的非線形要素 実際には, サーボ電動機系¹¹⁾, 流量系プロセス¹²⁾, や空気圧系¹³⁾などの速応性の早い系の周波数応答やステップ応答において, 静的非線形を実測して考慮するのみでは説明のつかない大きな位相おくれや応答波形が観測

されている。

これらの原因としては、動非線形たとえばパイロットリレーの流量速度飽和を考慮する必要が報告されている¹⁴⁾¹⁵⁾。簡単に処理するためにブラックボックス的に取扱えば、前項のように、リミットサイクルの ω_n に着目し、非対称非線形々状の履歴の幅と傾斜をBode線図における位相おくれとゲイン曲線の修正によって近似できる場合も考えられる。この場合は、Fig. 7の概念となる。

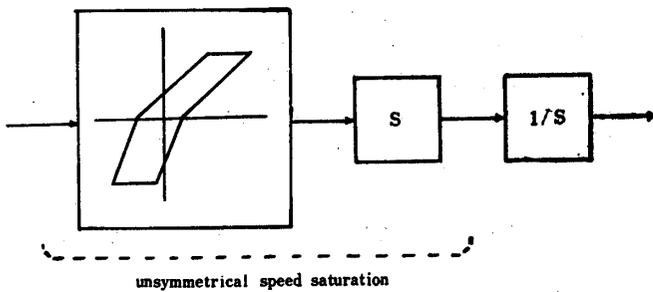


Fig. 7 Static approximate conception for the unsymmetrical speed saturation

速度飽和は、例えばパイロットリレーで正弦波応答を考えた場合、入力圧力速度の大きい振動中心付近で速度飽和が起り、入力圧力速度変化の小さい最大、最小値の付近では飽和の影響は少ないと考えられるので、出力波形は三角波に近くなることが推察される。

この場合も、加圧時とベント穴より放出する時とは流量速度飽和特性は一般に異なるのであって、現実験の段階では定性的ではあるが動非対称非線形の考慮が必要となることが認められた。ただし、特に注意して供給空気圧やパイロット弁棒の長さなどを調整すれば略々対称となる。

圧力上昇と下降時の各速度飽和値は、ステップ応答によって容易に実測できる。また、振動波形の1周期について考えれば、左右に対して非対称な三角波に近い応答波形を示すのが非対称速度飽和の特徴と考える。リミットサイクルではないが、空気圧式記録計の周波数応答波形における非対称速度飽和の1例をFig. 8に示す。

線形部の伝達関数が、1次系か2次系に近似できる場合の非対称速度飽和によるリミットサイクルは、例えばFig. 9のようなフェーズ・トラジェクトリで示すことができる。ここで、速度飽和値は、微分軸に垂直な正負の2本の直線となるが、非対称速度飽和の場合は、これが原点に対して上下非対称の値をとるのが特徴と考える。Fig. 9において、純三角波形のときが実線、近似三角波形したがって波高値の付近で丸味を有する場合の

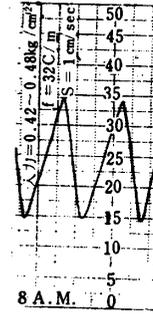


Fig. 8 Frequency response wave form for pneumatic recorder with the unsymmetrical speed saturation

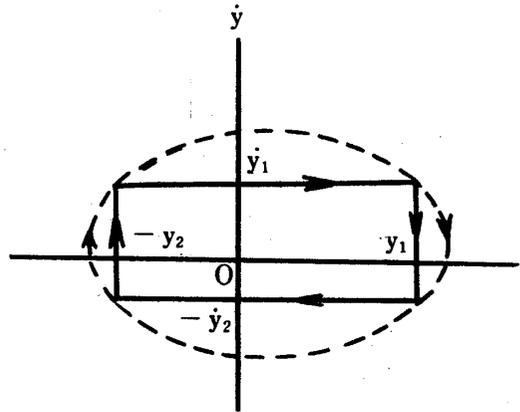


Fig. 9 Phase trajectory for a limit cycle, a control system with the unsymmetrical speed saturation.

フェーズ・トラジェクトリを点線で示す。

3. 種々の非対称非線形要素の特性曲線

前報に引きつづき、不感帯を有する非対称飽和要素、および不感帯を有する非対称リレー要素の記述関数法による特性曲線を、Fig. 10~Fig. 12に示す。

これらの非対称非線形要素の記述関数 $N(X, j\omega)$ の計算式は、前報¹³⁾で報告したので省略する。なお、これら以外の形状の非対称非線形要素の記述関数法による特性曲線も1部数値計算が終っているが、紙面の都合で次報で述べる。

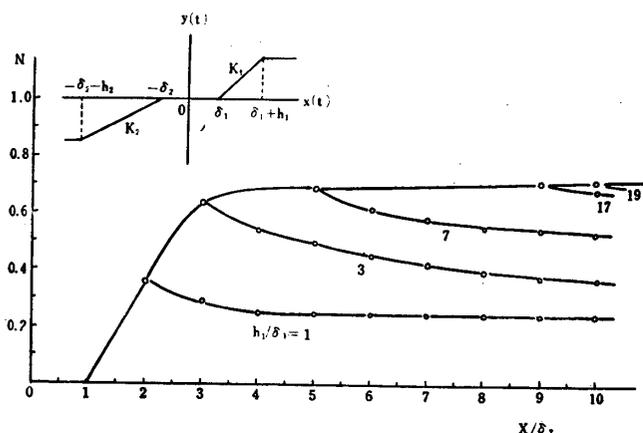


Fig. 10 Characteristic curves of the unsymmetrical saturations with dead zone, where $K_1 = 1$, $K_2 = 0.5$, $h_2 = 9$, $\delta_2 = 1$, h_1/δ_1 parameter.

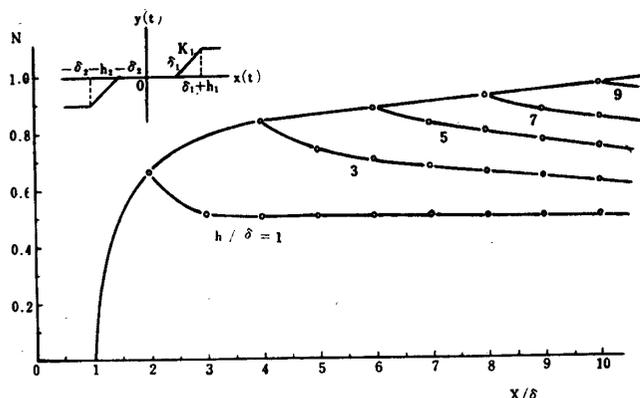


Fig. 11 Characteristic curves of the unsymmetrical saturation with dead zone, where $K_1 = K_2 = K = 1$, $\delta_1 = \delta_2 = \delta = 1$, $h_1 = h_2 = h$, h/δ parameter

4. む す び

以上のべたことを要約すると、つぎのようになる。

- (1) 温度制御系などにみられる長周期のリミットサイクルに着目して、静的非対称非線形形状の推定法について述べた。
- (2) 短周期のリミットサイクルには、非対称動非線形の考慮が必要なることを示した。詳細の問題については次報で述べる予定である。
- (3) 種々の形状の非対称非線形要素の記述関数法による特性曲線を示した。他の形状のものに対しては次報で述べる。

終りに、特性曲線の数値計算をお手伝下さった短大卒業研究学生、嶋崎、河崎両君に深謝の意を表わす。

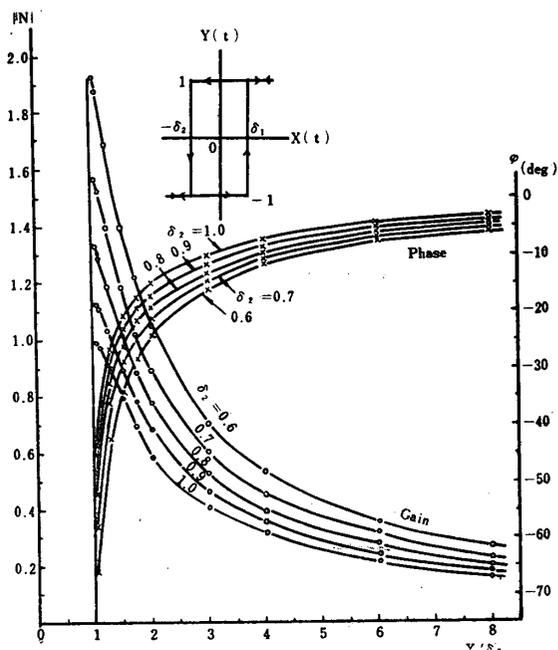


Fig. 12 Characteristic curves of the relay with unsymmetrical dead zone, where $\delta_1 < \delta_2$, $\delta_1 + \delta_2 = 1$, δ_2 parameter.

参 考 文 献

- 1) 嶺, 足立: 非対称非線形要素 (第1報), 本誌, Vol. 1-1, No. 1, pp. 73~80, (1964)
- 2) 嶺, 許斐: 非対称非線形要素 (第2報), 本誌, Vol. 2-1, No. 2, pp. 47~53, (1965)
- 3) 嶺: 非対称非線形要素 (第3報) (可変非線形要素およびヒステラシユの記述関数), 本誌, Vol. 2-2, No. 3, pp. 45~51, (1966)
- 4) 嶺, 足立: バックラッシュと位相進み現象を有する熱系プロセス自励振動の解析, 制御工学, Vol. 10, No. 7, pp. 344~351, (1966)
- 5) G. J. Murphy: Control Engineering, pp. 88~110, D. Van Nostrand Company, (1959)
- 6) William I. Caldwell & others: Frequency Response for Process Control, McGraw-Hill, (1959)
- 7) 磯部, 井戸川: インパルス応答の直示法, 自動制御, Vol. 3, No. 11, pp. 374~378, (1964)
- 8) J. G. Ziegler & N. B. Nichols: Optimum Setting for Automatic Controllers, Trans. ASME, Vol. 64, 759~68, (1942)
- 9) J. E. Gibson: Nonlinear Automatic Control, pp. 389~395, McGraw Hill, (1965)

- 10) 三浦：自動制御大要，pp. 114～118，養賢堂，(1964)
- 11) 寺尾，中川：電子管自動平衡計器，p. 23，オーム社，(1959)
- 12) 嶺，川崎，兵頭：宇部工業短大・高専自動制御モデルプラント（第2報），本誌，Vol. 2-1，No. 2，pp. 33～38，(1965)
- 13) 樫木，米沢，和田：ある空気圧式力平衡型機器の自励振動の解析，JAACE，第10期通常総会学術講演会 pp. 67～68，(1966)
- 14) 大島，黒崎，岸田：非線形を含む流量制御系の解析例，自動制御，Vol. 7，No. 1，pp. 13～19，(1960)
- 15) 山下：流量制御系における速度飽和現象，計測と制御，Vol. 4，No. 1，pp. 23～29，(1965)

(昭和41年6月30日受理)