動画像処理による速度場解析法とその応用

橋本　基*

A Method Analyzing Velocity Field by Dynamic Image Processing and its Applications

Hajime Hashimoto*

Abstract

Some methods are proposed for velocity field analysis by dynamic image processing. The matching method and the gradient method are well-known. However, the matching method has problem of mismatching , and the gradient method is easily affected by noise in a image.

We developed a original method to analyze the velocity field based on space-time correlation functions of intensities at pixels in a sequential image. Our method is rather simple and robust to noise. In this report, the theory of the method and some results of velocity field calculated from artificial image data are described. Measurements of Kalman vortex flow and chemical wave propagation are shown as examples of applications.

1．まえがき

動画像（時間的に変化する連続な画像列）から有益な情報を得るための画像処理の研究は広く行なわれているが[1]，代表的なものとしてオプティカルフローの検出があげられる。既知の速度で移動するテレビカメラで静的なシーンを捉える場合や，固定されたカメラで移動する物体を観測するような場合，あるパターンが画面中を移動するように見える。これはオプティカルフローと呼ばれ，静的なシーンの３次元情報や物体の移動速度等は，画像中のパターンの見かけの速度に反映される。すなわち，オプティカルフローの検出とは，画像中のパターンの見かけの速度を求めることである。

オプティカルフロー（速度ベクトル）を検出する方法はいくつかあり，代表的なものとしてマッチング法[2,3]とグラディエント法[4]と呼ばれる方法がある。マッチング法では，基準となる画像フレームからある特徴パターンを抽出し，この特徴パターンが次のフレームでどこに移動したかをパターンマッチングで探索する。そして２枚の画像での特徴パターンの距離（ずれ）から速度ベクトルを求める方法である。この方法では計算に時間を要すうえに誤対応の問題があり，精度はよくない。また，グラディエント法は連続画像の時間・空間的な勾配と速度の関係式から解析的に速度ベクトルを求めるものであるが，基本的に微分演算に基づいており，実際の解析では画像データに含まれる雑音に弱いという問題がある。

我々は，オプティカルフローを検出する方法の１つとして，時空間相関法と呼ぶ方法を開発した[5-10]。時空間相関法とは，動画像データのある画素とそれに隣接する画素の輝度変化の相互相関関数（空間的に異なる点の時間相関であるのでこれを時空間相関関数と呼ぶ）を計算し，これから得られる遅れ時間と最大相関値を用いて解析的に速度ベクトルを求める方法である。時空間相関法は基本的には積分演算でに基づいており，解析的な式で速度を計算することができ，比較的簡単で雑音にも強いという特徴がある。

本報告では，時空間相関法の理論を述べ，シミュレーションによる解析例から本方法の特徴を示す。さらに本方法の応用として，カルマン渦流と化学反応波の計測例を示す。

* 宇部工業高等専門学校電気工学科

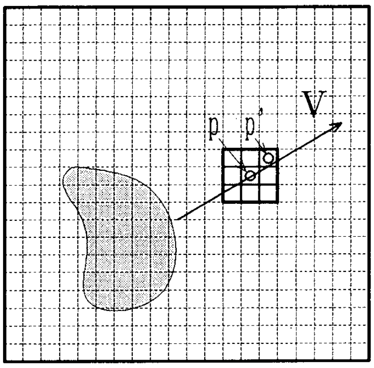

図１　動画像モデル

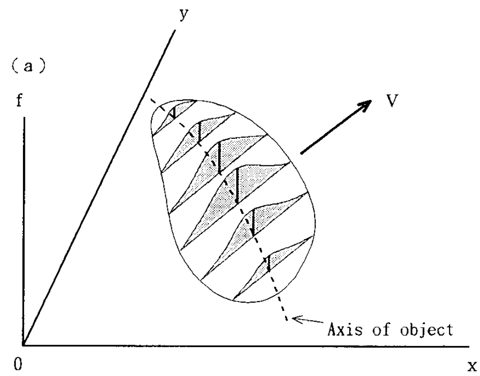

図２　物体の軸

２．理論（時空間相関法）

２．１基本的な概念

図１に示すように，画像中を物体が速度**v**で移動する状況を考える。ある点ｐで輝度を観測すると，物体の通過に伴って変化する。また，ある点から微小距離離れた点ｐ’で観測すると，輝度変化の形状はほとんど同じであるが時間的に異なる。この時間的なずれ（遅れ時間）は，主に物体の速度と２点の位置関係に依存する。そこで，２点の位置関係と遅れ時間が分かれば，逆に速度を推定することが可能となる。これが時空間相関法の基本的な考えである。

計算機に取り込まれた画像はディジタル動画像（等時間間隔でサンプリングした複数枚のディジタル画像）である。実際の解析では，ディジタル動画像で３×３の微小領域（図参照）に注目し，この領域内での局所的な速度ベクトルを求める。以下，原理を説明する。

２．２時空間相関関数

微小領域の中心画素と，それに隣接する周囲の画素ｋでの輝度変化の相関関数（時空間相関関数）$c_k(\tau)$を次式で定義する。

$$c_k(\tau)=\frac{\int f_0(t)\,f_k(t+\tau)\,dt}{\{\int f_0^2(t)\,dt\}^{1/2}\ \{\int f_k^2(t+\tau)\,dt\}^{1/2}} \quad \cdots(1)$$

ここで$f_0(t)$，$f_k(t)$は，それぞれ中心画素，ｋ番目の隣接画素の輝度変化である。

この時空間相関関数から，遅れ時間と最大相関値を求める。３×３の微小領域で中心画素に隣接する画素は８個あり，ｋは１～８の値をとる。以下，中心画素とｋ番目の隣接画素間の遅れ時間と最大相関値をそれぞれτ_k，γ_kとする。これらの値から速度を求める方法として仮定する条件が異なる２つの解析手法がある。

２．３解析手法

２．３．１手法１

画像中をある物体（特徴パターン）が移動するものとし，手法１では以下の条件を仮定する。

(1) 速度は一定である。
(2) 物体の形状（空間的な輝度分布）は滑らかで変化しない。
(3) 物体のサイズは微小領域より大きい。
(4) 物体の軸は物体の速度ベクトルと垂直である。

条件４の物体の軸は，図２に示すように，物体の輝度分布を物体の速度ベクトル**v**と平行な垂直な面で切ったときの断面（斜線部分）の最大値となる位置をｘ－ｙ平面上で結んだ線（点線）をいう。一般に，物体の軸は図に示すように曲線であるが，条件４はこれが速度ベクトルと垂直な直線であることを意味する。この条件を満たす物体の形状としては，同心円状の輝度分布をもつ円形物体や平面波状で移動方向が波面と垂直なもの等が考えられる。上の４つの条件を満足する場合，相関関数から得られる情報のうち，遅れ時間だけから速度を求めることができる。

図３に示すような円形物体が速度**v**で移動する状況を考える。３×３の格子は注目した微小領域を示し，○は各画素の中心位置である。点線l_1は物体の軸であり，速度ベクトルに垂直である。点線l_2，l_3は，それぞれ中心画素(点p_0)，隣接画素ｋ(点p_k)を通り，物体の軸に平行な直線である。中心画素から隣接画素ｋに向くベクトル$\Delta \mathbf{p}_k$は，隣接画素ｋの中心画素からの距離を示すもので，既知であるとする。さらに，

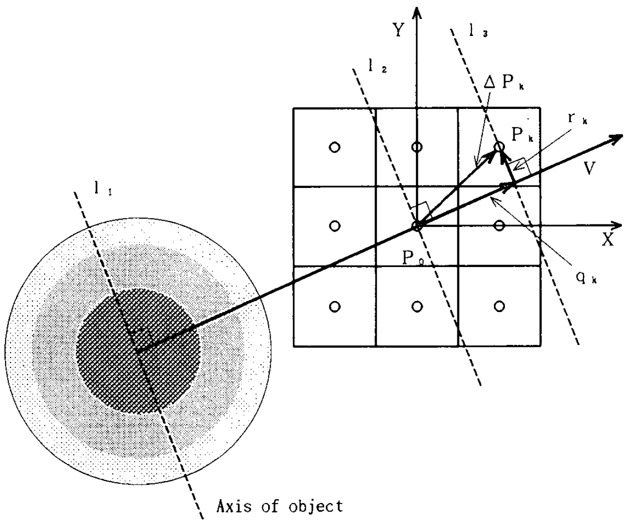

図3 解析理論上のパラメータ（手法1）

中心画素から速度ベクトルと点線 l_3 の交点に向くベクトルを $\mathbf{q_k}$，速度ベクトルと点線 l_3 の交点から隣接画素kに向くベクトルを $\mathbf{r_k}$ とする。

ここで，物体の軸が点線 l_2から l_3に速度 $\mathbf{v}$ で移動する時間が遅れ時間 τ_k であるから，ベクトル $\mathbf{q_k}$ は次のように表わせる。

$$\mathbf{q_k}=\mathbf{v}\cdot\tau_k \qquad \cdots(2)$$

また幾何学的な関係から，ベクトル $\mathbf{r_k}$ は次のように表わせる。

$$\mathbf{r_k}=\Delta\mathbf{p_k}-\mathbf{q_k} \qquad \cdots(3)$$

さらにベクトル $\mathbf{r_k}$ は速度ベクトル $\mathbf{v}$ と垂直であるから，次のようになる。

$$\mathbf{r_k}\cdot\mathbf{v}=0 \qquad \cdots(4)$$

式(2)～(4)より，次の関係が得られる。

$$(\Delta\mathbf{p_k}-\mathbf{v}\cdot\tau_k)\cdot\mathbf{v}=0 \qquad \cdots(5)$$

上式を変形し，次式を得る。

$$\tau_k=\frac{v_x}{|v|}\Delta p_{kx}+\frac{v_y}{|v|}\Delta p_{ky} \qquad \cdots(6)$$

すなわち，未知の速度成分 v_x，v_yと既知の遅れ時間 τ_k および隣接画素距離 Δp_{kx}，Δp_{ky}の関係が得られた。隣接画素は8個あるので，評価関数Eを

$$E=\sum_{k=1}^{8}\left\{\tau_k-\left(\frac{v_x}{|v|}\Delta p_{kx}+\frac{v_y}{|v|}\Delta p_{ky}\right)\right\}^2 \qquad \cdots(7)$$

として最小二乗法で v_x，v_yについて解き，以下の結果を得る。

$$\begin{cases} v_x=\alpha\,(\Sigma\tau_k\Delta p_{kx}\Sigma\Delta p_{ky}^2-\Sigma\tau_k\Delta p_{ky}\Sigma\Delta p_{kx}\Delta p_{ky}) \\ v_y=\alpha\,(\Sigma\tau_k\Delta p_{ky}\Sigma\Delta p_{kx}^2-\Sigma\tau_k\Delta p_{kx}\Sigma\Delta p_{kx}\Delta p_{ky}) \end{cases} \qquad \cdots(8)$$

ただし，

$$\begin{aligned} \alpha= & \{\Sigma\Delta p_{kx}^2\Sigma\Delta p_{ky}^2-(\Sigma\Delta p_{kx}\Sigma\Delta p_{ky})^2\} \\ & /\ \{(\Sigma\tau_k\Delta p_{kx}\Sigma\Delta p_{ky}^2-\Sigma\tau_k\Delta p_{ky}\Sigma\Delta p_{kx}\Delta p_{ky})^2 \\ & +(\Sigma\tau_k\Delta p_{ky}\Sigma\Delta p_{kx}^2-\Sigma\tau_k\Delta p_{kx}\Sigma\Delta p_{kx}\Delta p_{ky})^2\} \end{aligned} \qquad \cdots(9)$$

2．3．2手法2

手法2では以下の条件を仮定する。

(1) 速度は一定である。

(2) 物体の形状（空間的な輝度分布）は滑らかで変化しない。

(3) 物体のサイズは微小領域より大きい。

これらの条件は手法1の条件4を除いたものであり，手法2はより一般的な形状に対応することが可能となる。ここで図4のような状況を考える。物体の形状が任意で，物体の軸が速度ベクトルと垂直でないことが

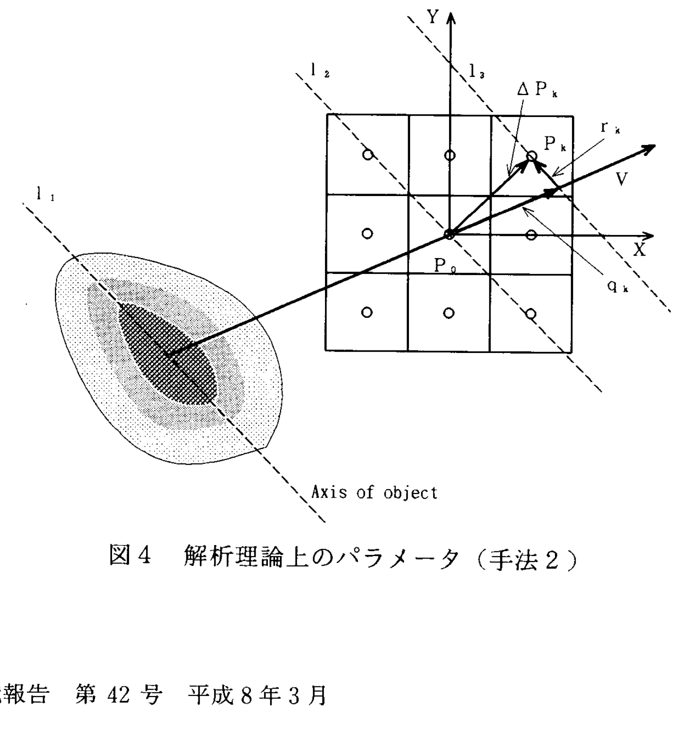

図4 解析理論上のパラメータ（手法2）

手法1の図3と異なる。ここで物体の軸は一般に曲線であるが，条件3を満足すれば物体の軸は直線と見なせる。手法1と同様な考察から，次式が得られる。

$$\mathbf{r}_k = \Delta \mathbf{p}_k - \mathbf{v} \cdot \tau_k = (\Delta p_{kx} - v_x \tau_k,\ \Delta p_{ky} - v_y \tau_k) \quad \cdots(10)$$

しかし，ベクトル$\mathbf{r}_k$と速度ベクトルは垂直でないから，式(4)のような関係は成立しない。そこで別の方向から考える必要がある。

ここで時刻$t=0$での画像関数をF（x，y）とすると，時刻tでの点p_0，p_kでの画像関数は次式のように表わせる。

$$\begin{cases} f_0(t) = F(p_{0x} - v_x t,\ p_{0y} - v_y t) \\ f_k(t) = F(p_{0x} + \Delta p_{kx} - v_x t,\ p_{0y} + \Delta p_{ky} - v_y t) \end{cases} \quad \cdots(11)$$

式(11)を使って式(1)の時空間相関関数を書き換えると次のようになる。

$$c_k(\tau) = \frac{\int F(Q,R)F(Q+X,R+Y)\,dt}{\{\int F^2(Q,R)\,dt\}^{1/2}\ \{\int F^2(Q+X,R+Y)\,dt\}^{1/2}} \quad \cdots(12)$$

ただし，

$$\begin{cases} Q = p_{0x} - v_x t \\ R = p_{0y} - v_y t \end{cases} \quad \cdots(13)$$

$$\begin{cases} X = \Delta p_{kx} - v_x \tau \\ Y = \Delta p_{ky} - v_y \tau \end{cases} \quad \cdots(14)$$

である。

式(12)および式(14)から，時空間相関関数は中心画素位置を原点とするX－Y平面上で，図5のよう表わすことができる。ここではτの時間スケールは$v_x\tau$，$v_y\tau$で長さに変換される。従って，$c_k(\tau)$は画素kを通り，速度ベクトルに平行な線上（網かけ部分の上の曲線）にある。そして時空間相関関数の最大値は，物体の軸と平行な直線l_2上にある。ここで直線l_2の傾き（物体の軸の傾き）をχとすると，時空間相関関数の最大値のX－Y空間での位置（X_{pk}，Y_{pk}）は次の関係式で表わされる。

$$Y_{pk} = \chi X_{pk} \quad \cdots(15)$$

一方，時空間相関関数の最大値を結ぶ曲線は，条件2，3を満足すれば，原点での値が1で原点から離れるに従って減衰する滑らかな曲線である。以上のことから，

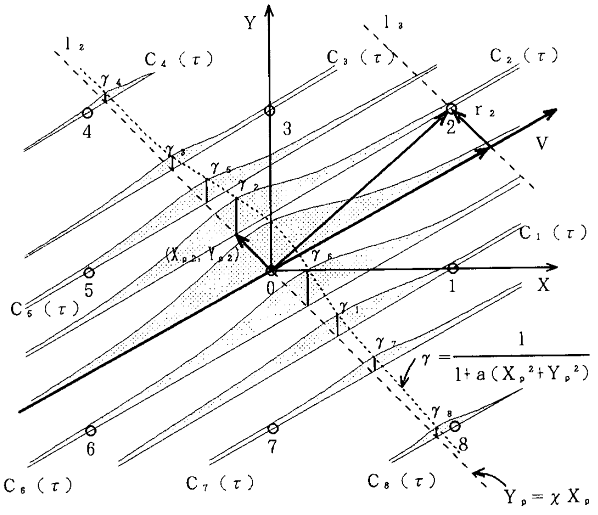

図5　時空間相関関数の空間表示

時空間相関関数の最大値γ_kは，aをパラメータとして次のような関数で表わせる。

$$\gamma_k = \frac{1}{1 + a\ (X_{pk}^2 + Y_{pk}^2)} \quad \cdots(16)$$

それぞれの画素kで式(15)，(16)から時空間相関関数の最大値の位置を解き，次式を得る。

$$(X_{pk},\ Y_{pk}) = (\lambda_x \xi_k,\ \lambda_y \xi_k) \quad \cdots(17)$$

ただし，

$$\xi_k = (1/\gamma_k - 1)^{1/2} \quad \cdots(18)$$

$$\begin{cases} \lambda_x = 1/(a + \chi^2 a)^{1/2} \\ \lambda_y = \chi/(a + \chi^2 a)^{1/2} \end{cases} \quad \cdots(19)$$

である。

原点から点（X_{pk}，Y_{pk}）へのベクトルは$\mathbf{r}_k$と等しく，

$$\mathbf{r}_k = (X_{pk},\ Y_{pk}) = (\lambda_x \xi_k,\ \lambda_y \xi_k) \quad \cdots(20)$$

と表わせる。式(10)と式(20)から次の関係式が得られる。

$$\begin{cases} \lambda_x \xi_k = \Delta p_{kx} + v_x \tau_k \\ \lambda_y \xi_k = \Delta p_{ky} + v_y \tau_k \end{cases} \quad \cdots(21)$$

すなわち，未知の速度成分v_x，v_yと，既知の遅れ時間τ_k，最大相関値γ_kおよび隣接画素距離Δp_{kx}，Δp_{ky}の関係が得られた。評価関数Eを

$$E=\sum_{k=1}^{8}\{\lambda_x\xi_k-(\Delta p_{kx}+v_x\tau_k)\}^2+\{\lambda_y\xi_k-(\Delta p_{ky}+v_y\tau_k)\}^2 \quad \cdots(22)$$

として最小二乗法で解き，以下の式を得る。

$$\begin{cases} v_x=\dfrac{\Sigma\tau_k\xi_k\Sigma\Delta p_{kx}\xi_k-\Sigma\tau_k\Delta p_{kx}\Sigma\xi_k^2}{(\Sigma\tau_k\xi_k)^2-\Sigma\tau_k^2\Sigma\xi_k^2} \\ v_y=\dfrac{\Sigma\tau_k\xi_k\Sigma\Delta p_{ky}\xi_k-\Sigma\tau_k\Delta p_{ky}\Sigma\xi_k^2}{(\Sigma\tau_k\xi_k)^2-\Sigma\tau_k^2\Sigma\xi_k^2} \end{cases} \quad \cdots(23)$$

$$\begin{cases} \lambda_x=\dfrac{\Sigma\tau_k\xi_k\Sigma\Delta p_{kx}\tau_k-\Sigma\xi_k\Delta p_{kx}\Sigma\tau_k^2}{(\Sigma\tau_k\xi_k)^2-\Sigma\tau_k^2\Sigma\xi_k^2} \\ \lambda_y=\dfrac{\Sigma\tau_k\xi_k\Sigma\Delta p_{ky}\tau_k-\Sigma\xi_k\Delta p_{ky}\Sigma\tau_k^2}{(\Sigma\tau_k\xi_k)^2-\Sigma\tau_k^2\Sigma\xi_k^2} \end{cases} \quad \cdots(24)$$

ここで，速度を求める式(23)と共に得られた式(24)の λ_x，λ_yは，式(19)から $\lambda_y/\lambda_x=\chi$ であり，物体の軸の傾きを示すものである。

3．シミュレーションによる２手法の比較

上に述べたように，時空間相関法には２つの解析手法がある。ここで計算機で作成した模擬動画像データから速度を解析し，２つの手法による違いや特徴を示す。模擬動画像のサイズは６４×６４画素，フレーム数は 100とした。

図６は，円形物体（同心円状の輝度分布を持つ物体）が移動する例である。物体のサイズは直径10画素で，与えた速度は v_x=0.8[pixel/frame]，v_y=0.3[pixel/frame]である。図(a) に物体形状と移動方向を，図(b),(c)に２手法による解析結果を速度ベクトル図として示す。このような対象では２手法に差はなく，両者とも正しい結果が得られている。

図７は，長径10画素，短径５画素の楕円形物体が移動する例である。手法２ではほぼ正しい結果が得られているが，手法１の結果は正しくない。この理由は，楕円形物体が図のような方法に移動する場合，手法１の条件４を満足しないためである。

図８は，幅10画素の平面波状パターンで，移動方向が波面と垂直である場合の例である。この例では，手法１では正しい結果が得られているが，手法２の結果

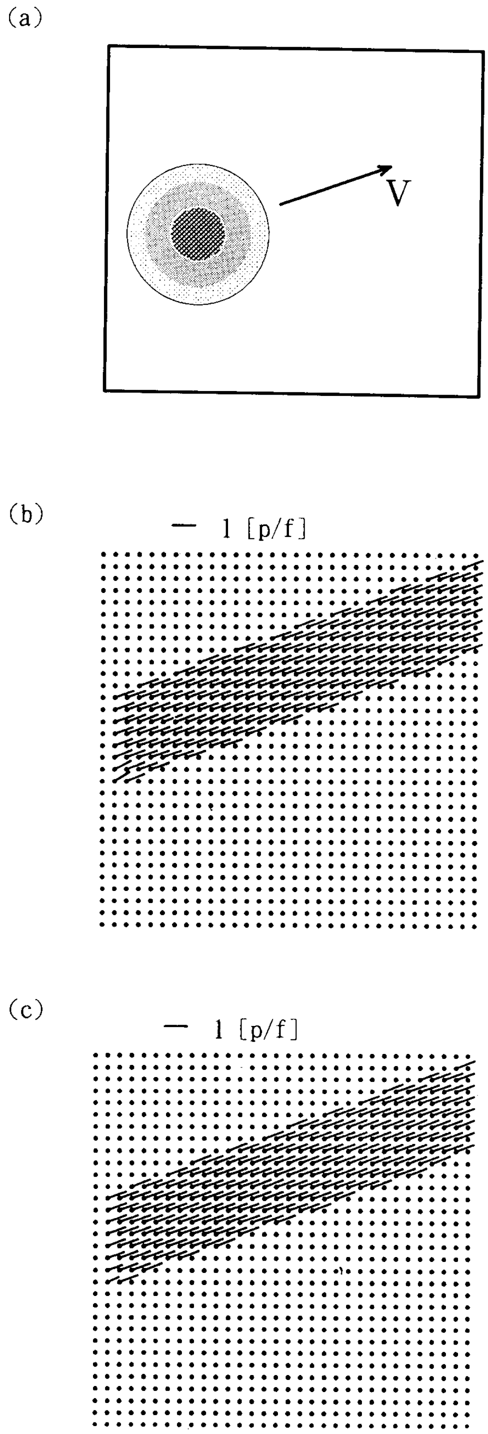

図６　シミュレーション例１（円形物体）
(a) 物体モデル
(b) 手法１による解析結果
(c) 手法２による解析結果

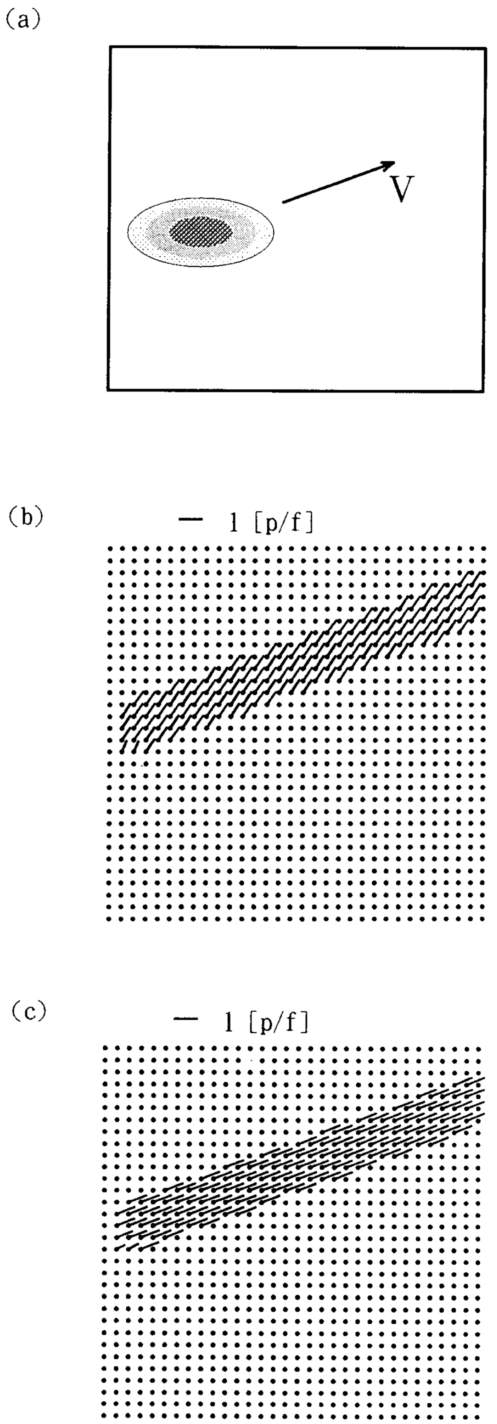

図７　シミュレーション例２（楕円形物体）
(a) 物体モデル
(b) 手法１による解析結果
(c) 手法２による解析結果

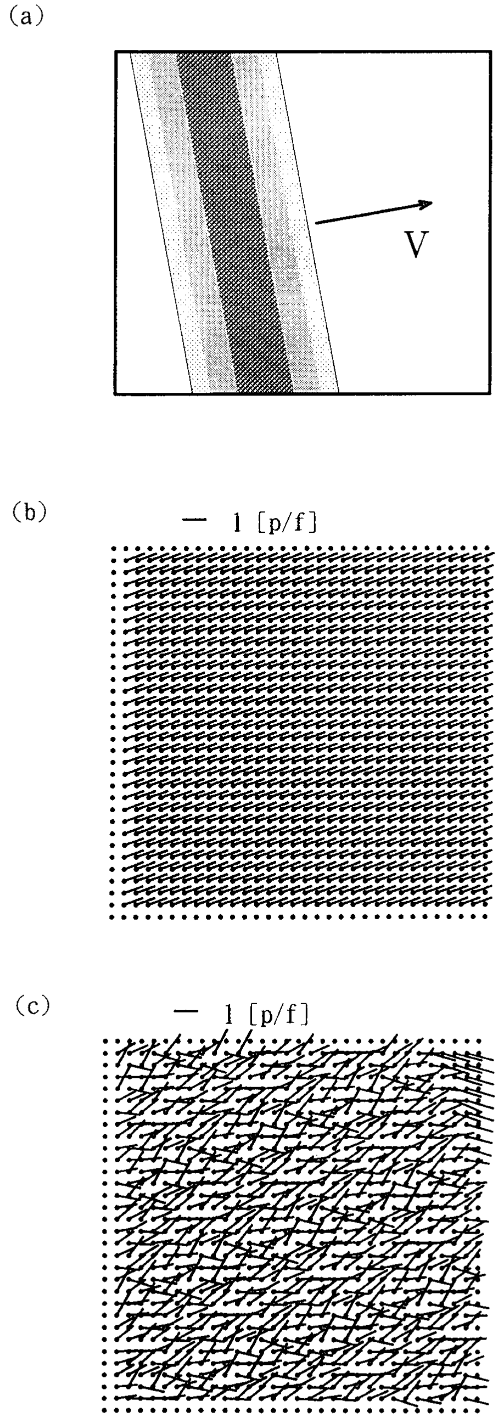

図８　シミュレーション例３（平面波状物体）
(a) 物体モデル
(b) 手法１による解析結果
(c) 手法２による解析結果

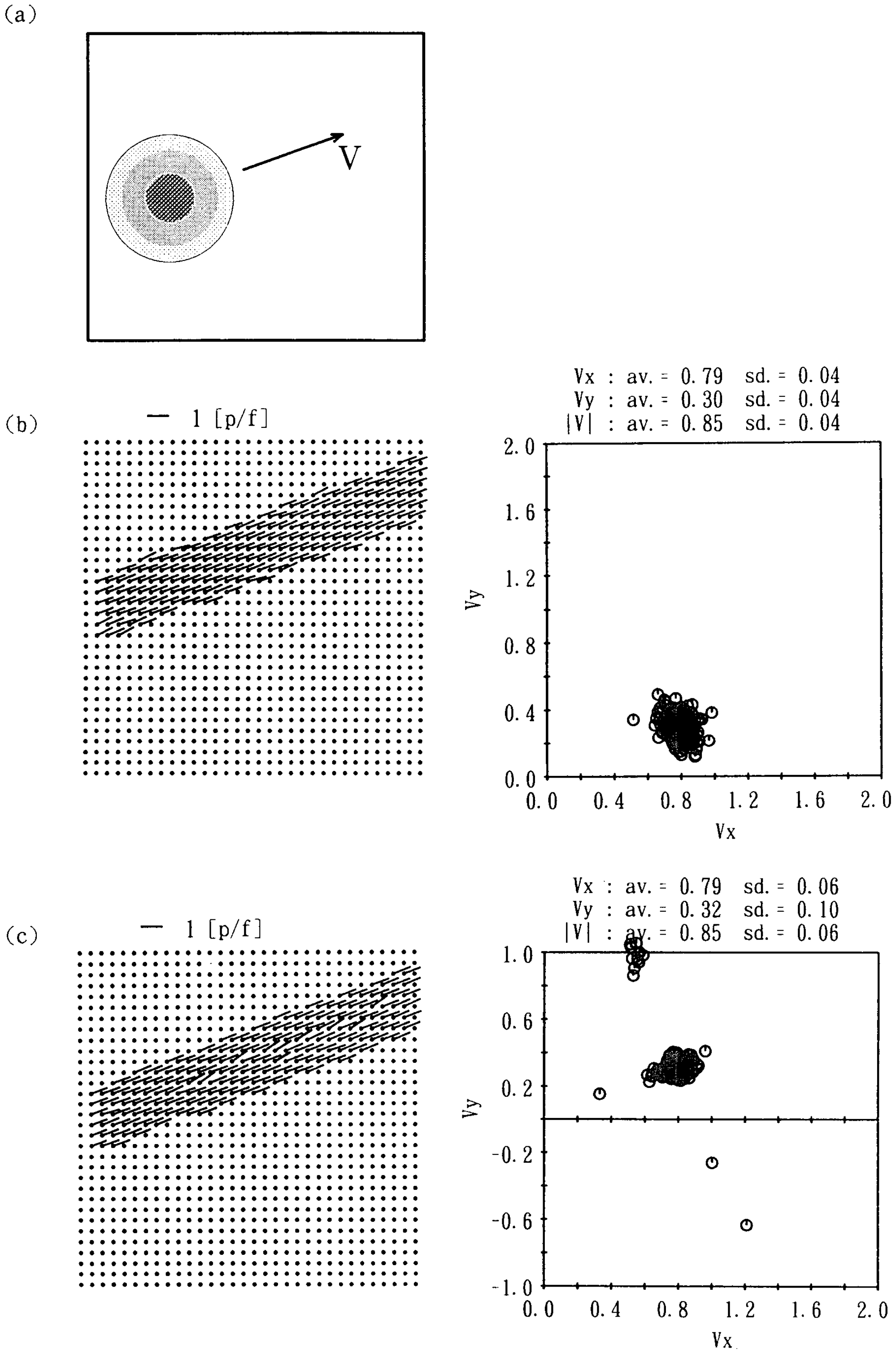

図９　シミュレーション例４（円形物体，ノイズあり）
(a) 物体モデル
(b) 手法１による解析結果
(c) 手法２による解析結果

は正しくない。手法２でこのようにばらつきが大きくなる原因は，手法２が最大相関値を用いているためと考えられる。すなわち，平面波状パターンでは最大相関値は１になるはずであるが，計算中の桁落ち誤差によりわずかではあるが１と異なる値になる。そのために速度が誤った方向に推定されると考えられる。

図９は，図６と同じ円形物体の移動であるが，画像データに約３％の正規分布雑音を加えた例である。解析結果としてそれぞれ速度ベクトル図（左側）と速度ベクトルの分布図（右側）を示す。両手法とも，図６の雑音を加えない場合と比較するとばらつきは大きくなっているものの，ほぼ正しい結果が得られている。手法１では与えた速度を中心に分布しているが，手法２では与えた速度と明らかに異なるものがあり，ばらつきの程度は手法１より大きい。その原因として，時空間相関関数から得られる情報のうち，遅れ時間は雑音の影響が小さく，最大相関値は雑音の影響を受け易いためと考えられる。すなわち雑音がある場合，雑音がない場合に比較して最大相関値は小さくなる。そのために最大相関値を用いる手法２では雑音の影響が大きく，誤った速度を推定することになる。これに対して手法１は遅れ時間だけ用いるので，雑音の影響が小さい。

以上のシミュレーション例から得られた知見を要約すると，次のようになる。

(1) 円形物体では２手法に差はない。
(2) 平面波状パターンを除く一般的な形状では手法２が良い。
(3) 平面波状パターンには手法１が良い。
(4) ２手法とも雑音に比較的強いが，手法１の方がより強い。

4．応用解析例

4．1カルマン渦流

最初の応用例として，カルマン渦流の解析例を示す。用いた画像データのスナップショットを図10(a) に示す。右側の白い半円が水中に置いた棒（直径２[cm]）で，白い点は流れを可視化するために入れたトレーサ粒子（直径約200[μm]，比重約１）である。流れは右から左方向で，平均流速は８[mm/s]である。このような画像を15[Hz]で180 枚（１２秒間）取り込んだ。流れの時間変化を見るために，４秒ずつに分けて解析した

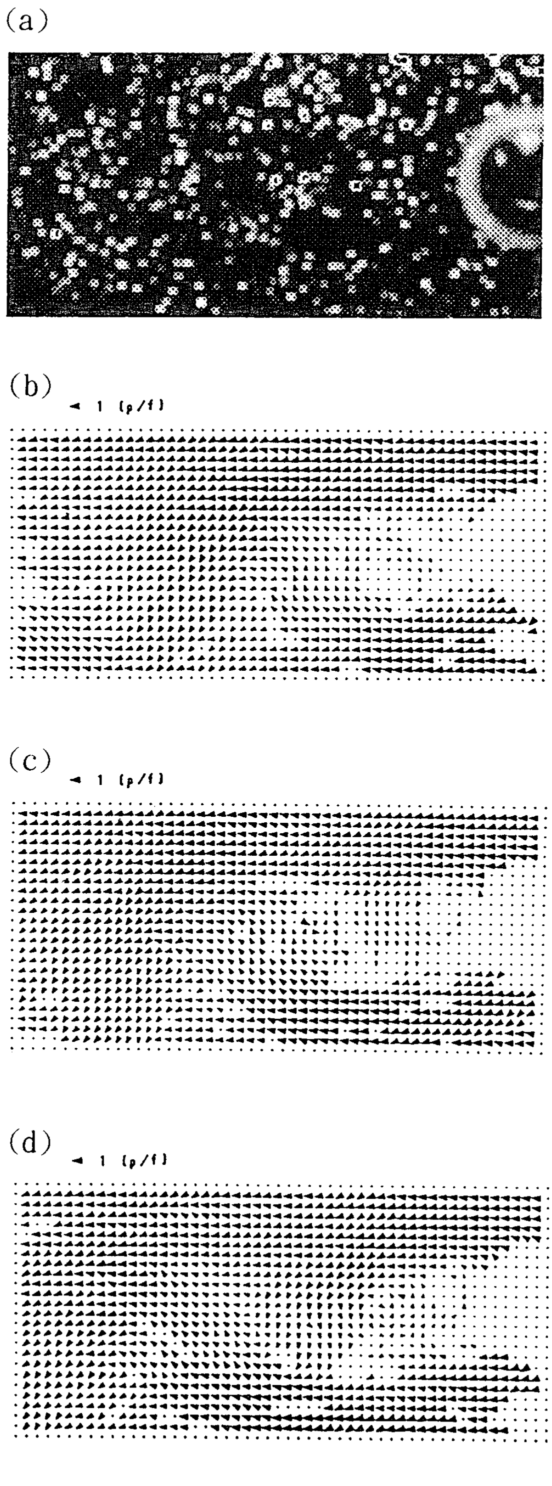

図10　解析例１（カルマン渦流）
(a) 画像データのスナップ
(b) 0～4秒間の解析結果
(c) 4～8秒間の解析結果
(d) 8～12秒間の解析結果

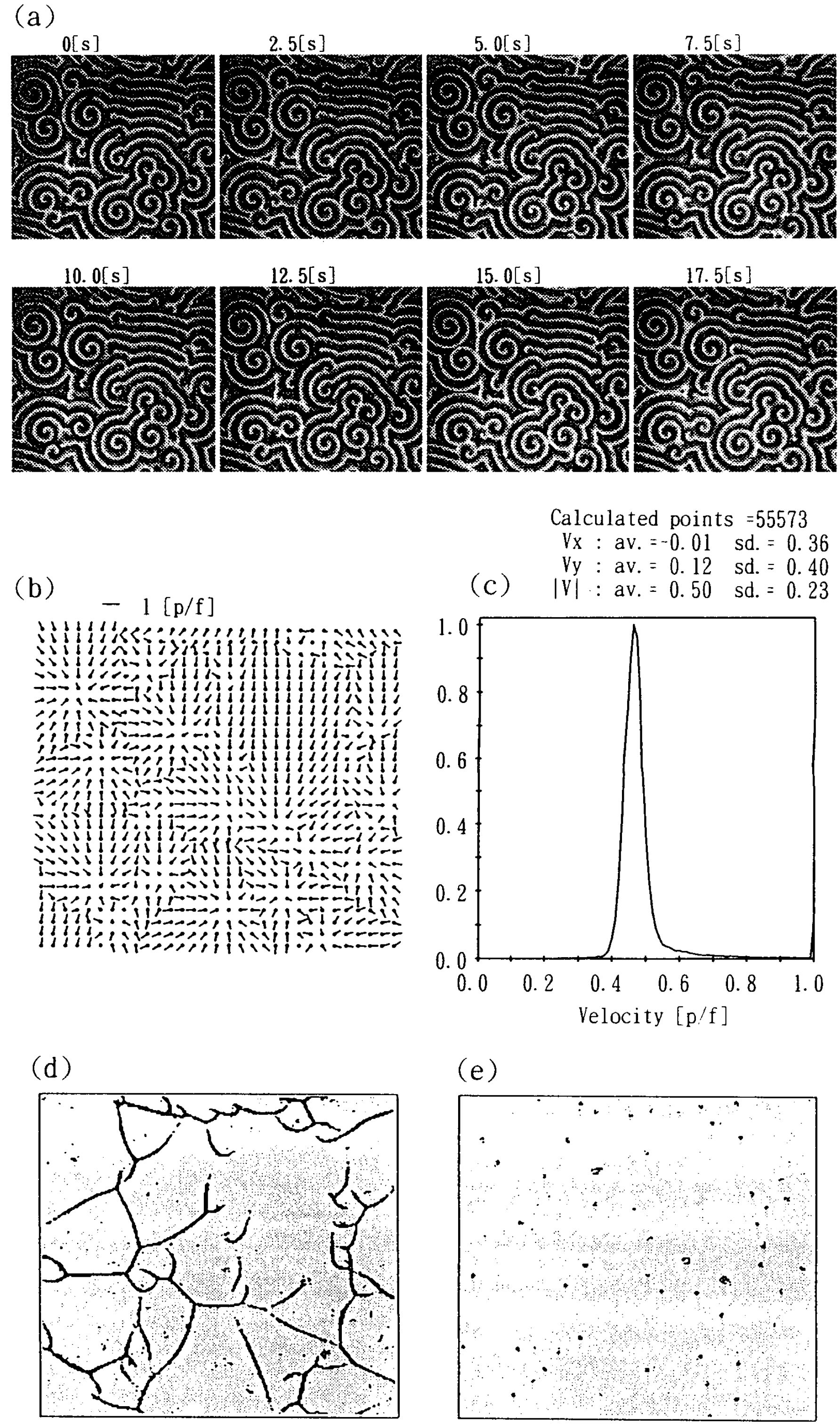

図11　応用解析例２（Ｂ－Ｚ反応波）
(a) 画像データのスナップ
(b) 速度ベクトルの解析結果　(c) 速度のヒストグラム
(d) 速度が0.55[p/f]以上の領域　(e) 速度が0.38[p/f]以下の領域

結果を同図(b),(c),(d) に示す。ここでは速度ベクトルを三角形で表わした。尖った方向が流れの方向で，面積で速度の大きさを表わしている。

解析結果から，棒の後方（左側）では流速が小さく，蛇行していることがわかる。詳しく見ると，図(b) では中央やや右に時計方向の渦があり，これが図(c) では左方向に移動して小さくなり，棒の直後には新たに反時計方向の渦が発生している。さらに図(d) では時計方向の渦は消滅し，反時計方向の渦は左方向に移動していることがわかる。

4．2化学反応波

図11(a) は，ＢＺ (Belousov-Zhabotinsky) 反応[11] と呼ばれる化学反応のスナップ画像である。ＢＺ反応は，酸化／還元反応を周期的に繰り返し，ある点で発生した反応は波として周囲に伝搬していく。そして他の発生源からの波や壁と衝突すると消滅する。この画像では多数の渦巻き状パターンの発生源がある。このような画像を画面サイズ250×230画素，サンプリング間隔 0.5秒で50枚取り込み，解析を行なった。

図11(b),(c) は解析結果の速度ベルトル図と速度の絶対値のヒストグラムである。速度ベルトル図から，反応波は発生点を中心として外側に伝搬している様子がわかる。また速度の絶対値のヒストグラムの形状は，左右に裾を引いていることがわかる。

反応波の伝搬速度Ｎは，次式で表わされることが知られている[12]。

$$N = c - DK \qquad \cdots(26)$$

ここで，ｃは平面波での反応波の伝搬速度，Ｄは媒質の拡散係数，Ｋは反応波の曲率である。反応波が衝突する場所では曲率は負となり，上式はこのような場所では伝搬速度が大きくなることを意味している。一方，波の発生点付近では曲率は正で周囲より大きくなるので，伝搬速度は遅いことになる。速度の絶対値のヒストグラムが左右に裾を引いているのは，このような現象を反映しているためである。そこで，速度の小さい領域または大きい領域を抜き出すと，反応波が発生する場所または衝突する場所がわかると考えられる。速度ベクトルの解析結果から速度の絶対値で 0.55[p/f] 以上の領域を抜き出したものを図(d) に， 0.38[p/f] 以下の領域を抜き出したものを図(e) に示す。図(d) では波の衝突する部分が線として表わされ，図(e) では波の発生場所が点として表わされている。

5．あとがき

本報告では，動画像から速度ベクトルを求める方法として，時空間相関法と呼ぶ解析手法を述べた。解析法には条件に異なる２つの手法があり，計算機シミュレーションによって両者の特徴を示した。さらに応用計測例として，カルマン渦流と化学反応波の解析例を紹介し，本手法の実用性を示した。今後，種々の応用計測を試みたい。

なお今回の解析に用いたカルマン渦流のデータは山田英巳氏（徳山工業高等専門学校），化学反応波のデータは山口智彦氏（工業技術院　物質工学工業技術研究所）に御提供いただいた。

文　献

1）”動画像計測処理とその応用技術に関する技術動向調査報告書”，動画像計測処理研究会，(財)山口県産業技術開発機構，(1993).

2）H. Miike, Y. Kurihara, H. Hashimoto and K. Koga: Trans. IECE Jap., **E69** (1986), pp. 877-882.

3）S. T. Barnard and W. B. Thomson: IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., **PAMI-2**(1980), pp. 333-340.

4）J. M. Prager and M. A. Arbib: Comput. Graphics Image Process., **24**(1983), pp. 271-304.

5）B. K. P. Horn and B. G. Schunck: Artificial Intell., **17**(1981), pp. 185-203.

6）三池，栗原，古賀：信学論（Ｄ），**J70-D**(1987), pp. 836-839.

7）三池，古賀：信学論（Ｄ），**J70-D**(1987), pp. 1508-1515.

8）K. Koga, H. Miike and M. Momota: Trans. IECE Jap., **E70**(1987), pp. 719-722.

9）古賀，三池：信学論（Ｄ），**J72-D-Ⅱ**(1989), pp. 507-516.

10）三池，古賀，橋本，百田，野村：”パソコンによる動画像処理”，森北出版，(1993).

11）A. M. Zhabotinsky and A. N. Zaikin: J. Theor. Biol., **40**(1973), pp. 45-.

12）P. Foerstar, S. C. Müller and B. Hess, Science, **241**(1988), pp. 685-687.

（平成７年９月25日受理）