

波動歯車装置におけるフレキシブルスプラインの固有振動数と振動モード

杉本 信行*, 石田 武**

Natural Frequency and Mode of Vibration in Flexible Spline of Strain Wave Gearing

Nobuyuki SUGIMOTO and Takeshi ISHIDA

Abstract: The vibration caused by strain wave gearing (commonly known as harmonic drive gearing) is becoming a serious problem because the gearing is used in many industrial robots that is required precision positioning accuracy. The kinds of above vibration are not only the torsional vibration, that is considered the gearing unite as a spring element of torsion, but also flexural vibration for each of components of the gearing. Especially in flexible spline (=FS), which is one of the components of the gearing, there are many factors for flexural vibration. As the reason, FS is in shape such a very thin cup, and it deforms easily. Also it is forced periodically by wave generator, which is one of components, too. But the influence of the vibration of FS on the dynamic behavior of the gear system is not yet defined. Therefore, the natural frequency and the mode for the flexural vibration of FS are considered experimentally in this study. This paper presents the results obtained from the experiments.

1. 緒言

波動歯車装置はその多くの特長⁽¹⁾から、高い位置決め精度を要する産業用ロボットなどの減速機としてよく用いられている。しかし、従来にも増して、より高い位置決め精度が要求されるようになった昨今では、波動歯車装置に起因して発生する動力伝達系のねじり振動が問題となってきた。

ところで、波動歯車装置は、フレキシブルスプラインという薄肉カップ状の歯車の弾性変形を、積極的に利用したかみあい機構を有していることから、一方ではたわみやすく、他方では剛性を高く、といった相矛盾する要求を共に満足する製品でなくてはならない。それゆえ、筆者らは今日まで、振動対策や高剛性化を図る上での必要性から、波動歯車装置のねじり剛性を決定する因子について、系統的な研究^{(2),(3),(4)}を行ってきた。また、日高らは、波動歯車装置を有するロボット系のねじり振動に関し、構成要素の組立誤差や工作誤差と振動との関係についての実験的研究⁽⁵⁾や、理論的研究⁽⁶⁾を行い、振動低減対策上有用な提言をしている。このように、波動歯車装置の振動に関しては、同装置全体をねじりのばね要素と考えたねじり振動に着目した研究が、今日までなされてきた。

しかし、さらに波動歯車装置に起因して発生する振動原因を追求していくためには、ねじり振動のみならず、波動歯車装置を構成する要素個々の固有振動数などについても、詳細に把握しておく必要がある。波動歯車装置の構成要素としては、フレキシブルスプライン(FS)、サーキュラスプライン(CS)、ウエーブジェネレータ(WG)の3要素があるが、このうち、CSの固有振動数に関しては、CSを内歯のない円環とみなすことで、円環の面内曲げ振動の理論⁽⁷⁾から概略値を知ることができる。しかし、カップ形状をしたFSに対して、曲げ振動に関する円環理論を適用するわけにはいかない。また、FSは変形を容易にするために薄肉に作られており、しかも運転中のFS開口部は、WGにより常に周期的な強制変位を受けていることから、FSには振動が発生し易い格好の要因を含んでいると言える。また薄肉であることから固有振動数も低く、常用回転範囲内での共振の可能性も十分考えられる。

そこで本研究ではFSに着目し、連続体としてのFSの曲げ固有振動数と振動モードを実験的に求めることを試みた。また、運転中の波動歯車装置において、FSの振動を励起する可能性のある要因についての考察も行ったので、これらの結果について報告する。

2. 実験装置と実験方法

2・1 供試FSの諸元 波動歯車装置の構成要素の一つであるFSのバリエーションとしては、カップ形、

1998年9月24日受理

* 宇部工業高等専門学校 制御情報工学科

** 山口大学工学部 機械工学科

円筒形、シルクハット形などがあるが⁶⁾、本研究では最も一般的なカップ形を対象とした。図1はカップ形波動歯車装置の外観写真、図2はその波動歯車装置の構成要素の写真で、左から順に、ボールベアリングを押しつぶしてだ円形状にし、その中にだ円状のカムを挿入したような形をしたWG、薄肉カップ状の金属弾性体の外周に歯切りされたFS、FSより歯数が2枚多い厚肉円環に歯切された内歯車のCSである。また、研究対象としたFSの概略寸法は、開口部内径が約φ98mm、胴部の長さ80mm、胴部肉厚は0.6mmであり、詳細寸法について図3にまとめて示す。

図3からもわかるように、FS胴部の肉厚は非常に薄いので、FSの開口部を手で持って半径方向に力を加えた程度でも容易に変形する。したがって、FSに生じやすい振動も、FSの胴部の周囲が半径方向に振動するような曲げ振動であることが容易に推察される。

2・2 固有振動数の測定方法 FSの底部には低速軸への取り付け用として、φ9mmの穴が6カ所あいているので、この穴を利用してFSを実験台にボルトで固定した。この状態で、FSの開口部付近を半径方向

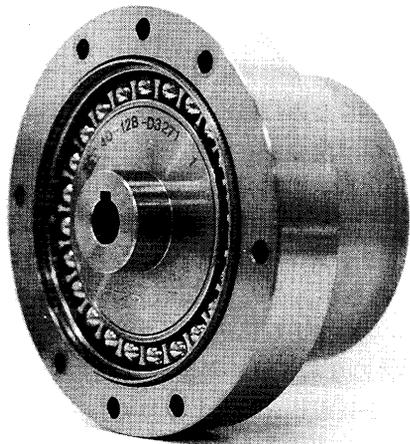


図1 カップ形波動歯車装置の外観

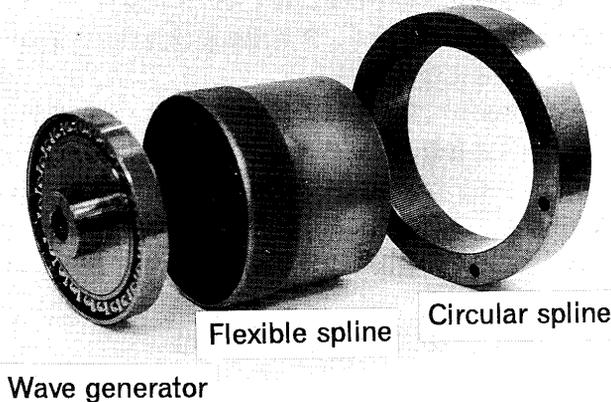


図2 カップ形波動歯車装置の構成要素

にハンマーでたたくことにより、FS胴部に曲げ振動を発生させた。このときに発生した振動を、FS胴部の円周方向に貼り付けたひずみゲージにより、曲げひずみの変化としてとらえることにした。

なお、ここで言う曲げ振動とは、FSの底部を固定端、開口部側を自由端とする片持ちはりとしての曲げ振動ではなく、FS胴部を輪切りしてできる円環が、FSの軸直角断面内で振動するような曲げ振動のことである。

図4はFS胴部の曲げ振動波形の測定ブロック線図であり、ひずみゲージでとらえた円周方向のひずみの振動波形を、ブリッジボックス、動ひずみ増幅器を介してFFTに入力し、周波数分析を行った。また、周波数の分析結果はXYプロッタに出力した。

2・3 振動モードの求め方 振動によってFS胴部の各部に生じる曲げひずみの引張り・圧縮の位相や大きさから、振動モードを推定するために、図5に示した位置に計5枚のひずみゲージを貼り付けた。これら5枚のひずみゲージのうち、FS開口部側から底部に向かって33mmの位置における直径上の2箇所に貼り付けたひずみゲージa₁、b₁では、その位置における軸直角断面内の曲げひずみの引張り・圧縮の位相を知ることができる。またFSの軸方向に貼り付けたひずみゲージa₁、a₂、a₃、a₄により、同一軸方向上の曲げひずみの位相はもちろん、振動ひずみ量の分布を知ることができる。

ハンマリングによって生じる振動波形では、いろいろな高調波を含んでいるために、着目した振動数でのFS

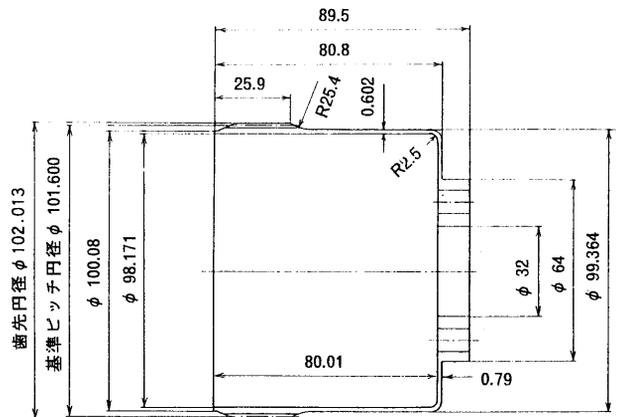


図3 FSの形状と寸法



図4 固有振動数測定のプロック線図

各部のひずみの位相や分布を考察することが容易でない。そこで、小型加振機を用いて、低次の固有振動数から順に、その振動数でFS開口部の一点を半径方向に加振し、共振状態を保った上で、ひずみゲージで捕らえたFS胴部の各部の振動波形を測定することにした。

図6は振動モード測定のために製作した加振装置の写真で、ワイヤーの一端を加振機に加振部に取り付け、また他端に取り付けたクリップでFS開口部の一点をはさみ、FSに強制振動を与えている。

3. 実験結果と考察

3・1 FSの固有振動数 FS開口部付近をハンマリングした瞬間に、図5に示したひずみゲージa₁でとらえた振動波形を図7に示す。図7は横軸に時間、縦軸にひずみ量(1V=50 μs)をとって表したものであるが、FSの基本振動と思われる最も周期の長い振動波形

は、10msあたり3.5回程度振動していることが伺える。それゆえ、350Hz前後がFSの1次の固有振動数と思われる、またこの基本振動波形の上ののっている高調波が2次や3次などの固有振動数の振動波形であろう。

図7に示した振動波形をFFTで周波数分析すると図8のようになる。図8は横軸に分析周波数、縦軸にひず

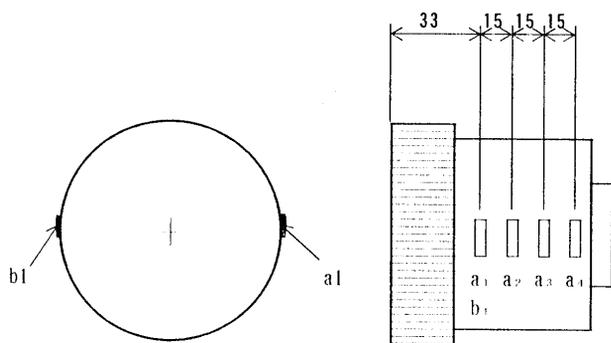


図5 ひずみゲージの貼り付け位置

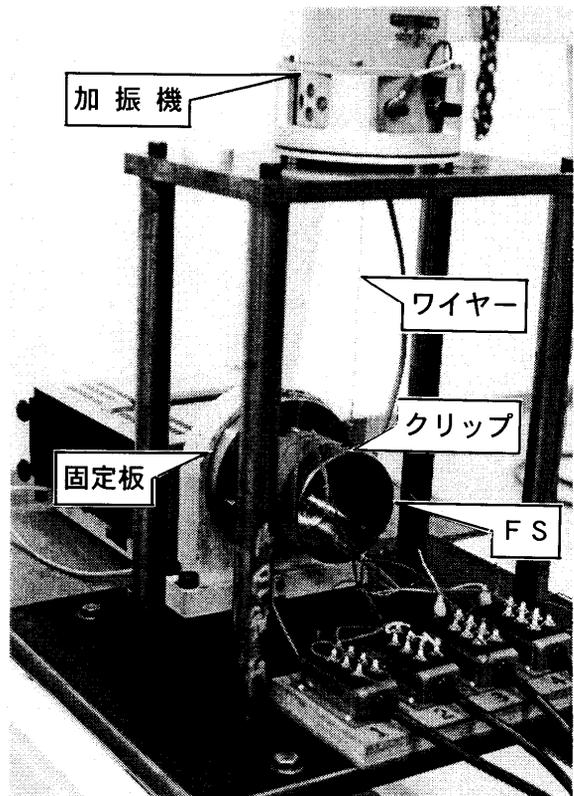


図6 加振実験装置

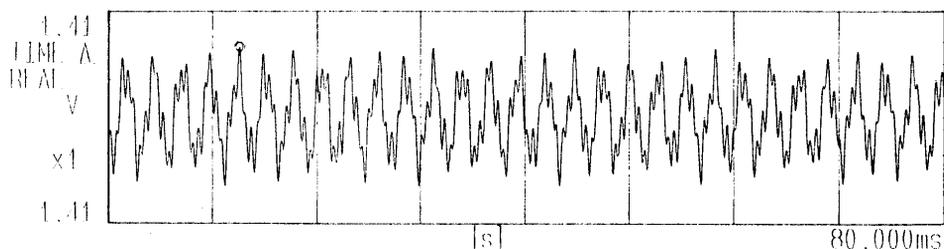


図7 ハンマリングによる振動波形

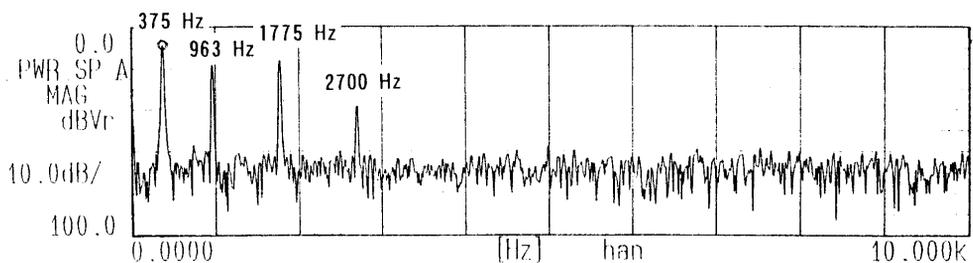


図8 図7の周波数分析結果

みのレベル(0dB=50 μ st)をとって示したものである。これより、図7に示した振動波形の主な周波数成分は、低い方から375Hz、963Hz、1775Hz、2700Hzであり、これらの周波数が低い方から順にFSの1次、2次、3次、4次の曲げ固有振動数と考察される。なお、5次以上の周波数成分は図8からは見い出せなかった。

3・2 FSの振動モード 加振機を用いて、まず図8に現れた最も低い周波数成分である375Hz前後の周波数でFSを加振させたながら、オシロスコープでひずみゲージ a_1 、ならびにそれから180°の位置に貼り付けたひずみゲージ b_1 における振動波形を同時観察していると、375Hzの加振周波数の時、急に振幅の大きい調和的振動波形が表れた。この時に観測された振動波形を図9に示す。図9(a)はゲージ a_1 、(b)はゲージ b_1 による振動波形で、同時刻に対して(a)の波形が山のとき、(b)の波形も山となっていることが読みとれる。すなわち、180°離れたFS胴部円周上の2カ所では、一方が引張りひずみならば、他方も引張りひずみというように、同位相の振動が生じていることになる。それゆえ、ひずみゲージ a_1 と b_1 を含むFS胴部を輪切りして得られる薄肉円環を考えたとき、その円環はある瞬間では図10の実線に示すように、円環周上に完全波形が2つ存在するような形で振動していることになる。

一方、ひずみゲージ a_1 を含み、FSの軸方向に並べ

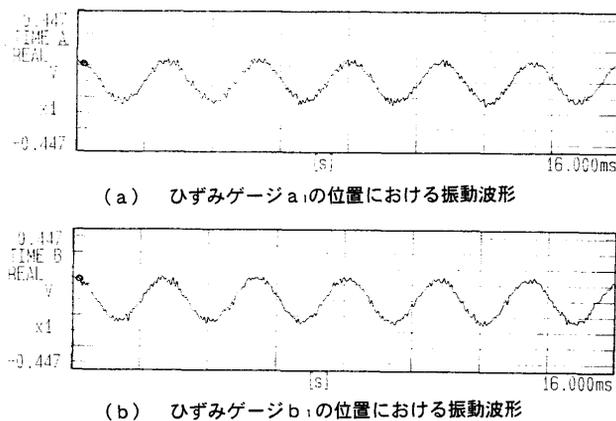


図9 180°対象位置における1次の振動波形

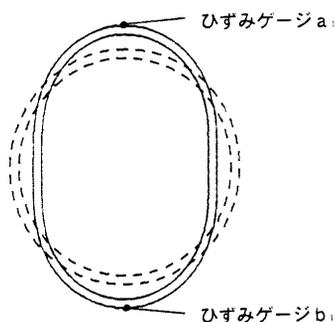


図10 FS開口部側から見た1次の振動モード

て貼り付けたゲージ a_2 、 a_3 、 a_4 により、同時計測された振動波形は図11のようになっていた。すなわち、FS胴部外周の同一軸方向上における4カ所の振動は、すべて同位相となっており、しかも a_1 の両振幅は15 μ st、 a_2 は12 μ st、 a_3 は7 μ st、 a_4 は6 μ stと、FSの底部に近づくにしたがってひずみが小さくなっている。これは振動によるFS胴部の半径方向の変形度合いが小さくなっていくことを意味する。

以上のことから、FSの1次の振動モードを立体的に表すと図12のようになり、振動していないときの真円状態を振動の平衡位置として、ある瞬間ではFS開口部

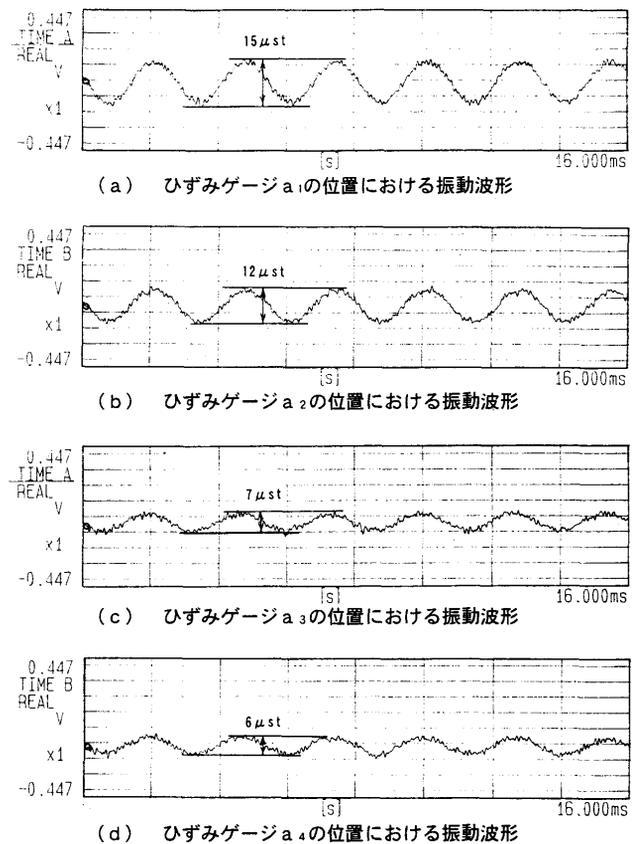


図11 FSの同一軸方向上の振動波形

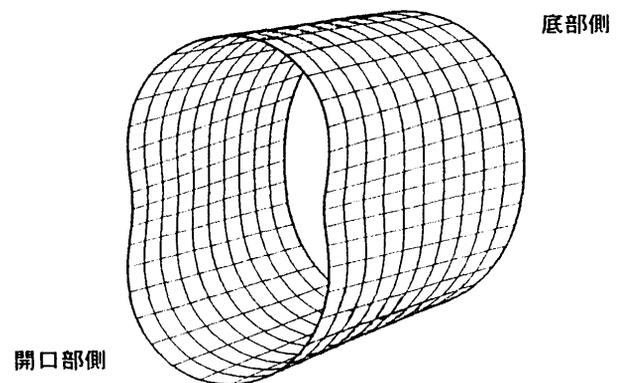


図12 1次(375Hz)の振動モードの立体表示

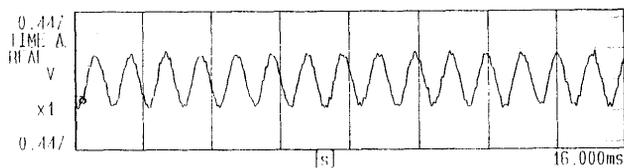
側はだ円形状、底部に近づくにつれて真円となるような形で振動しているものと推察される。

さらに加振周波数を上げ、2次の固有振動数 963Hz で加振してFSを共振させたときのひずみゲージ a_1 、 a_2 における振動波形を図13に示す。2次の振動波形では、図9に示した1次の振動波形の場合と違って、同時刻におけるひずみゲージ a_1 と b_1 による振動波形では、位相が 180° ずれていた。これはFSの胴部周上に完全波形が3つ存在することを意味し、FS胴部がその軸直角断面内で、図14に示すような形で振動していると考えられる。

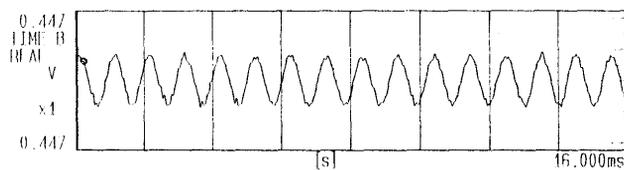
一方、同一軸方向のFS胴部外周の4カ所に貼ったひずみゲージ a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 でとらえた振動波形はすべて同位相であり、しかも図11の場合と同様に、ひずみはFSの底部に近づくにつれて小さくなっていった。以上のことから、2次の振動モードを立体的に示すと、FSは図15に示すような形で振動していることになる。

同様の方法で得られた3次の固有振動数 1775Hz、ならびに4次の固有振動数 2700Hz における 180° 離れたひずみゲージ a_1 、 b_1 による2カ所の振動波形の位相を、1次、2次の場合を含め、まとめて表1に示す。

表1より、3次の場合は同位相、4次の場合では逆位相となること、また、軸方向4カ所でのひずみの振動波形は、いずれも図11の場合と同様、FSの底部に近づくにつれて小さくなっていったことから、FSの3次の振



(a) ひずみゲージ a_1 の位置における振動波形



(b) ひずみゲージ b_1 の位置における振動波形

図13 180° 対象位置における2次の振動波形

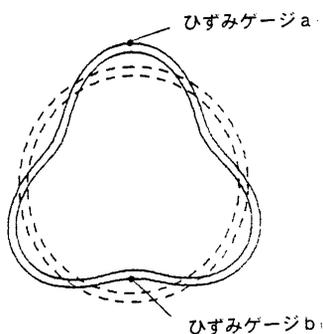


図14 FS開口部側から見た2次の振動モード

動モードは図16、また4次の振動モードは図17のような形であると思われる。

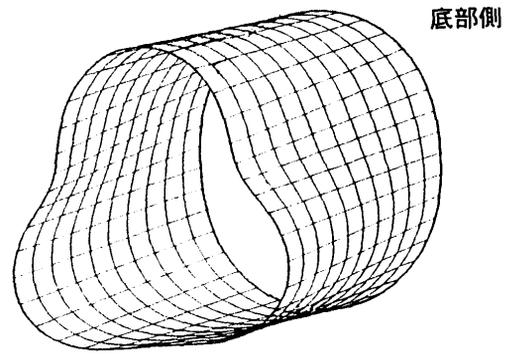


図15 2次(963Hz)の振動モードの立体表示

表1 ひずみゲージ a_1 、 b_1 による振動波形の位相

	1次	2次	3次	4次
固有振動数 Hz	375	963	1775	2700
位相	同位相	逆位相	同位相	逆位相

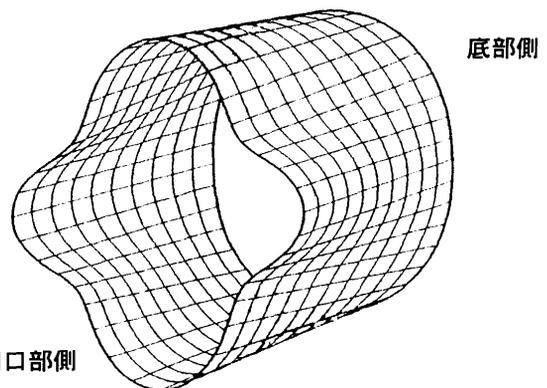


図16 3次(1775Hz)の振動モードの立体表示

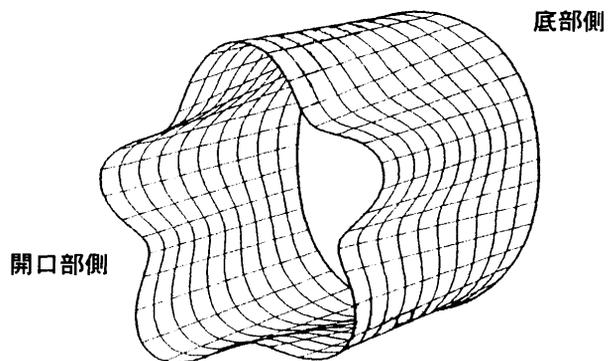


図17 4次(2700Hz)の振動モードの立体表示

3・3 運転中の強制振動源とその周波数の検討

3・3・1 WGによる強制変位周波数 波動歯車装置特有のかみあい生成の基本機構であるWGのだ円カム軸が1回転する間に、FS開口部の任意の1点はWGより2回の強制変位を受ける。いま、高速軸であるだ円カム軸の毎分回転数を n_{rpm} とすると、WGの回転によってFSに与えられる強制変位の周波数 f_w は、次式で表される。

$$f_w = \frac{n}{60} \times 2 = \frac{n}{30} \quad \dots\dots (1)$$

式(1)において、 f_w がFSの1次の固有振動数 375Hz に一致する高速軸の毎分回転数は、 $n = 11250rpm$ となる。したがって、波動歯車装置の高速軸の常用回転数が、高いものでも 4000rpm ~ 5000rpm 程度であることから、常用回転数範囲内においては、WGによるFSへの強制変位の周波数がFSの固有振動数と一致することはなく、共振の心配はなさそうである。

3・3・2 WGのボールの通過周波数 実験対象としたFSに組み込まれるWGには、23個のボールが使われており、だ円カム軸1回転につきFSの任意の一定点上を10個程度のボールが通過する。すなわち、ボールの通過時にはWGの半径方向の剛性に変動が生じることから、振動の発生要因となり得る。高速軸の回転数 n_{rpm} とWGのボールの通過周波数 f_B との関係は、

$$f_B = \frac{n}{60} \times 10 = \frac{n}{6} \quad \dots\dots (2)$$

となる。

この f_B がFSの1次の固有振動数に一致する高速軸回転数は $n = 2250rpm$ となり、高速回転域においては共振のがあることになる。

3・3・3 FSとCSのかみあい周波数 CSの歯数を z_c 、高速軸の毎分回転数を n_{rpm} とすると、かみあい周波数 f_z は、

$$f_z = \frac{n z_c}{60} \quad \dots\dots (3)$$

計算の一例として $z_c = 300$ 枚の場合、 $n = 75rpm$ 程度で $f_z = 375Hz$ となり、FSの1次の固有振動数に一致する。また、 $n = 193rpm$ で2次の固有振動数 963Hz に、 $n = 355rpm$ で3次の固有振動数 1775Hz に一致する。したがって、常用回転数範囲内において、計算上共振の可能性のあるものの、波動歯車装置の場合、同時かみあい歯数が多いことから、歯のピッチ誤差や歯自体の剛性変動の影響は小さいものと思われる。

4. 結 言

カップ形波動歯車装置のFSを研究対象として、FSの軸直角断面内の曲げ振動に関する固有振動数と振動モードを実験的に求めた。また、運転中における波動歯車装置の強制振動源とその周波数についての検討を行った結果、次のような結論を得た。

- (1) FSの軸直角断面内曲げ振動の固有振動数は、低い方から 375Hz、963Hz、1775Hz、2700Hz の4次まで確認できた。
- (2) FSの振動モードは、FSの開口部側では円環の面内曲げ振動の場合と同様のモードであるが、底部に近づくとしたがつて振幅が小さくなるような形をしている。
- (3) 常用回転数範囲内において、FSの曲げ固有振動数を励起する可能性のある要因としては、WGのボールの通過周波数、ならびにFSとCSのかみあい周波数が考えられるが、波動歯車装置の根本的なかみあいを生成するWGの強制変位周波数は、FSの最低次の固有振動数に対しても一致することはない。

参考文献

- (1) 沢田, ハーモニックドライブ減速機の機構と応用, 機械設計, Vol.22, No.5 (1978), 61.
- (2) 杉本, 他5名, 波動歯車装置のねじり剛性に関する実験的考察, 日本機械学会論文集(C編), 56-530 (1990), 2732.
- (3) 杉本, 他4名, 波動歯車装置のかみあいシミュレーション, 日本機械学会論文集(C編), 58-551 (1992), 2232.
- (4) 杉本, 他4名, 波動歯車装置のねじり剛性の数値解析, 日本機械学会論文集(C編), 59-563 (1993), 2239.
- (5) 日高, 他3名, 産業用ロボットの旋回駆動部における振動特性に関する研究, 日本機械学会論文集(C編), 52-480 (1986), 2207.
- (6) 日高, 他5名, 波動歯車装置を有するロボット系の振動の理論解析, 日本機械学会論文集(C編), 55-516 (1989), 1864.
- (7) 渡辺・谷下訳:チモシェンコ工業振動学, 東京図書 (1977), 390.
- (8) 沢田, 弾性力学を応用した高減速装置, 設計製図, Vol.21, No.10 (1986), 367.