

有限要素法のための自動要素分割法

小 川 壽*

Automatic Mesh Generation for Plane Structure

Hisashi OGAWA

Abstract

The paper write a process of automation of data composition for finite element method.
The proses is a mapping to any curved surface by the composition of the lattice square block.
The whole shape compose as a assemble of each quadrilateral curved surface block, therefore, show a roughness and a density by join together the shape and each block skillfully.

1. ま え が き

近年有限要素法はいろんな分野で使用されるようになってきた。機械関係においても構造物の強度計算以外にも熱、流体等に多くの改良が試みられている。有限要素法の特徴は任意の形状についてその強度分布等を計算することができるが、そのためのデータの作成が非常にやっかいなものとなる。有限要素法の計算時間はかなり長いので、1件あたりのコストが高く、つまりぬデータミスによる損失はできる限り避けなければならない。そのためのデータチェックを厳密に行なう必要がある。データの作成において各メッシュに分割する際にある程度の共通した切り方というものがあると考えられるのでこれらデータについて自動的に作成する方法があればデータ作成は労力を省くことが可能になるわけである。今までに自動分割に関する論文もできているのでこれらを参考にし¹⁾²⁾、最近多くなったマイコンを利用し、手軽にデータ作成を行なえるよう試みた。

2. 基 本 条 件

まず最初に任意の平面を分割することについて次のような条件を考える。

1. 与えられるインプットデータが余り多くないこと。
2. 粗密を表わせること。
3. 境界をうまく表わせること。

まず1については任意の平面を4辺で表わせる4辺形を考える。与えるデータとしては一辺の3点の座標値と、一辺の節点数の数とする。

次に2については4辺の節点数の数の違いにより粗密を表わせるようにする。

3については境界を余り複雑にすればそれだけインプットデータが必要になるため最少の境界形状で表わせるよう2次の曲線で表わすことにする。

以上の考えを整理すると

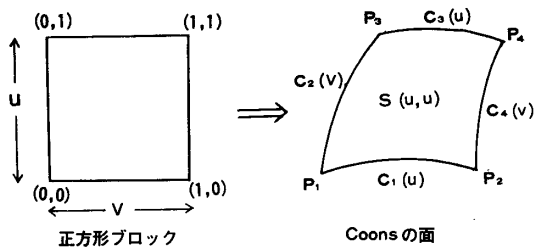
1. 全体を4辺形ブロックの集合体とする。
2. 各ブロックは周辺を2次曲線で表わせるもの。
3. 与えられるインプットデータは各ブロックの一辺の節点数の数と、一辺の3点の座標値。

3. エレメントの形状決定

S.A. Coons の曲面創成の式について考えてみることにする。任意の曲面を生成する場合、適当な方法で4つの境界曲線が決められた場合にブレディング関数というものを導入して各曲面要素の境界でその境界曲線を横切る方向に任意の階数の微係数を連続にしうる方法が提示されている。曲面要素は4つの境界曲線の方程式とブレディング関数を組合わせたものとなる。

曲面要素を $S(u, v)$ とし、4つの境界曲線 C^j ($j=1\sim 4$)、4つの角の点 P_j ($j=1\sim 4$) および、未知のブレディング関数 $Q_0(u)$, $Q_1(u)$ ($0 \leq u \leq 1$) を導入することにより次のように定義される。

* 宇部工業高等専門学校機械工学科

図 1 u, v 平面から S 平面への写像

$$\begin{aligned}
 S(u, v) = & C_2(v) \cdot Q_0(v) + C_4(v) \cdot Q_1(u) \\
 & + C_1(u) \cdot Q_0(v) + C_3(u) \cdot Q_1(v) \\
 & - P_1 \cdot Q_0(u) \cdot Q_0(v) - P_3 \cdot Q_0(u) \cdot \\
 & Q_1(v) - P_2 \cdot Q_1(u) \cdot Q_0(v) - P_4 \cdot \\
 & Q_1(u) \cdot Q_1(v) \quad (1)
 \end{aligned}$$

ここで曲面要素の式 $S(u, v)$ が 4 つの境界を含むという条件により

$$Q_0(0) = 1, \quad Q_0(1) = 0$$

および (2)

$$Q_1(0) = 0, \quad Q_1(1) = 1$$

Q_0, Q_1 を u の多項式として境界曲線を横切る方向、曲面の 1 次導関数が連続であるという条件により

$$Q_0(u) = 1 - 3u^2 + 2u^3, \quad Q_1(u) = 3u^2 - 2u^3 \quad (3)$$

となる。

任意のブロックにおいて周辺 4 辺は 2 次曲線、内部曲線は 3 次曲線で表わすことにする。

周辺 4 辺

$$\begin{aligned}
 C_i(u) &= A_i u^2 + B_i u + C_i \\
 C_j(v) &= A_j v^2 + B_j v + C_j \quad (4)
 \end{aligned}$$

内部曲線は (1) 式を整理して

$$\begin{aligned}
 S(u, v) = & C_1(u) + C_2(v) - C_1(0) + f(v) [C_3(u) - \\
 & C_1(u) + C_1(0) - C_3(0)] + f(u) [C_4(v) \\
 & - C_2(v) + C_2(0) - C_4(0)] + f(u)f(v) \\
 & [C_3(0) - C_1(0) + C_1(1) - C_3(1)] \quad (5)
 \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned}
 f(u) &= 3u^2 - 2u^3 \\
 f(v) &= 3v^2 - 2v^3 \quad (6)
 \end{aligned}$$

4. 節点数の違い

ブロック内部の節点を自動生成する場合、そのプロセスを電算機で処理できるようにするため正方形ブロック内で格子構造をつくる。辺に与えられる点の数は任意であるため、一般的には対応する辺上の点の数が一致せ

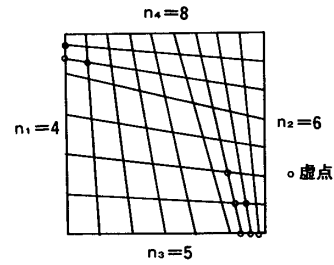


図 2 ブロック格子

ず、格子構造を一意的に定めることができない。これを避けるため、ブロックに対応する辺上の節点数を等しくし、対応する辺ごとに順番に直線で結合できるようにする。そのために実際には存在しない点（虚点）ができることになる。

辺 i 上に自動生成する点の数を n_i とする。実点の位置は、辺を n_i で等分する点とする。虚点の位置は対応する辺を比較して足りない数を m 個とすると、比較した辺で m 個足りない辺上で n_i 等分した最後の点と頂点の間を m で等分する点とする。

ブロック内部の格子点についても、辺上の点と同様に実点と虚点を考える。 $n_1=4, n_2=6, n_3=5, n_4=8$ の場合においてブロック格子および実点、虚点の配置図を図 2 に示す。

5. 3 角形の作成

実点のみの 4 辺形の場合

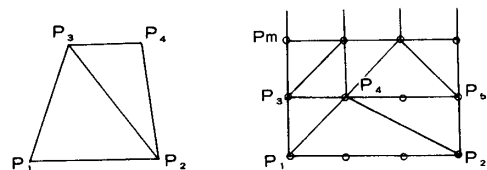


図 3 3 角形の作成

各対角線の長さを比較し短い方を結ぶ。

虚点を含む場合

5 つの節点によってできる対角線の短いものを 2 つ結ぶ。図 3 に例を示す。

6. 具体的手順

使用マイコン： YHP-45
 使用言語： BASIC
 メモリー制限： 64KByte

一ブロック20×20の大きさとする。各ブロックごとに計算し、計算結果をカセットに保存、全てのブロックを再処理し、結果をカセットへ、全体の形状をディスプレイで写し、良ければプロッター、または PTP に落としテープを他の計算機にてデータとして与え処理する。

7. フローチャート

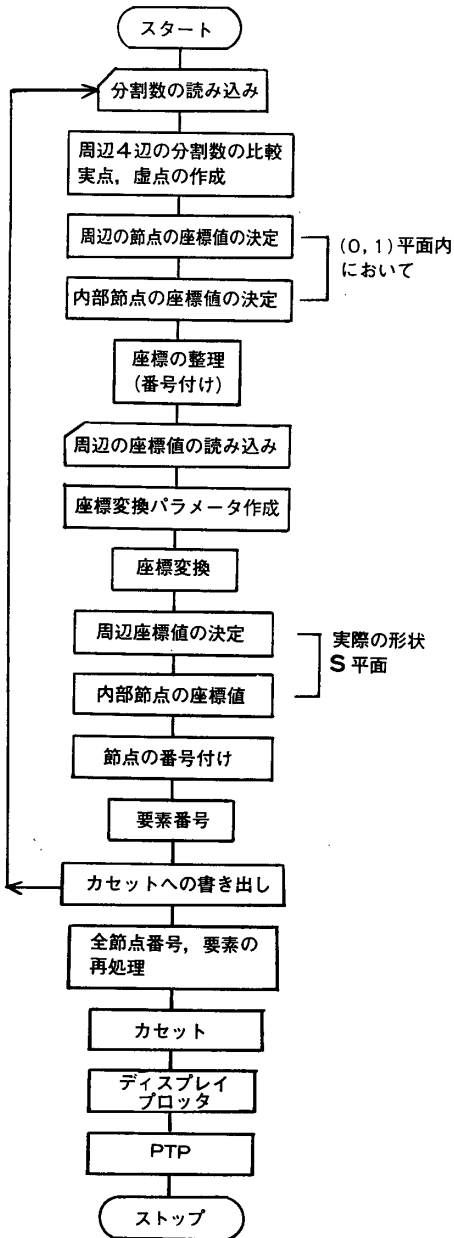


図 4

8. 参考例

1ブロックについて作成した要素図を図6に、4辺形の場合と円孔を有する板の様な荷重での引張の計算結果をプロッターで描いたものを図7に示す。

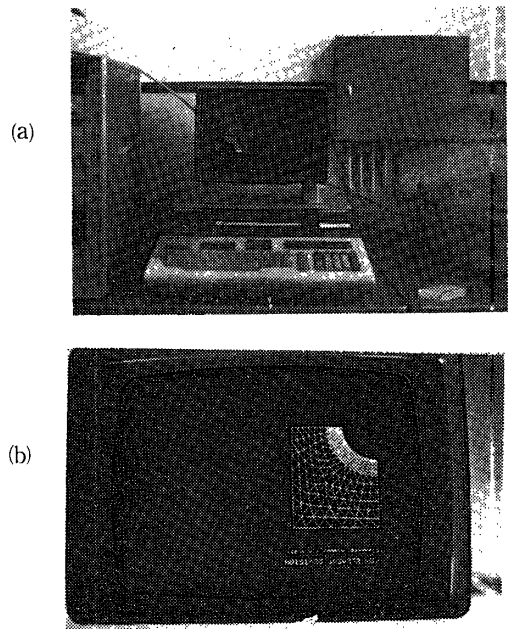


図 5 YHP-45本体およびディスプレイ

FEM ELEMENT DIVISION
 Nodal number - - - 84

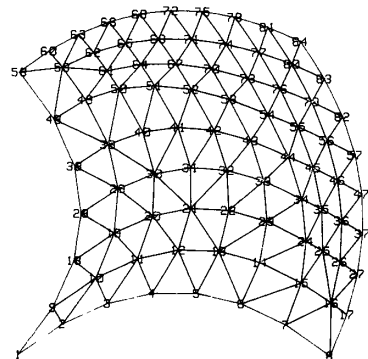


図 6・1 4 辺形ブロック要素図 (1)

FEM ELEMENT DIVISION
Elemental number - - - 136

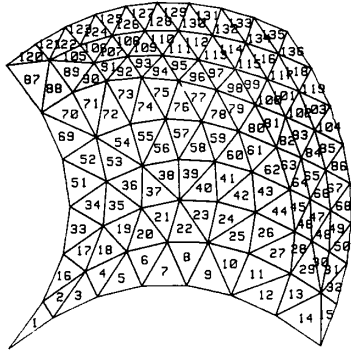


図 6・2 4辺形ブロック要素図 (2)

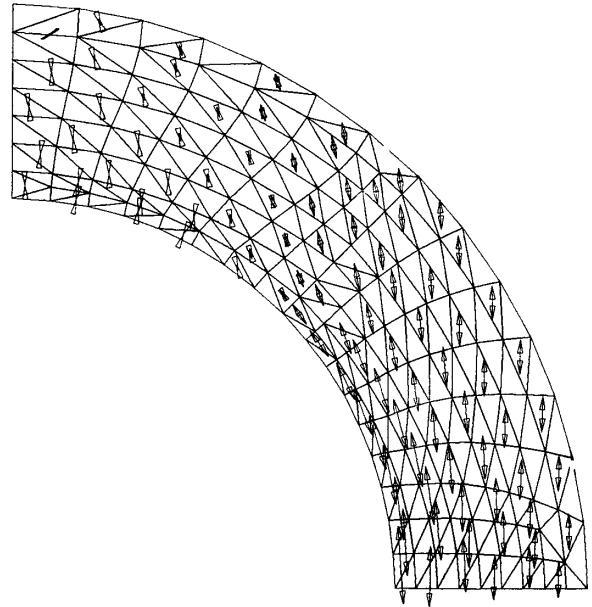


図 7・2 図 7・1 の中心部分

Principal Stress Distribution
Elemental number - - - 451
Nodal number - - - 256

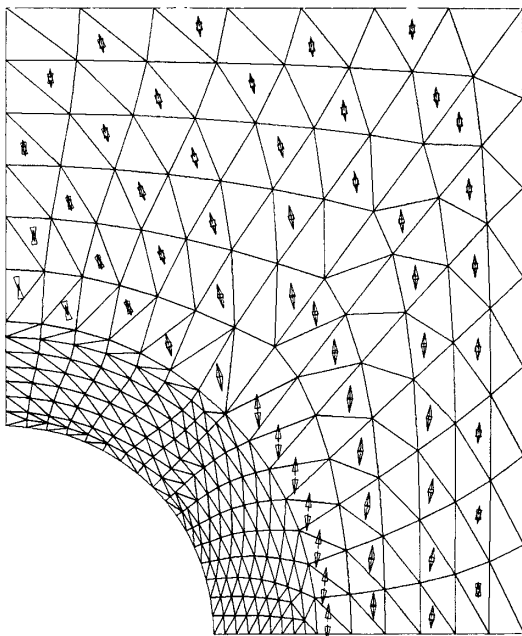


図 7・1 円孔を有する板の引張 (右上 4分の1)

9. あとがき

本プログラムは九大大型計算機, 本校 TOSBAC-3400, YHP-45 にそれぞれプログラム化してあり, それぞれで使用できるようにしてある. 本プログラムにて 2次元の問題についてのデータ作成の大半は作成できると思う. しかし, 最適なデータの作成という面においては考慮がなされてないのでこれらのことについてはまた考えてみたいと思う. 最後にマイコンに御便宜いただいた本校三好助教授に感謝する.

参 考 文 献

- 1) 東, 他: 日機誌, Vol 71-590, (1968-3)
- 2) 林 : 三菱重工技報, Vol 9-5 (1972-9)
- 3) 中島 : 自動設計, 丸善
- 4) 研野 : 自動設計, コロナ社

(昭和55年9月1日受理)