

永久磁石を用いた進行波管用周期磁界装置の設計について (第2報)

児 玉 匡 生*

要 旨

第一報においては、進行波管の周期磁界装置で、磁極の外径を磁石の外径よりいくぶん小さくしたときの設計法を述べた。この第二報では、さきの設計計算式を図に表わした。また、この計算式を導くにあたっては、磁極の外径と磁石の外径とにはさまれる部分にできる空隙は、磁石の変分透磁率と同じ透磁率の物質でおきかえて計算した。この仮定による誤差を摂動法を用いて見積ることができた。最後に本理論にもとづいて、設計した、磁界装置を試作し、磁界分布を測定し、理論の正しいことを確めた。

1. ま え が き

第一報においては、進行波管の周期磁界装置で磁極の外径を、磁石の外径より小さくした場合の設計の方法を示し、計算式を導いた。第二報においては、導いた計算式を図に表し、設計に便利なようにした。また計算式を導くにあたっては磁極の外径と磁石の外径とにはさまれた空間にある空隙は、磁石の変分透磁率と同じ透磁率と同じであるとして計算した。この仮定による誤差を摂動法によって見積り、設計には支障のない範囲であることを確めた。

最後に本理論にもとづいて設計した、周期磁界装置を試作した。この磁束分布は測定誤差の範囲内で理論の通りになることを確めた。

なおこの報告書における記号はことわらないかぎり前報と同じ意味とする。数式の番号は前報と通し番号とする。

2. 設 計 図 表

(30)式は、ベッセル関数、ハンケル関数を変形ベッセル関数に直し、ロンメル公式¹⁾を使えば、いくぶん簡単になり次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{\mu H m'}{M_0} + 1 \\ &= \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4 \sin^2 n l'}{\pi r_2' l' n^3 K_0(n r_2) I_1(n r_2')} \\ & \times \left\{ \mu \frac{K_1(n r_2')}{I_1(n r_2')} \frac{I_1(n r_2)}{K_1(n r_2)} \right. \\ & \quad \left. + \frac{K_1(n r_2')}{I_1(n r_2')} \frac{I_0(n r_2)}{K_0(n r_2)} - \mu + 1 \right\} \quad (35) \end{aligned}$$

ただし記号は次の通りである。

$$r_2' = 2 \pi R_2' / L \quad (36)$$

$$r_2 = 2 \pi R_2 / L \quad (37)$$

$$l' = \pi L' / 2 L \quad (38)$$

(35)式をバリウムフェライトの場合について計算した。したがってこの場合は $\mu = 1.15$ である。計算の結果を図1, 2に示す。

(35)式は無限級数であるが、収束が非常に早いため普通の場合つまり、 $r_2' \gg 1$, $r_2/r_2' > 1.1$ においては、第2項 ($n=3$) 以上の項は2%以下となり、無視してもさしつかえない。このような条件においては(35)式をその近似式で表すことができる。

$$\begin{aligned} & \frac{\mu H m'}{M_0} + 1 \\ &= \frac{8}{\pi} \frac{\sin^2 l'}{l'} \sqrt{\frac{r_2}{r_2'}} \cdot e^{r_2 - r_2'} \left(1 + \frac{1}{8 r_2} + \frac{3}{8 r_2'} \right) \\ & \quad - \left\{ (1 + \mu) e^{2(r_2 - r_2')} \left(1 + \frac{3}{4 r_2'} + \frac{1 - 3\mu}{1 + \mu} \cdot \frac{1}{4 r_2} \right) \right. \\ & \quad \left. + 1 - \mu \right\} \quad (39) \end{aligned}$$

これは変形ベッセル関数とその漸近展開の第1項, 2項の和で近似したものである。

図1, 2を見ればわかるように $r_2/r_2' = 1$ のときは $-\mu H m'/M_0 = 0$ となり $r_2/r_2' \rightarrow \infty$ で $-\mu H m'/M_0$ は1に近づくことがわかる。 $r_2/r_2' > 1.3$ 以上では磁石の外径を大きくしてもそのわりに効果は薄い。

* 宇部工業高等専門学校電気工学教室

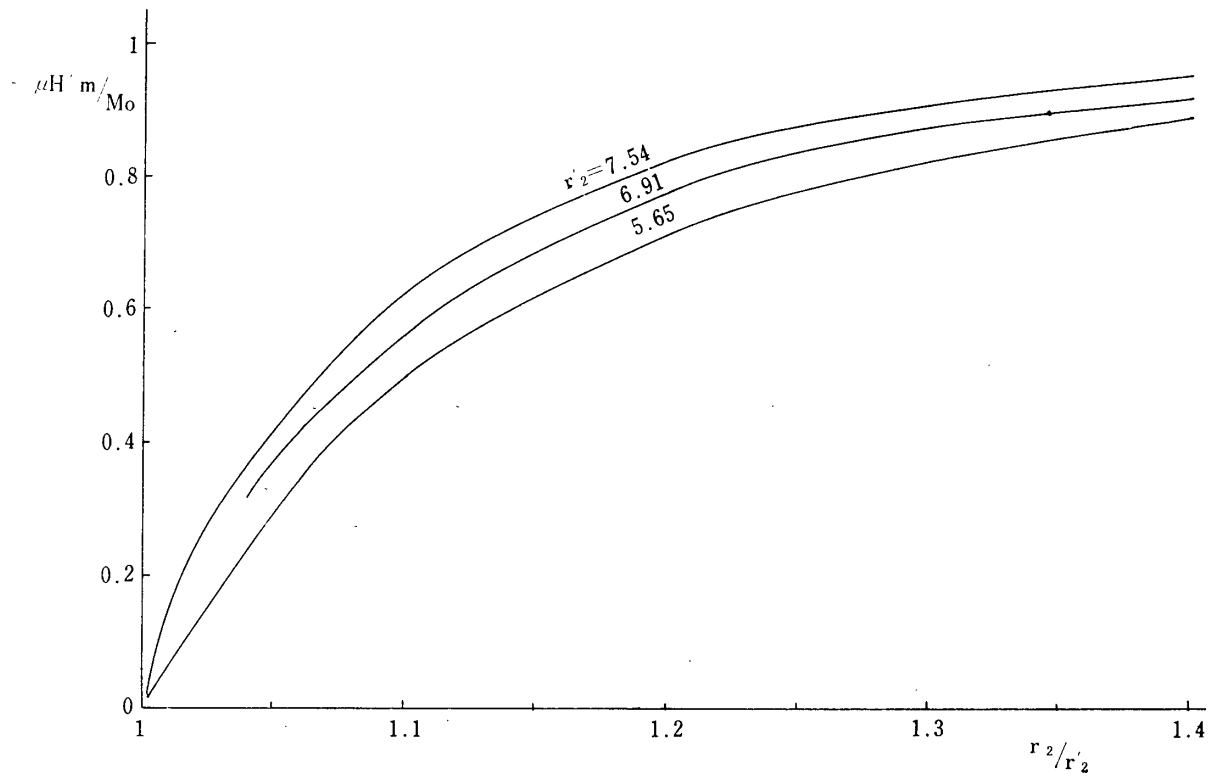


図 1. r_2, r_2' と $\mu Hm/M_0$ の関係 ($L'/L=0.95$)

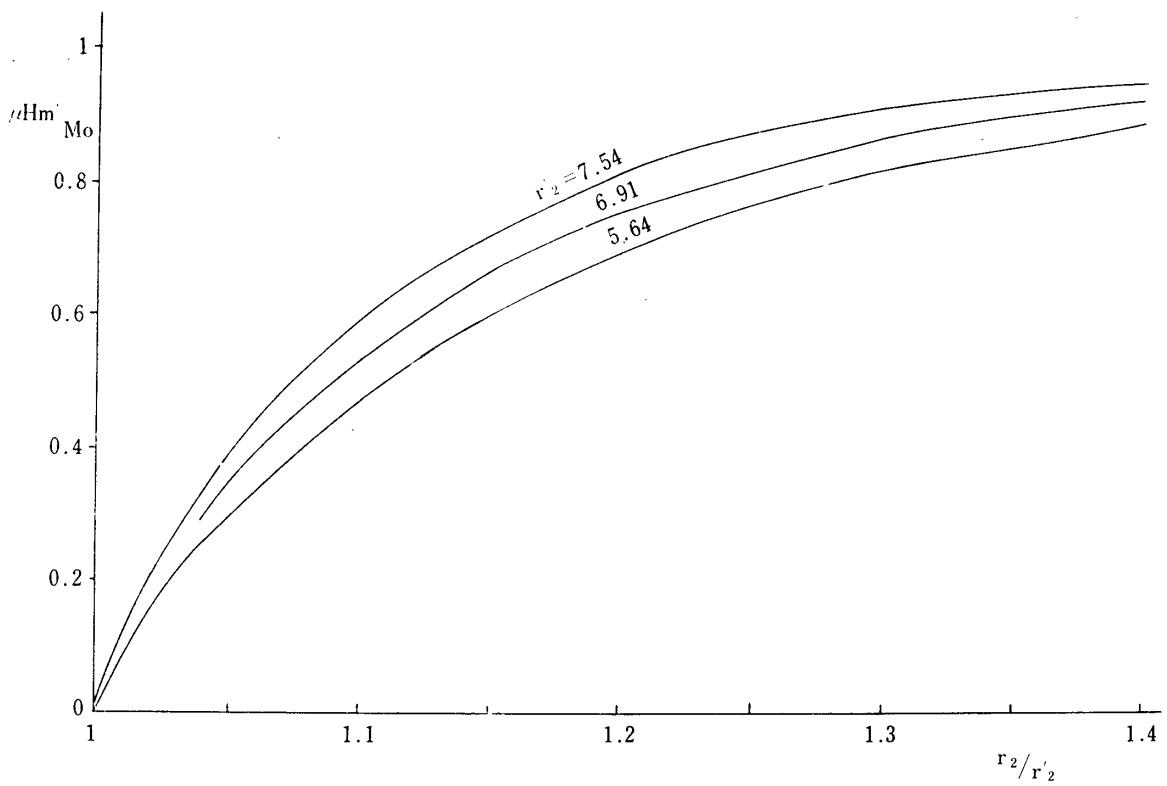


図 2. r_2, r_2' と $\mu Hm/M_0$ の関係 ($L'/L=0.8$)

3. 誤差評価

3.1 基本関係式

(35)式を導くのに種々の仮定を置いた。その1つに $R_2' < R < R_2$ において空隙のできる領域の透磁率 μ_0 を磁石の変分透磁率 $\mu\mu_0$ でおきかえた。この仮定による誤差は影響が大きいので、誤差の大きさを見積る必要がある。

摂動法²⁾によって、この影響を調べることにした。この結果を用いれば、(35)式を補整して一層精度のよい計算式を導くことができるが、計算が複雑になるので、本稿では、具体的な例について誤差を算出し、それが支障のない範囲のものであるかどうかを見るにとどめることにする。

比透磁率 μ の均質な磁性体の磁束密度を B とする。そして、その磁性体の一部分の領域の比透磁率を少し変えて $\mu + \mu_p$ とする。ただし $\mu_p \ll \mu$ である。そして変化後の磁束密度を $B + B_p$ とする。均質で、電流密度が零の領域においては次の式がなりたつ。

$$\text{div}(B + B_p) = \text{div}B + \text{div}B_p = 0 \quad (40)$$

$$\text{rot} \frac{B + B_p}{(\mu + \mu_p)\mu_0} = \frac{1}{(\mu + \mu_p)\mu_0} (\text{rot}B + \text{rot}B_p) = 0 \quad (41)$$

しかるに、 $\text{div}B = 0$ 、 $\text{rot}B = 0$ 、であるから、摂動解 B_p についても次の式がなりたつ。

$$\text{div}B_p = 0 \quad (42)$$

$$\text{rot}B_p = 0 \quad (43)$$

次に相接している領域 1, 2 の比透磁率を μ_1, μ_2 、磁束密度を B_1, B_2 とする。摂動後には比透磁率をそれぞれ $\mu_1 + \mu_p, \mu_2 + \mu_p$ とし、磁束密度 $B_1 + B_{1p}, B_2 + B_{2p}$ とする。そうすれば領域 1, 2 の接した境界面において、次式がなり立つ。

$$B_{n1} + B_{n1p} = B_{n2} + B_{n2p} \quad (44)$$

ここで n の印は境界面に垂直な成分を示す。 $B_{n1} = B_{n2}$ であるから

$$B_{n1p} = B_{n2p} \quad (45)$$

である。また磁束密度の接面成分については

$$\frac{B_{t1} + B_{t1p}}{(\mu_1 + \mu_p)\mu_0} = \frac{B_{t2} + B_{t2p}}{(\mu_2 + \mu_p)\mu_0} \quad (46)$$

ここで、 t の印は面に接した成分を示す。ここで両辺の分母をはらい、摂動分は無摂動分比べて小さく、それらの2次以上の項は省略しうるとし、また、 $\mu_2 B_{t1} = \mu_1 B_{t2}$ であることを利用すれば、(46)式は次のようになる。

$$\mu_2 p B_{t1} - \mu_1 p B_{t2} = \mu_1 B_{t2p} - \mu_2 B_{t1p} \quad (47)$$

この式を次のように変形する

$$n \times \left(\frac{\mu_1 p B_{t2} - \mu_2 p B_{t1}}{\mu_1 \mu_2 \mu_0} \right) = n \times \left(\frac{B_{t1p}}{\mu_1 \mu_0} - \frac{B_{t2p}}{\mu_2 \mu_0} \right) \quad (48)$$

(42), (43), (45), (48) が摂動解 B_p の満足すべき条件である。これからわかるように、磁束密度についての解は透磁率の変化はなく、代りに、(48)式で示されるような面電流 $(\mu_1 p B_{t2} - \mu_2 p B_{t1}) / \mu_1 \mu_2 \mu_0$ を仮定すればよい。

3.2 境界条件

さて本題においての、この面電流を算出する。透磁率が変化するのは図3に示すように $R_2' < R \leq R_2$ で $nL/2 + L'/4 \leq z \leq (n+1)L/2 - L'/4$ における領域である。この領域において透磁率が $\mu\mu_0$ から μ_0 に変る。

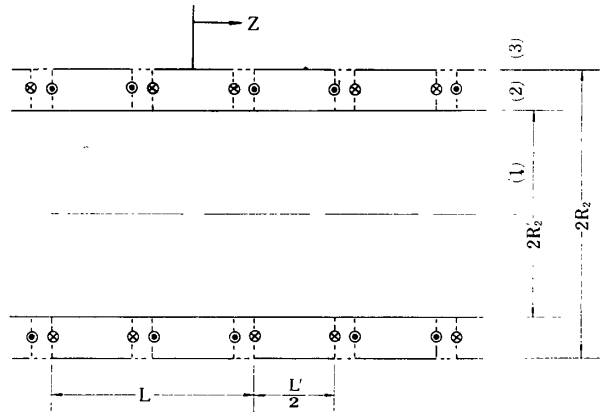


図3. 摂動解を求めるための境界条件(1), (2), (3)における透磁率はそれぞれ 0, $\mu\mu_0$, μ_0 である。点線の上に(48)式で与えられる面電流が流れている。

上の考察から解るように、摂動解を求めるには図3に示す境界条件における磁束密度を求めればよい。すなわち透磁率はそれぞれ $R \leq R_2'$ において零、 $R_2' < R \leq R_2$ において $\mu\mu_0$ 、 $R > R_2'$ において μ である。(48), (21)式より、電流密度は $R_2' < R < R_2$ かつ、 $z = nL \pm L'/4$ ($n = 1, 2, \dots$) において、(21), (48)式より、次式で示すような θ 方向の面電流 $K_{\theta 1}$ が流れている。

$$K_{\theta 1}' = \frac{\mu_p}{\mu^2 \mu_0} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} C_n \left\{ \frac{K_1(nr_2')}{I_1(nr_2')} I_1(nr) - K_1(nr) \right\} \times \left(\frac{4n}{L} \right) \sin l' \quad (49)$$

ただし、ここで

$$r = 2\pi R/L \quad (50)$$

である。ここで μ_p は比透磁率の変動分で、 $1 - \mu$ で与えられる。 $R_2' < R < R_2$ かつ、 $z = nL + L/2 \pm L'/4$ においては(49)式と反対に正の θ 方向の面電流が流れる。この極性を3図に矢印で示す。

$R = R_2$ で、 $-L'/4 + nL/2 < z < L'/4 + nL/2$ においては、面電流は零である。 $R = R_2$ で $L'/4 + nL/2 \leq z \leq -$

$L'/4 + (n+1)L/2$ においては, (18), (23), (48)式より, 次の式で与えられる θ 方向の面電流 $K_{\theta 2}'$ が流れる.

$$K_{\theta 2}' = \frac{\mu p}{\mu^2 \mu_0} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} C_n \left\{ 1 - \frac{K_1(nr_2')}{I_1(nr_2')} \frac{I_1(nr_2)}{K_1(nr_2)} \right\} \cdot \frac{4n}{L} \cdot K_0(nr_2) \cos(n\zeta) \quad (51)$$

ただし, ここで

$$\zeta = 2\pi z/L \quad (52)$$

である. この面電流の分布の概略を図4に示した.

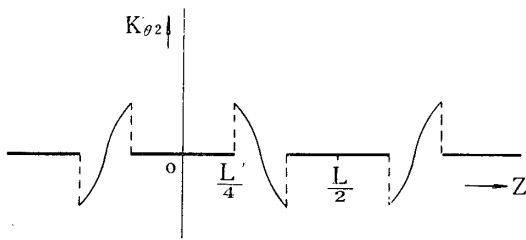


図4. $R=R_2$ を流れる面電流の分布

以上に述べた等価電流を後の都合のため ζ についてのフーリエ級数に展開して表す.

$R_2' < R < R_2$ に流れる電流 $K_{\theta 1}$ については次のようになる.

$$K_{\theta 1} = K_{\theta 1}' \cdot \frac{4}{L} \int_0^{L/2} \left\{ \delta\left(\frac{L'}{4} - z\right) - \delta\left(\frac{L}{2} - \frac{L'}{4} - z\right) \right\} \cos \frac{n \cdot 2\pi}{L} z \, dz \\ = K_{\theta 1}' \cdot (\delta/L) \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \cos n\zeta \quad (53)$$

ここに $\delta(x)$ はデルタ関数を表す.

$R=R_2$ に流れる面電流 $K_{\theta 2}$ は次のようなフーリエ級数で表すことができる.

$$K_{\theta 2} = \sum_{n=1}^{\infty} K_n \cos n\zeta \quad (54)$$

とし,

$$C_m' = \frac{\mu p}{\mu^2 \mu_0} \cdot \frac{4m}{L} \cdot C_m \left\{ 1 - \frac{K_1(mr_2')}{I_1(mr_2')} \frac{I_1(nr_2)}{K_1(nr_2)} \right\} \cdot K_0(nr_2) \quad (55)$$

とすれば

$$K_n = \frac{4}{\pi} \int_{l'}^{\pi-l'} \cos n\zeta \left(\sum_{m=1}^{\infty} C_m' \cos m\zeta \right) d\zeta$$

したがって n が奇数のときには

$$K_n = \frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} C_m' \left\{ \frac{\sin(m+n)l'}{m+n} + \frac{\sin(m-n)l'}{m-n} \right\} + \frac{2}{\pi} \cdot C_n' \left\{ \frac{\sin 2nl'}{n} + \pi - 2l' \right\} \quad (56)$$

\sum' は m の自然数についての和から, $m=n$ の項を除くこ

とを意味する. n が偶数のときは

$$K_n = 0$$

となる.

3・3 磁束密度分布

$K_{\theta 1}$ によって生ずる磁界と $K_{\theta 2}$ によって生ずる磁界を分けて考える. $K_{\theta 1}$ による磁束密度を次のように仮定する.

$r_2' \leq r < r_2$ においては

$$B_z = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ E_n(r) I_0(nr) + F_n(r) K_0(nr) \right\} \cos(n\zeta) \quad (57)$$

$$B_r = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ E_n(r) I_1(nr) - F_n(r) K_1(nr) \right\} \sin(n\zeta) \quad (58)$$

$r \geq r_2$ においては

$$B_z = \sum_{n=1}^{\infty} G_n K_0(nr) \cos(n\zeta) \quad (59)$$

$$B_r = - \sum_{n=1}^{\infty} G_n K_0(nr) \sin(n\zeta) \quad (60)$$

とする. 表現を簡単にするため $K_{\theta 1}$ を次のように表す.

$$K_{\theta 1} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} H_n(r) \cos n\zeta \quad (61)$$

とすれば, (49), (53)式より

$$H_n(r) = \frac{32}{L^2} \frac{\mu p}{\mu^2 \mu_0} \cos n l' \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} C_m \cdot m \cdot \left\{ \frac{K_1(mr_2')}{I_1(mr_2')} I_1(nr) - K_1(nr) \right\} \sin n l' \quad (62)$$

である. (61)式で表わされる面電流のうち, r と $r+\delta r$ の間に流れる電流は,

$$\delta K_{\theta 1} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} H_n(r) (\cos n\zeta) \left(\frac{L}{2\pi} \right) \delta r \quad (63)$$

である. (57), (58), (63)式より

$$I_1(nr) \delta E_n(r) = K_1(nr) \delta F_n(r) \quad (64)$$

$$I_0(nr) \delta E_n(r) + K_0(nr) \delta F_n(r) = \mu \mu_0 H(r) \delta r \quad (65)$$

を得る. ここで $\delta E_n(r) = E_n(r+\delta r) - E_n(r)$, $\delta F_n(r) = F_n(r+\delta r) - F_n(r)$ とした. (64), (65)式とロンスルの公式を使うと次式を得る.

$$\delta E_n(r) = -nr K_1(nr) H_n(r) (L/2\pi) \mu \mu_0 \delta r \quad (66)$$

$$\delta F_n(r) = -nr I_1(nr) H_n(r) (L/2\pi) \mu \mu_0 \delta r \quad (67)$$

(66), (67)式を区間 $[r_2', r_2]$ にわたって積分すれば,

$$E_n(r_2) = -\frac{16n}{\pi L} \cdot \frac{\mu p}{\mu} \cos n l' \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} C_m m \sin n l' \cdot \int_{r_2'}^{r_2} \left\{ \frac{K_1(mr_2')}{I_1(mr_2')} I_1(nr) - K_1(nr) \right\} r K_1(nr) dr + E_n(r_2') \quad (68)$$

$$F_n(r_2) = -\frac{16}{\pi} \cdot \frac{n}{L} \cdot \frac{\mu_p}{\mu} \cos n l' \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} C_m m \sin m l' \\ \cdot \int_{r_2'}^{r_2} \left\{ \frac{K_1(m r_2')}{I_1(m r_2')} I_1(m r) - K_1(m r) \right\} r I_1(n r) dr \\ + F_n(r_2') \quad (69)$$

(68), (69)に含まれる積分はロンメル積分³⁾から求めることができる。

$r=r_2$ においては $K_{\theta 1}$ は零である。したがって、境界面に垂直な磁束密度成分が連続であること、境界面に平行な磁界強度成分が連続であることを用いて、(57)~(60)式より次式を得る。

$$\{n I_1(n r_2) K_0(n r_2) + I_0(n r_2) K_1(n r_2)\} E_n(r_2) \\ = K_0(n r_2) K_1(n r_2) (\mu - 1) F_n(r_2) \quad (70)$$

次に $r=r_2'$ において $B_r=0$ であることより、(58)式から次の式を得る。

$$E_n(r_2') I_1(n r_2') = F_n(r_2') K_1(n r_2') \quad (71)$$

(68)~(71)式より $E_n(r_2)$, $F_n(r_2)$ を消去して $B_n(r_2')$, $F_n(r_2')$ を求めると、(57), (58)より、 $r=r_2'$ における磁界を求めることができる。

次に $r=r_2$ に流れる、(64), (66)式で表わされる、電流による磁束密度分布を求める。これは前報第3章で示した外部磁界を求める方法と同じようにして求まる。 $K_{\theta 2}$ による磁束密度を次のように仮定する $r_2' \leq r < r_2$ においては、

$$B_z = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{K_1(n r_2')}{I_1(n r_2')} I_0(n r) + K_0(n r) \right\} J_n \cos(n \frac{\pi}{L} z) \quad (72)$$

$$B_r = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{K_1(n r_2')}{I_1(n r_2')} I_1(n r) - K_1(n r) \right\} J_n \sin(n \frac{\pi}{L} z) \quad (73)$$

$r_2 < r$ においては

$$B_z = \sum_{n=1}^{\infty} P_n K_0(n r) \cos(n \frac{\pi}{L} z) \quad (74)$$

$$B_r = \sum_{n=1}^{\infty} P_n K_1(n r) \sin(n \frac{\pi}{L} z) \quad (75)$$

とする。前報3章を参考にして、(70)式の面電流 K_{θ} が、(64)式に変わったと考えることができる。したがって(70), (71), (64)式より

$$J_n = \frac{K_n \mu \mu_0}{K_0(n r_2)} \left/ \left(\frac{K_1(n r_2')}{I_1(n r_2')} \frac{I_0(n r_2)}{K_0(n r_2)} \right. \right. \\ \left. \left. + 1 + \mu \frac{K_1(n r_2')}{I_1(n r_2')} \frac{I_1(n r_2)}{K_1(n r_2)} - \mu \right) \right. \quad (76)$$

を得る。(64), (62), (76)式より求める磁束密度分布を知ることができる。

3・4 計算例

摂動による磁束密度成分がどの程度あるかを事例によって計算する。例に用いる磁界収束装置の各部の寸法は次の通りである。

$2 R_1' = 19.0$ (mm)	$r_1' = 2.95$
$2 R_2' = 38.5$ (mm)	$r_2' = 5.98$
$2 R_1 = 21.0$ (mm)	$r_1 = 3.26$
$2 R_2 = 46.0$ (mm)	$r_2 = 7.15$
$L' = 16.1$ (mm)	$l' = 1.25$
$d_1 = 5.0$ (mm)	$\sigma_1 = 2.48$
$L = 20.2$ (mm)	

各部の寸法は本稿に述べた方法によって定めたものである。永久磁石にはバリウムフェライトを用いる。

上述の数値と(4), (5), (6)式より

$$\Psi_1 = 3.236 \times 10^{-10} \text{Hm(wb)} \quad (77)$$

$$\Psi_2 = 0.63 \times 10^{-10} \text{Hm(wb)} \quad (78)$$

が求まる。中心軸における B_z の最大値を B_{z0} とすれば、(3)式より

$$B_{z0} = 0.386 \times 10^{-6} \text{Hm(wb/m}^2\text{)} \quad (79)$$

を得る。一方設計目標では $B_{z0} = 0.0413$ (wb/m²) としたので、(79)式より

$$Hm = 1.07 \times 10^5 \text{(A/m)} \quad (80)$$

を得る。(7)式に(40), (77), (78), (80)式を代入し、 R_1 にあらかじめ与えられている $R_1 = 10.5$ (mm) を代入すれば、 $R_2' = 19.25$ (mm) を得ることができる。最後に $Hm = Hm'$ とすれば(80)式より、最後の未知数 r_2 を得ることができる。

摂動解の磁束分布の大きさの目安をたてるため、磁極間の起磁力に直接関係する、 $r=r_2'$ における B_z のフーリエ級数の各項の係数を比較することにする。

無摂動解については(20)式より、 $r=r_2$ における各係数は

$$\frac{4n}{L} C_n \left\{ \frac{K_1(n r_2')}{I_1(n r_2')} I_0(n r_2') + K_0(n r_2') \right\} \\ = 4 C_n / r_2' L I_1(n r_2') \quad (81)$$

である。これと(77)式より

$$\text{第1項の係数} = 4 C_1 / r_2' L I_1(r_2') = 0.380 M_0 \mu_0 \quad (82)$$

$$\text{第3項の係数} = 4 C_3 / r_2' L I_1(3 r_2') = 0.007 M_0 \mu_0 \quad (83)$$

を得る。

次に摂動解の $K_{\theta 1}$ による磁束分布の $r=r_2'$ における各項の係数は(47), (71)より、

$$E_n(r_2') I_0(n r_2') + F_n(r_2') K_0(n r_2') \\ = E_n(r_2') / n r_2' K_1(n r_2') \quad (84)$$

となる。ここに $E_n(r_2')$ は(68)~(71)式より求められる。したがって

$$\text{第1項の係数} = E_1(r_2') / r_2' K_1(r_2') = -0.0403 M_0 \mu_0 \quad (85)$$

$$\text{第3項の係数} = E_3(r_2') / 3 r_2' K_1(3 r_2')$$

$$=0.0008 M_0\mu_0 \quad (86)$$

最後に K_{02} については(72), (76)を使えばよい. $r=r_2'$ における B_z のフーリエ級数の各項は

$$\text{第1項の係数} = 0.0198 M_0\mu_0 \quad (87)$$

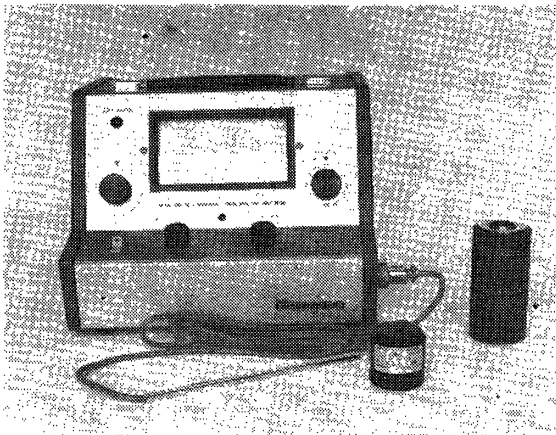
$$\text{第3項の係数} = -0.0002 M_0\mu_0 \quad (88)$$

さて以上の数値を検討してみると摂動解の第3項以上はいずれも無摂動解の第1項に比して0.3%以下であるので無視してさしつかえない. 摂動解の第1項は K_{01} , K_{02} による和を求めると(85), (87)式より $-0.0205 M_0\mu_0$ (wb/m^2) であり, 無摂動解に対して-5.4%である. (88)式で行ったように, 摂動解, 無摂動解に対して, 磁石の両極間の起磁力を求めると, 摂動解の成分は無摂動解成分の約2%となる. これはほとんど無視し得る値であることがわかる.

なお摂動の影響を考慮に入れず, (85)式により r_2 を求め設計した場合は摂動解成分による起磁力の増加がそのまま中心軸上の磁界を強めるのではない. なぜなら, このときは, $Hm = Hm'$ の仮定がやぶれるため, $r=r_2'$ を貫く磁束が存在するようになり起磁力を弱めることになるからである.

4. 実験結果

最後に, 3章の4節で示した寸法で, 永久磁石には等



実験装置, 左よりガウスメーター (横河MM-11), 標準磁石 (横河4MS-MM) と磁界装置

方性のバリウムフェライトを用いた磁界装置を試作した. 中心の B_z の最大値 B_{z0} は平均 0.0408 (wb/m^2) で, 各磁石の着磁によるちらばりは $\pm 2.5\%$ 以内であった. 設計値は 0.0413 (wb/m^2) であって誤差は約1%である. したがってこの差異は着磁のちらばりに収まるものである.

5. む す び

本稿においては, バリウムフェライトを用いた周期磁界装置において, 外部に洩れる磁束を少くするため, 磁石の外径を磁極片の外径より大きくする場合についての設計理論について述べた. 磁極片の外径と磁石の外径との間にできる空隙の透磁率は, 永久磁石の変分透磁率で近似したが, これによる誤差は摂動法を用いて検討の結果, 実用上さしつかえないことを知った.

最後に本理論にもとづいて, 磁界装置を試作した. この結果は着磁のちらばりの範囲で本理論に合うことがわかった.

なお本稿においては, 等方性のバリウムフェライトについてのみ考察した. しかし, 磁石の変分透磁率が一定とみなされる場合でその値が真空の透磁率に近いものは, 本稿の結果が十分応用できる.

謝辞, 磁界装置を試作するにあたり, 富士通株式会社の三杉隆彦博士, 河村康次氏に材料のご提供を給った, また, 本校工藤要氏に機械加工をしていただいた. 以上の諸氏に深く感謝する.

参 考 文 献

- 1) Schelkunoff "Applied Mathematics for engineers and scientists" pp40 ~448.
- 2) 寺沢寛一 "自然科学者のための数学概論応用編" pp. 191~204.
- 3) 数学ハンドブック編集委員会編 "理工学のための数学ハンドブック" p. 201.

(昭和43年9月7日受理)