

# ストレインゲージを用いたひずみ測定のための計算式

谷 本 昇\*

The calculus equations for the strain measurement by means of the strain-gage.

Noboru TANIMOTO

## Abstract

The equations which enable to calculate the torsional shear strain and the tensile strain from output of the strain-gage are derived when the strain of the thin-walled tubes of the solids subjected to combined torsion and tension are measured by means of the strain-gage.

And the error of the torsional shear strain and the tensile strain between the cases in which each equation is employed is estimated.

## 1. はじめに

固体材料の変形挙動の研究におけるひずみの測定は、その研究の基本的あるいは基礎的作業の一つであろう。ひずみの測定方法は種々有り、それらの特徴が考慮されて採用されている<sup>1)~3)</sup>。これらの種々のひずみ測定法のうち、ストレインゲージを用いるひずみ測定法は、多くの研究室で、あるいは生産現場で採用されている測定法の一つである。

固定の一般的変形挙動の解明のために、比較的行き易くかつ非常に重要な研究の一つは、薄肉円管にトルクと軸力の組合せ荷重を受ける材料の変形挙動の研究である。そしてその測定結果から、例えば応力の値を算定したり、降伏曲面の形、大きさ等を判断する。従ってストレインゲージの出力からのひずみ算出方法は、基本的であると同時に、非常に重要な問題とな。

しかし、ストレインゲージを用いて、ねじりと引張りの組合せ応力状態におけるひずみの求め方は、十分に解明されていないようである。またそのような場合の研究報告において、ストレインゲージを用いて、ひずみを求めた場合でも、ストレインゲージから軸ひずみ、ねじりせん断ひずみを算出するとき、どのような算出方法によって得た値か必ずしも明確にはされていないようである。

そこで本研究では、前ひずみのない場合に、ねじりと

引張りの組合せ荷重を受ける材料のねじりせん断ひずみ、軸ひずみの算出方法を考察する。

この算出法は動的な場合も、静的な場合にも成り立つものである。特に動的な場合の注意はパラメーターとして、時間  $t$  に注意する必要がある。

また、前ひずみのある場合、ねじりと圧縮の場合、またストレインゲージを用いているロードセルを使用する場合にも、同様な考察を行なうことができよう。

本解析は比較的小さなひずみを対象として行なう。

## 2. ストレインゲージ出力からのひずみの計算式

よく知られているように、1軸応力状態での縦方向ひずみを測定する場合には、軸方向にはったストレインゲージの出力  $\epsilon_0$  から軸ひずみ  $\epsilon$  を得る。(図(1)の(1))

$$\epsilon = \epsilon_0 \quad (1)$$

また、ねじりせん断ひずみを測定する場合には、軸方向に対して  $45^\circ$  方向に ( $45^\circ$  方向とは限らないが) はったストレインゲージの出力  $\epsilon_{45}$  から、ねじりせん断ひずみ  $\gamma$  を得る。(図(1)の(2))

$$\gamma = 2 \epsilon_{45} \quad (2)$$

しかし、薄肉円筒にねじりと引張りの組合せ荷重を負荷した場合、引張りが軸方向に対して  $45^\circ$  方向にはったストレインゲージ出力に、ねじりが軸方向にはったストレインゲージに及ぼす見かけの影響を考慮しなければな

\* 宇部工業高等専門学校機械工学科

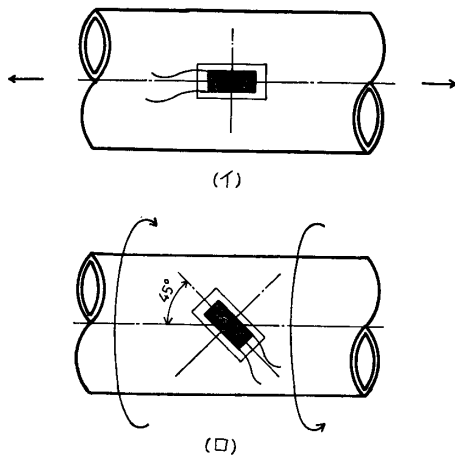


図 1

らない。

$l_0$  : 軸方向に対して  $45^\circ$  方向に接着したねじりせん断ひずみ測定用ストレインゲージの初期 (変形前) の長さ

$l$  : ねじりと引張りの組合せ荷重を受けた後のねじりせん断ひずみ用ストレインゲージの長さ

$h_0$  : 軸方向に接着した軸ひずみ測定用ストレインゲージの初期 (変形前) の長さ

$$h_0 = l_0 / \sqrt{2} \quad (3)$$

$\delta_0$  : 軸方向の伸び

$\delta_{45}$  : ねじりによる周方向変位

$\epsilon_{45}$  : ねじりせん断ひずみ測定用ストレインゲージの出力 (ひずみ)

$$\epsilon_{45} = l/l_0 - 1 \quad (4)$$

$\epsilon$  : 引張りひずみ

$$\epsilon = \delta_0/h_0 \quad (5)$$

$r$  : ねじりせん断ひずみ

$$r = \delta_{45}/h_0 \quad (6)$$

とする。

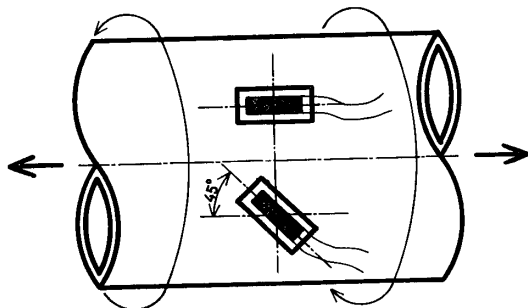
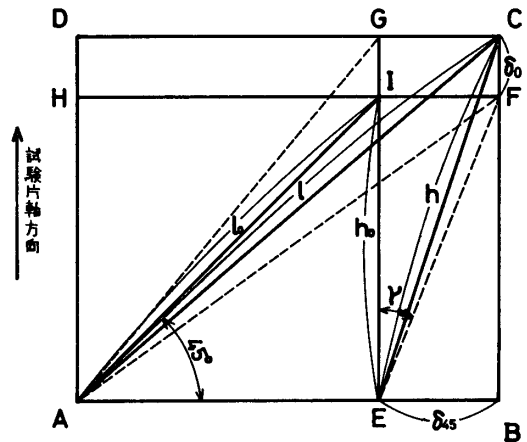


図 2 (イ)

図(2)の(ロ)における直角三角形  $ABC$  にピタゴラスの定理を適用し、それに(3)~(6)式を代入し、さらに  $r^2$ ,  $\epsilon^2$



(ロ)

以上の項を無限小として省略すると、ねじりせん断ひずみとして

$$r = 2 \epsilon_{45} - \epsilon \quad (7)$$

を得る。

(2)式と(7)式を比較すると、ねじりせん断ひずみを  $45^\circ$  方向に接着したストレインゲージ出力から算出する場合、軸ひずみが  $45^\circ$  方向に接着したストレインゲージ出力に与える影響を考慮する必要があることがわかる。

次に

$\epsilon_0$  : 軸ひずみ測定用ストレインゲージの出力 (ひずみ)

$$\epsilon_0 = h/h_0 - 1 \quad (8)$$

とする。

図(2)の(ロ)の直角三角形  $EBC$  にピタゴラスの定理を適用し、(5), (6), (8)式を適用し、さらに  $\epsilon_0^2$ ,  $\epsilon^2$ ,  $r^2$  の項を無限小として省略すると、軸ひずみとして

$$\epsilon = \epsilon_0 \quad (9)$$

を得る。(9)式は(1)と同じ式である。

ここでねじりによる軸ひずみ測定用ストレインゲージの出力に及ぼす影響をみるために、(9)式を導出する段階で  $r^2$  の項を残すと

$$\epsilon = \epsilon_0 - \frac{1}{2} r^2 \quad (10)$$

を得る。

(9)式 (あるいは(1)式) と(10)式を比較すると、軸ひずみとねじりせん断ひずみの大きさの関係によっては、(9)式 (あるいは(1)式) を軸ひずみの算出に使用するたには不適当になる可能性が有ることがわかる。この(10)式は文献(4)に用いられている。

従って、前ひずみが無い場合に、ねじりと引張りの組合せ荷重を受ける薄肉円管のねじりせん断ひずみと軸ひずみを、ストレインゲージで求める場合には、その計算

式は(7)式によらなければならないことがわかる。これら  
を新たためて書くと

$$\left. \begin{aligned} r &= 2\varepsilon_{45} - \varepsilon \\ \varepsilon &= \varepsilon_0 - \frac{1}{2}r^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

である。

### 3. ひずみの各計算式の比較

ここでは、(11)式よりも近似度が高い、以下の(12)、(13)、  
(14)式を考え、(12)、(13)、(14)式の各々を用いた場合、(11)式を  
用いた場合に比較して、どの程度誤差が含まれるかを考  
考察する。この場合、ねじりせん断ひずみ測定用ストレ  
インゲージ出力  $\varepsilon_{45}$  と軸ひずみ測定用ストレインゲージ  
出力  $\varepsilon_0$  は各計算式で同じとして、各比較を行なうこと  
にする。

$$\left. \begin{aligned} r &= 2\varepsilon_{45} - \varepsilon \\ \varepsilon &= \varepsilon_0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(12)式は(7)式と(9)式で、2次以上の項を無限小として、省  
略したものである。

$$\left. \begin{aligned} r &= 2\varepsilon_{45} \\ \varepsilon &= \varepsilon_0 - \frac{1}{2}r^2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(13)式は(1)式と(10)式で、軸ひずみの計算式で  $r^2$  の項を考  
慮したものである。

$$\left. \begin{aligned} r &= 2\varepsilon_{45} \\ \varepsilon &= \varepsilon_0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

この式は(1)式と(2)式で、単軸応力応力状態のときに使わ  
れる計算式をそのまま組合せたものである。

(13)<sub>1</sub>、(14)<sub>1</sub>式は、(11)<sub>1</sub>式と比較すると、 $\varepsilon$  を含んでいな  
いため非常に大きな誤差を含むことが暗示されよう。また(12)<sub>2</sub>、(14)<sub>2</sub>式は、(11)<sub>2</sub>式と比較すると、 $r^2$  の項を含んで  
いないため、やはり、かなりの誤差を含むことが暗示で  
きよう。さらに、ねじりせん断ひずみ  $\varepsilon$  の連成の効果も  
考えられよう。

#### 3・1 (11)式と(12)式との比較

(12)式で算出した各ひずみをそれぞれ  $r_1$ 、 $\varepsilon_1$  とすると

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= 2\varepsilon_{45} - \varepsilon_1 \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

となる。

(11)式で算出した各ひずみをそれぞれ  $r$ 、 $\varepsilon$  とすると

$$\left. \begin{aligned} r &= 2\varepsilon_{45} - \varepsilon \\ \varepsilon &= \varepsilon_0 - \frac{1}{2}r^2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

となる。また、 $r_1$  の  $r$  に対する誤差を  $E_r$  と表わし、

$\varepsilon_1$  の  $\varepsilon$  に対する誤差を  $E_\varepsilon$  と表わすと

$$\left. \begin{aligned} (1 - E_r) &= r_1/r \\ (1 - E_\varepsilon) &= \varepsilon_1/\varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

となる。

(15)~(17)式より、 $\varepsilon_0$ 、 $\varepsilon_{45}$ 、 $\varepsilon_1$ 、 $r_1$  を消去すると各誤差  
 $E_r$ 、 $E_\varepsilon$  として

$$\left. \begin{aligned} E_r &= \frac{1}{2}r \\ E_\varepsilon &= -\frac{1}{2} \frac{r^2}{\varepsilon} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

を得る。

ここで、(18)式を用いて縦軸に各誤差  $E_r$ 、 $E_\varepsilon$  を、横軸に

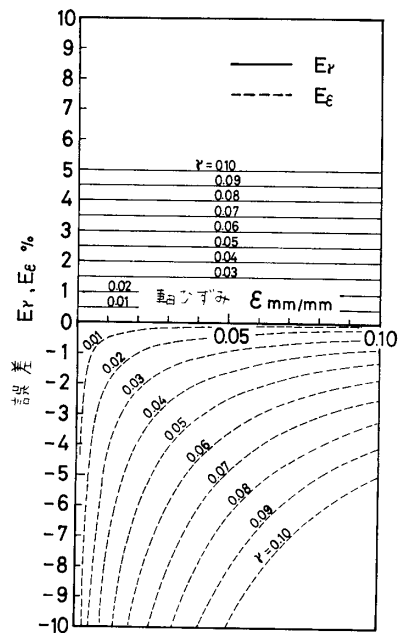


図 3

は(11)式によって算出した軸ひずみ  $\varepsilon$  をとり、パラメータ  
として(11)式によって算出したねじりせん断ひずみ  $r$  を用  
いると、図(3)のようになる。

この図からねじりせん断ひずみの誤差  $E_r$  は、ねじりせ  
ん断ひずみに比例して増加し、軸ひずみの誤差  $E_\varepsilon$  は、  
軸ひずみが減少するにつれ、さらにねじりせん断ひずみ  
が増加するにつれて大きくなることがわかる。

図(4)は、(18)式を用いてねじりせん断ひずみ・軸ひずみ  
平面において、各誤差  $E_r$ 、 $E_\varepsilon$  の範囲を示したものであ  
る。図において、右下がり斜線で囲まれた範囲が誤差 5  
%以内で、ねじりせん断ひずみと軸ひずみを算出できる  
部分を示している。また誤差 1%以内で算出できる範囲  
は、右上り斜線で囲まれた部分で示している。例えば、  
ひずみ測定誤差が 1%以下の精度で測定できるねじりと  
引張りの組合せ実験の変形の範囲は、引張りひずみが 2

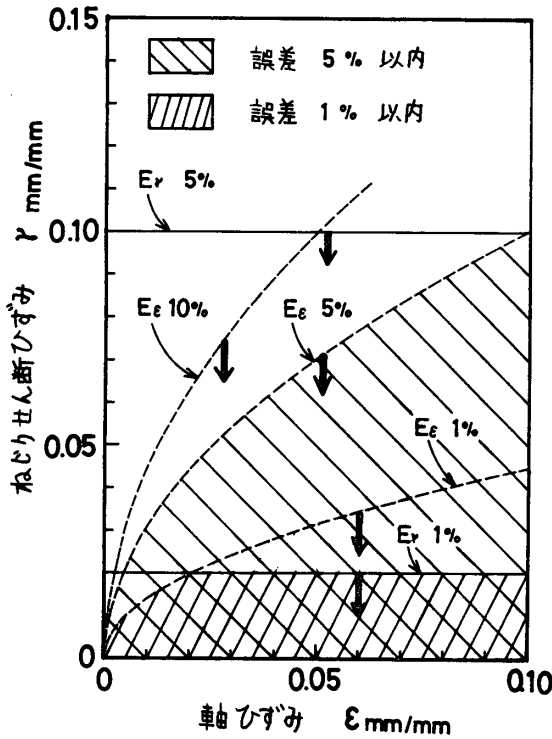


図 4

%以上で、ねじりせん断ひずみが2%以下であることがわかる。従ってひずみ計算誤差が1%以下の精度で実験を行なうときは、ストレインゲージ出力からのひずみの計算式として(12)式を用いると、このように狭い範囲の変領域形の実験しか出来ないことがわかる。

3・3 (11)式と(13)式との比較

3・1で算出したのと同様にすると、ねじりせん断ひずみの誤差  $E_r$  と軸ひずみの誤差  $E_\epsilon$  として

$$\left. \begin{aligned} E_r &= -\epsilon/r \\ E_\epsilon &= \frac{1}{2}\epsilon + r \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

を得る。

(19)式を用いて、ねじりせん断ひずみ  $r$  をパラメータとして、誤差 ( $E_r, E_\epsilon$ )・軸ひずみ ( $\epsilon$ ) 線図を作ると、図(5)ようになる。この場合、ねじりせん断ひずみの誤差  $E_r$  は、ねじりせん断ひずみが減少するにつれて、あるいは軸ひずみが増加するにつれて大きくなる。また軸ひずみの誤差  $E_\epsilon$  は、ねじりせん断ひずみが増加するにつれて、あるいは軸ひずみが増加するにつれて大きくなる。

図(6)は、(19)式を用いて、ねじりせん断ひずみ・軸ひずみ平面において、ねじりせん断ひずみの誤差  $E_r$  と軸ひずみ誤差  $E_\epsilon$  の範囲を示している。右下がりの斜線で示した領域がひずみ測定誤差5%以内の範囲を示し、右上

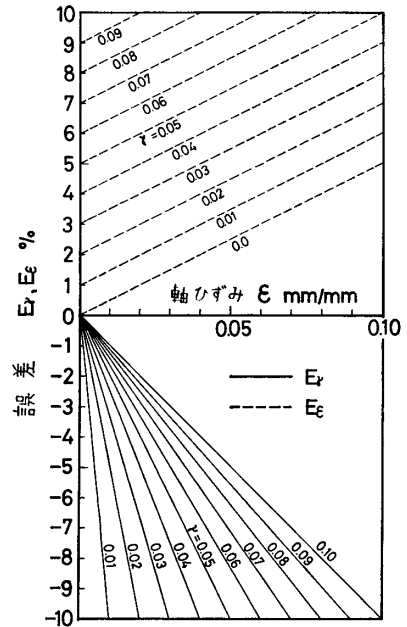


図 5

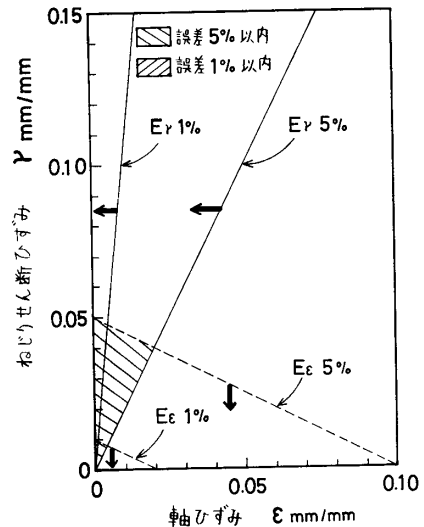


図 6

がりの斜線はひずみ測定誤差が1%以下の範囲を示している。この図から、ひずみ測定誤差5%以下の精度で計算できるねじりと引張りの組合せ実験の変形の範囲は(15)式の場合より非常に狭くなる。また1%以下の精度の場合実質的には、(19)式ではどのようなひずみ範囲も測定、計算できないことがわかる。

また図(6)を図(4)と比較すると、5%以下の測定精度あるいは1%以下の測定精度で算出できるひずみの範囲は、明らかに、図(6)の方が図(4)より広いことがわかる。

3・3 (11)式(14)式との比較

3・1, 3・2で算出したのと同様にすると、ねじり

せん断ひずみの誤差  $E_r$  と軸ひずみの誤差  $E_\epsilon$  として

$$\left. \begin{aligned} E_r &= -\frac{\epsilon}{r} \\ E_\epsilon &= -\frac{1}{2} \frac{r^2}{\epsilon} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

を得る。

図(7)は、(20)式を用いて、ねじりせん断ひずみ  $r$  をパラ

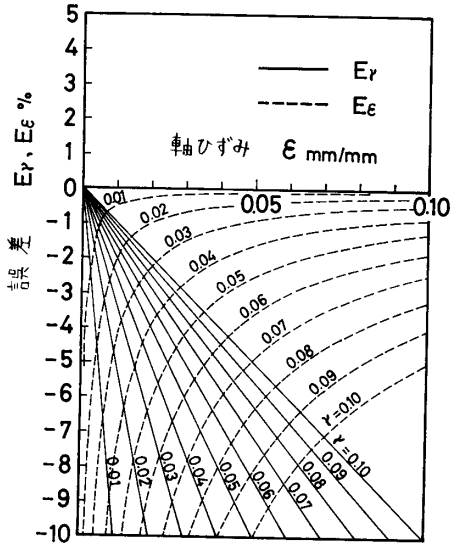


図 7

メータとした誤差 ( $E_r$ ,  $E_\epsilon$ )・軸ひずみ ( $\epsilon$ ) 線図を示す。この場合、ねじりせん断ひずみの誤差  $E_r$  は、ねじりせん断ひずみが減少するにつれて、あるいは軸ひずみが増加するにつれて、大きくなる。また、軸ひずみの誤差  $E_\epsilon$  は、ねじりせん断ひずみが増加するにつれて、あるいは軸ひずみが減少するにつれて大きくなることがわ

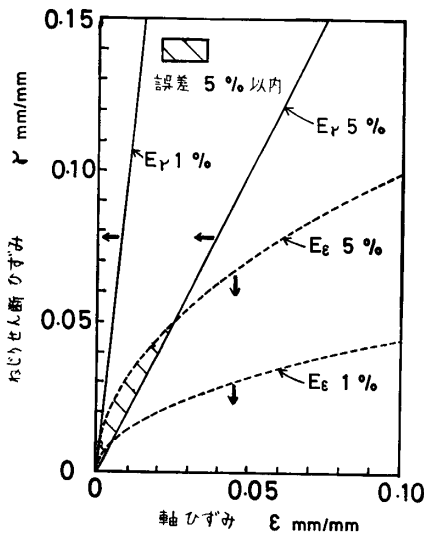


図 8

かる。

図(8)は、(20)式を用いて、ねじりせん断ひずみ・軸ひずみ平面において、ねじりせん断ひずみの誤差  $E_r$  と軸ひずみ誤差  $E_\epsilon$  の範囲を示している。両方のひずみの誤差が5%以下の精度で測定できるひずみの範囲は、右下がりの斜線で示すように、非常に狭い。またひずみの誤差が1%以下の精度で算出できるひずみの範囲は、図(8)の方が図(6)より広いことがわかる。

#### 4. まとめ

以上まとめると

(1)ねじりと引張りの組合わせ荷重を受ける薄肉円筒のひずみ測定を、ストレインゲージを用いて行なう場合におけるひずみの計算式を導出した。それは(11)式で表わすことができる。

さらに、

(2)(11)式より近似度が高い(12)、(13)式及び、単軸応力状態で使用されている(1)、(2)式を用いた場合と、(11)式を用いた場合との測定誤差を計算した結果、(11)式に比べて、他の式は非常に大きな誤差を伴うことを明らかにし、(11)式を用いる必要性が有ることを示した。

#### 参考文献

- 1) 川田・ほか3名編, 材料試験, (昭53), (共立出版).
- 2) 日本材料学会編, 金属材料強度試験便覧, (昭52) 養賢堂.
- 3) T・ポトマ著 (関谷・ほか3名訳), ひずみゲージ (理論と応用), (昭53), 共立出版.
- 4) 放生・茶谷, 機論, 44-384 (昭53-8), 2568.

(昭和55年9月1日受理)