

プロペラの翼端損失とVTOL用プロペラ

竹 重 正 雄*

Tip Loss of Propeller and VTOL Propeller

1. ま え が き

VTOL 機の開発が近年盛んになり、現在各国で開発の努力が積重ねられているが、VTOL 機のホバーリング中の揚力発生手段として、次の5種に分類されている。

- (1) ローター
- (2) プロペラ
- (3) ダクテッドファン
- (4) ジェット

夫々長所、短所をもっているが、このうちのプロペラ形式のものは多用途性、技術的に容易である、実現性として早いなどがあげられる。現在アメリカのXC-142A、カナダのCL-84などがプロペラ機として試作されている。この種の機を開発するにあたって解決を要する問題も多くあるが、その中の一つに大口径、高性能プロペラの開発があげられる。特にホバーリング中の前進速度ゼロのときの推力発生と同じ作動状態で損失小なく、大推力を発生するように設計されなければならない。プロペラ理論論文は色々書かれているが、このたびは岩崎のプロペラの渦理論と実験により静止推力中のプロペラへの空気の流入状態を観察し理論の適用を考えてみた。

2. 岩崎の渦理論による基礎式

P (v_1, θ_1, Z_1) における長さ ds なる渦が Q ($v, 0, Z$) において生じる誘導速度を Biot-Savart の法則から、次のように与えて

$$dv = \frac{1}{4\pi} \left(-\frac{Bd\Gamma}{2\pi} \right) \frac{[\omega \cdot \mathbf{l}]}{|\mathbf{s}|^3} d\theta, ds \quad (2.1)$$

$-\frac{Bd\Gamma}{2\pi}$: 単位回転角度における翼数 B の循環

ω : 渦糸の角速度

$|\mathbf{l}|$: PQ間の距離

θ_1 : 翼の廻転角

$$\omega = (\omega_x \cos \theta_1 - \omega_y \sin \theta_1) \mathbf{i} + (\omega_x \sin \theta_1 + \omega_y \cos \theta_1) \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{l} = (r - r_1 \cos \theta_1) \mathbf{i} + (-r_1 \sin \theta_1) \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k} \quad (2.3)$$

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ は翼に固定された単位ベクトル

$$|\mathbf{l}| = \sqrt{r^2 + r_1^2 + (Z - Z_1)^2 - 2rr_1 \cos \theta_1}$$

3. 推力計算式

基礎式からプロペラの前進速度ゼロの状態では回転方向、半径方向の誘導速度は小さいので省略し、後流中に円環状につらなって形成された円筒渦が軸方向に誘発する。速度 V_z のみを考慮にいれ、無次元化するため ΩR で割って

$$\frac{v_z}{\Omega R} = \int_{root}^{tip} dr' \frac{R}{r_1} V_z \cot \phi_1 \quad (3.1)$$

を得る。

dr' : 半径 r_1 における翼素から出る螺旋渦の無次元循環

ϕ_1 : 螺旋渦のプロペラ面におけるピッチ角

V_z : 渦がプロペラ軸方向に速度を誘発する作用に関する係数

1 : 自由渦がそこから後流に流れ出す位置に関する添字

$$V_z = -\pi \quad (r/r_1 < 1) \quad V_z = 0 \quad (r/r_1 > 1)$$

翼素まわりの循環 Γ と揚力係数 C_e の間の一般的関係は

$$r' = \frac{B\Gamma}{4\pi^2 R^2 \Omega} = \frac{S}{4\pi} \left(\frac{r}{R} \right) C_e \sqrt{\left(\frac{v_z}{\Omega R} \right)^2 + \left(\frac{r}{R} \right)^2} \quad (3.1)$$

S = 翼素剛率 = $BC / 2\pi r$

C_e = 二次元揚力係数 = $2\pi K \alpha_e$

$$\frac{dc_e}{d\alpha} = 2\pi K \quad C_e = \frac{2\pi K}{57.3^\circ}$$

$$\times \left\{ \beta^\circ + |\alpha^\circ| - \left(\arctan \frac{v_z / \Omega R}{r/R} \right)^\circ \right\} \quad (3.2)$$

各値を (3.1) に代入して

$$r' = \frac{kS}{2} \left(\frac{r}{R} \right) \sqrt{\left(\frac{v_z}{\Omega R} \right)^2 + \left(\frac{r}{R} \right)^2} \times \left\{ \frac{\beta^\circ + |\alpha^\circ|}{57.3^\circ} - \frac{1}{57.3^\circ} \left(\arctan \frac{v_z / \Omega R}{r/R} \right)^\circ \right\}$$

* 宇部工業高等専門学校機械教室

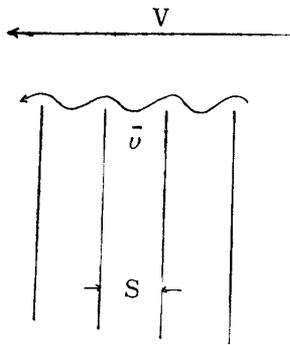


Fig. 1.

次に翼端損失を考えれば plandtl の理論から後流の渦面の距離は一定で螺旋渦を平行な板で置き

$$S = \frac{2\pi R}{B} \tan \phi_1 = \frac{2\pi R}{B} \tan \frac{v_z/\Omega R}{r/R}$$

まわりこみによる平均速度 \bar{v} とすれば螺旋渦の両側の potential の差 $\Delta\phi$ は

$$\Delta\phi = \frac{2}{\pi} \arccos e^{-\left(1 - \frac{r}{R}\right)/(a_0/R)}$$

を考慮して、速度減少率は

$$\frac{\bar{v}}{v} = \frac{2}{\pi} \arccos e^{-\left(1 - \frac{r}{R}\right)/(a_0/R)}$$

$$\text{但し } \frac{a_0}{R} = \frac{2\pi}{B} \left\{ \frac{v_z}{\Omega R} \sqrt{\left(\frac{r}{R}\right)^2 + \left(\frac{v_z}{\Omega R}\right)^2} \right\}$$

従って翼端損失を考慮した式は

$$r' = \frac{ks}{2} \left(\frac{r}{R}\right) \sqrt{\left(\frac{v_z}{\Omega R}\right)^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^2} \left\{ \beta^\circ + 1\alpha^\circ \frac{1}{57.3^\circ} - \frac{1}{57.3^\circ} \right.$$

$$\left. \times \arccos \tan \left(\frac{v_z/\Omega R}{r/R}\right)^\circ \right\} \arccos e^{-\left(1 - \frac{r}{R}\right)/(a_0/R)} \frac{2}{\pi} \quad (3.3)$$

4. 推力と翼端損失計算

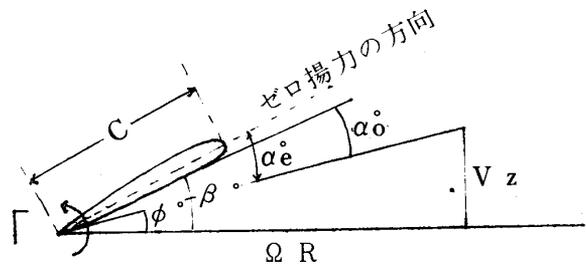
プロペラは VTOL 用に作られたもので、翼のコードはボスに近づくにつれて広く、普通の飛行機用プロペラより翼幅は広く製作されている。プロペラ諸元は次のようである。翼断面は Göttingen 623 $k=0.885$

$$2\pi k = dc/d\alpha = \beta^\circ_{0.75R} = 10^\circ$$

j	r_j/R	C/R	β°	$S = \frac{BC}{2\pi r}$	$sk/2$	$\frac{\beta^\circ + 5.35^\circ}{57.3^\circ}$
0	1.0	0.1175	7.40°	0.0748	0.0331	0.2162
1	0.975	0.1212	7.22°	0.0792	0.0351	0.2193
2	0.925	0.1337	7.61°	0.0921	0.0408	0.2262
3	0.85	0.1525	8.26°	0.1142	0.0503	0.2375
4	0.75	0.1775	9.35°	0.1508	0.0667	0.2565

5	0.65	0.2025	10.75°	0.1985	0.0878	0.2810
6	0.55	0.2275	12.66°	0.2635	0.1166	0.3143
7	0.45	0.2525	15.34°	0.3574	0.1582	0.3611
8	0.35	0.2780	19.67°	0.5060	0.2239	0.4366
9	0.25	0.3026	25.36°	0.7710	0.3412	0.5359

(3.2) 式から r' を求めることになるが $v_z/\Omega R$ が未知であるので解くことができないので、次の式を考える。翼にそっての循環を Fig. 2.' の示すように階段的分布で近似して考え、階段の各段の間で循環が一定で、この階段の差に相当する循環が螺旋渦として出て行くものとすれば $d\Gamma_1' = r_0' - r_1' = 0 - r_1'$ $d\Gamma_2' = r_1' - r_2' \dots$ $\dots \dots \dots dr_s' = r_{r'} - r_s'$ とおいてよい (3.1) 式にこれを代入すると、 $V_z = -\pi \left(\frac{r}{r_1} < 1\right)$ を考慮して半径 r_j/R で無次元化された誘導速度 $v_{zj}/\Omega R$ は 順次



半径 r の翼素

Fig. 2.

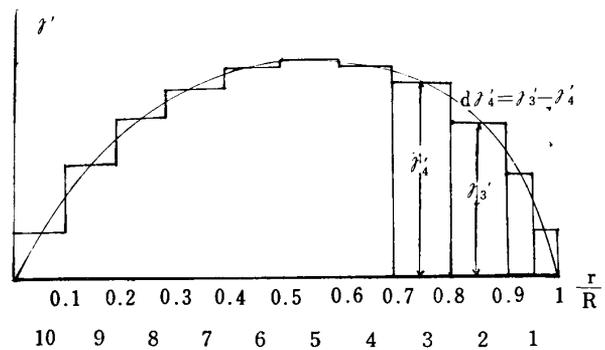


Fig. 2'

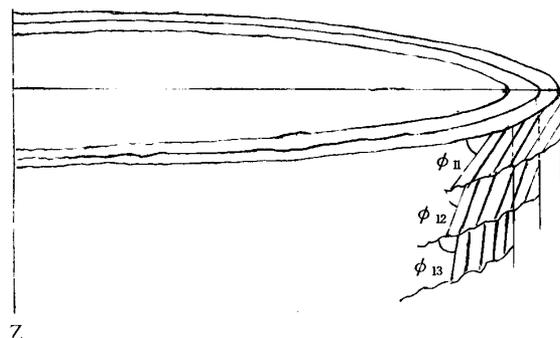


Fig. 2''

$$\begin{aligned}
 v_{z1}/\Omega R &= -\pi \frac{\cot\phi_{11}}{1.0} d\gamma_1' = \pi \cot\phi_{11} \gamma_1' \\
 v_{z2}/\Omega R &= \frac{v_1^z}{\Omega R} - \pi \frac{\cot\phi_{12}}{0.95} d\gamma_2' \\
 &\vdots \\
 v_{z8}/\Omega R &= \frac{v_7^z}{\Omega R} - \pi \frac{\cot\phi_{18}}{0.3} d\gamma_8'
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

とかける。ただし、

$$\begin{aligned}
 \cot\phi_{1j} &= \frac{2r_{13}/R}{v_{zj}/\Omega R + v_{zj-1}/\Omega R} \\
 r_{1j}/R &= 0.9 \quad 0.8 \dots \dots \dots 0.2 \\
 \cot\phi_{13} &= \frac{2r_{13}/R}{0.667v_{z3}/\Omega R + 1.333v_{z2}/\Omega R} \\
 \frac{v_{z0}}{\Omega R} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

とする、このさい(3.2)式の r/R , v_z/R , r' はこのように階段的にわけられたばあいにはそれぞれ r_j/R , v_{zj}/R , r_j' に相当する。さて(4.2)式の $\cot\phi$ を(4.1)に代入し

$$\begin{aligned}
 r_j' &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{v_{zj}}{\Omega R} \right)^2 \quad j=2,4, \dots \dots \dots 9 \tag{4.3} \\
 r_3' &= r_2' + \left\{ 0.667 \left(\frac{v_{z3}}{\Omega R} \right)^2 + 0.667 \left(\frac{v_{z3}}{\Omega R} \right) \left(\frac{v_{z2}}{\Omega R} \right) \right. \\
 &\quad \left. - 1.333 \left(\frac{v_{z2}}{\Omega R} \right)^2 \right\}
 \end{aligned}$$

(3.2) (3.4) をグラフを用いて解けば

j	r_j/R	$v_{zj}/\Omega R$	r_j'
1	0.975	0.1327	0.00282
2	0.925	0.1341	0.00289
3	0.85	0.1350	0.00293
4	0.75	0.1357	0.00295
5	0.65	0.1354	0.00288
6	0.55	0.1328	0.00280
7	0.45	0.1308	0.00265
8	0.35	0.1250	0.00244
9	0.25	0.1195	0.00215

となる、ただし $r_j/R=0.2$ はボス部分であるので $r_9/R=0.25$ に相当する値までにとどめてある。この表の r_j/R , $v_{zj}/\Omega R$ の値を推力係数を出す式

$$\begin{aligned}
 G &= \left| -\pi^4 \int_{root}^{tip} r' \cdot \frac{r}{R} \cdot d \left(\frac{r}{R} \right) + \frac{\pi^3}{4} \int_{root}^{tip} \right. \\
 &\quad \left. \left[\left(\frac{v_{z0}}{\Omega R} \right)^2 + \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] S \cdot \frac{r}{R} c_d \sin \phi d \left(\frac{r}{R} \right) \right|
 \end{aligned}$$

に代入して

$$C_T = 0.1306 \text{ (翼の抵抗係数 } C_d = 0 \text{ として)}$$

$$C_T = 0.1271 \text{ (翼素の抵抗係数 } C_d = 0.0121 \text{ として)}$$

次に(3.2)式を用いて翼端損失を考慮に入れて、 C_T を計算すれば

$$C_T = 0.1130 \text{ (翼素の抵抗係数 } C_d = 0 \text{ として)}$$

$$C_T = 0.1027 \text{ (翼素の抵抗係数 } C_d = 0.0121 \text{ として)}$$

5 実 験

プロペラはV.S. モーターで回転さし制御装置で速度を0~2,000回転/分の間で任意の速度をうるようにできる。全体の流れのようすは4枚ベラで4鉛化チタンでしらべた。これは金属部を腐食さすので、後に尖端附近の流入状態は線香の煙でしらべるように変更し、プロペラ数も2枚として渦の発成状態をよくしらべるようにした。回転数も高速にせず400回転/分とする。ストロボとカメラの連動装置がないためカメラの露出時間は1/15秒で撮影した。従って瞬間的に流れの静止状態はえられず渦はすこし流れた状態が写っている。なるべく流れを自然の状態にするため屋外で実験しようとしたが無風態がなかなかえられないので室内に入れて実験をおなつた。唯窓はなるべくあけ他のものと干渉を小さくするようつとめた。この実験は

Aerodynamic Problems Associated with V/STOL Aircraft (22, June, 1966)

に発表された論文と同一の状態になっているかどうかを確認する結果となつた。このアメリカの論文は翼に関するデータが全々与えられてなく、回転数も不明である。直径は4 feet 7 feet (437cm~26ain) となっているのでこちらの実験した直径100cmよりは大である。流れの状態はアメリカでの実験の大直径のものとの差はあまり認められないので本実験の直径100cmでもよいことがわかつた。Fig (3)は全体の Tip 附近の流れを示す。



Fig 3 tip 附近の全体の流れ

Fig (4) は Tip 附近の渦の状態を示す。

この流れの状態から今までのプロペラの理論の適用される限界があるように考えられる。また Tip loss の planpt1 の理論も VTOL 用プロペラとしては適しな

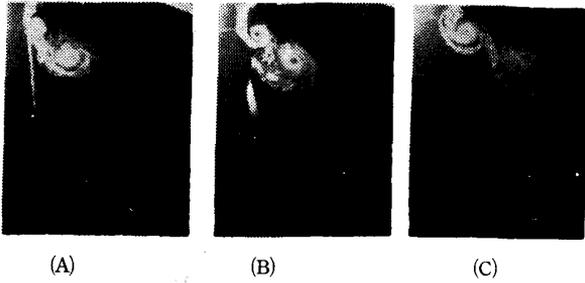


Fig. 4 tip 附近の渦

(A) は Tip が渦を作る所

(B) は Tip の渦の成長を示す。

い。現在まで tip loss と考えられていたが、VTOL用プロペラは tip における渦の誘導速度の影響から風車状態となり loss でなく一部では、gain になるかも知れない。実験観察から渦は tip の所れのまわりこみからできる。渦は流れの不連続面によって成長して小さいものから次第に大きさを増してゆく。プロペラの一回転により tip の所に新しく小さい渦ができる。これによって前の渦は流れ去って第2の渦方向に流された渦は粘性のためエネルギーを消失してしもあるが、写真では第3の渦までは写っていない。この渦の写真では二次元的に撮影したものであるが立体的には第1, 2, 3, の渦は同一の渦糸で連続しているものと思える。これをモデル的に Fig (5) で示す。

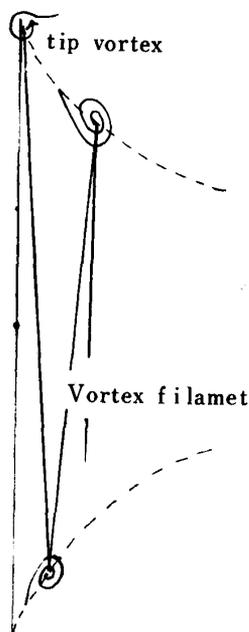


Fig. 5

6. 結 論

tip による渦の誘導速度によって静止推力分布は今の所、どのようになるか判定することは困難であるが、実験では翼の推力分布が求まれば、tip においては推力は負でなく、正になっているかも知れないので、こんどのVTOL用プロペラの研究は推力分布の検討をすすめたい。

御指導いただいた岩崎松之助教授には厚く御礼申し上げます。また実験装置の組立、実験に協力していただいた、宇部工専卒業生猪腰洋三、竹上誠次郎、塚本総一郎、藤沢敬造、細田 豊、松本忠義、山田昌雄、諸君に感謝いたします。

文 献

- 1) Iwasaki. M. "Calculatim of static thust of propeller (I) & (II)" private communication Oct. 18, 1964 & Dec 26, 1964.
- 2) Durand. W. F. "Aerodynamic Theory" Vol. IV, Chp. VI pp. 230~249. pp. 251~261.
- 3) D. E. Ordwoy and J. C. Erickson, Jr. A New approach to the static thunt problem.
- 4) Sasaki. Y. Ikai. M. Iwaki Low Speed. Flight Characleristic of tilt V/STOL 三菱重工技報, Vo.13, No. 5
- 5) CAL/USAAVLABS SYMPOSIUM PRO CEE DINGS. Aero dynamic problems associated arth V/STOL aircraft 22~24 june 1966.
- 6) I. S. Sartshore. an application of Vortex theoy to pnepeller operativity at zero advance ratio Tech note 66~3. june 1966.
- 7) 中川 博. V/STOL 機の展望 VOL.70, No.576. JAN 1967.
- 8) 谷 一郎 流れ学
- 9) 竹重正雄 VTOL 用プロペラの推力に関する実験と計算.

(昭和42年9月10日受理)