

# L型平板の応力集中について

第4報 リブ補強による変形抑制効果

小川 壽\*・足立 拓郎\*

On the Stress Concentration of L-type Plate (4th Report)

The Effect of the Transformational Suppression under the Rib Reinforcement

Hisashi OGAWA, Takuro ADACHI

## Abstract

Continuing the former report, authors made sure by experiment whether the mitigation of the stress concentration is relevant to the effect of the transformational suppression that the rib has. The test was performed by using some triangle ribs and the optimum rib form was researched by varying rib form. As for the relevancy between the transformational suppression and the stress concentration, no relevancy could be found. In a practical plan, the optimum rib form must be decided by considering the weight, economy, and so on.

## 1. ま え が き

一般に機械のフレーム、骨組構造物などにおいて部材の交差する部分には集中応力が発生するが、この集中応力を軽減する方法として溶接や鋳造などによるリブ補強が広く用いられている。リブ補強の主な目的として、強度を向上させることと、変形を抑制することの二点があると考えられる。前報<sup>1)~3)</sup>においては前者のリブ補強に対して強度上の観点からリブ付根すみ肉部の応力集中がリブ形状、大きさ、部材の剛性、あるいはリブすみ肉部の曲率半径などにおいていかに変化するかを光弾性実験により統計的に追求し、補強リブ設計のための最適リブ形状について応力集中率の面より一般的原則を明らかにした。本報では後者の変形の抑制という観点から前報と同様な方法で実験を行ない、変形量がいかなる影響を受け、抑制されるかを明きらかにし、補強リブの設計のための最適リブ形状を追求した。同様に集中応力と、この変形の抑制とにどのような関連性があるかも調べた。さらに重量の点より、リブ取付部分と逆位置部分、頂部を削り落とすことによって変形量に対しどのような影響を及ぼすかも調べてみた。

これらの結果を総合して、強さ、変形、重量、すべての点で最も効果的な補強リブの形状、寸法について検討を行ない、変形量の近似計算式を導き、実験値との比較を行なった。

## 2. 実 験 方 法

### 2.1 試 験 片

市販エポキシ樹脂を用いて、図1のような試験片を製作した。試験片寸法は前回までの実験と同様の寸法である。この試験片は互いに直交する長方形断面で、三角形リブ A, B, C を補強リブ、三角形 D, E, F を頂部の切り落としとしている。リブ及び部材の厚さは一定とし、補強リブの変化として、 $h_1$ ,  $h_2$  を変化させ、リブのすみ肉部曲率半径はほぼ 0 mm の一定とした。

曲率を一定にしたのは、これによる変形量の差はリブに比べて小さいと考えられるからである。リブ形状の変化として  $h_1$  を一定、 $h_2$  を変化させた場合、また、逆に  $h_2$  を一定、 $h_1$  を変化させた場合、 $h_1 = h_2$  とした場合について調べた。各々について自由部材の剛性を変化させて実験した。頂部切り落としについても同様の方法で実験した。

\* 宇部工業高等専門学校機械工学科

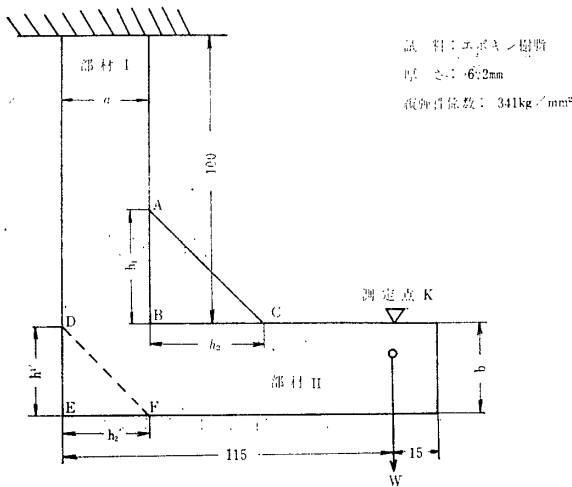


図1 試験片

2.2 加荷及び測定方法

測定点 k に 0~3kg まで (頂部落としの場合, 破損の恐れがあるので 2.5kg まで) 0.5kg ずつ加荷してその平均値をとった. 測定方法は測定点 k にダイヤルゲージを設置し, 逆算的に変形量を測定した.

3. 実験結果及び考察

3.1 三角形リブ補強の場合

3.1.1 リブの大きさと変形量との関係

図2は横軸にリブの大きさと部材の幅比  $h_2/d$  を, たて軸に  $h_2/d$  が任意のときの変形量  $\delta$  と  $h_2/d=0$ , すなわち, 補強リブがないときの変形量  $\delta_0$  との比との関係を示したものである. 図から変形量はリブが大きくなるとともに減少の割合は徐々にゆるやかになる. また, 直線的に減少している. それに自由部材の幅  $b$  を小さくすると, 同じ大きさのリブでも変形を増加させることになる.

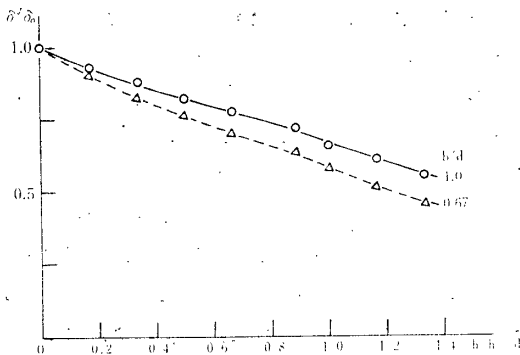


図2 リブの大きさと変形量との関係

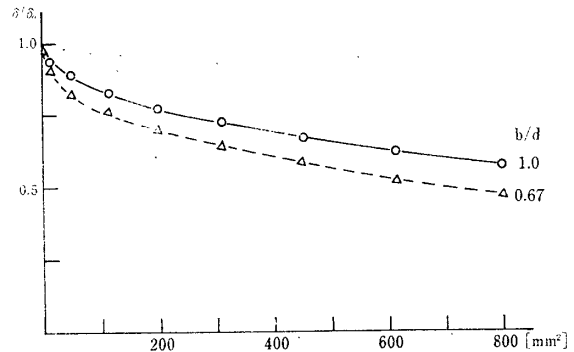


図3 側面積と変形量との関係

図3はたて軸に  $\delta/\delta_0$ , 横軸にリブの側面積をとりその関係を示したもので, この図から, ある値以上では変形量の減少が期待できなくなっている. このことはリブの効率, 重量の点から考慮しなければならない.

一方, すみ肉部の応力集中率は第3報に述べたようにリブがある程度以上大きくなると大幅な低下は望めなくなるために, リブの大きさはリブ補強の目的が変形の抑制にあるか, 応力の軽減にあるかに応じて決める必要がある. このことは大きなリブを補強すると変形量, 集中応力ともに低下するので好都合のようであるが, 非常に大きい構造部分を補強するような場合, リブの重量が著しく大きくなり不経済となるなどの問題を生じる.

3.1.2 リブの形状と変形量との関係

図4はたて軸に  $\delta/\delta_0$ , 横軸にリブ形状を与える無次元量  $\tan \theta$  及び  $\cot \theta$  をとって, リブの形状と変形量との関係を示したものである. 図から  $\tan \theta, \cot \theta$  が大きくなるとともに徐々に減少している. これはリブが細長い形状になるとともに, 変形抑制効果が減少していることを示している. 図5においては横軸, たて軸を同様にとり, リブ側面積を一定値  $450\text{mm}^2$  の場合でのリブ形状変化を調べたものである. 図から  $\tan \theta=1.0$  付近で急激に変形量が減少している. 要するに, リブの側面積にかかわらず細長い形状の方が変形抑制の点から不適當であるといえる. ところが応力集中率の点から考えると,  $\tan \theta=0.25$  付近, すなわち, 細長いリブ形状の方が部材1, 2のすみ肉部の集中応力が均等化されて有利でリブの最適形状であるといえる. このようにリブの形状については, 変形と強度とは両立しないことになる. また, 重量の面から軽量化の目的のためには,  $\tan \theta$  を小さくすべきである. 結局, 変形, 強度, 重量の三点を考慮して総合的に決定する必要がある.

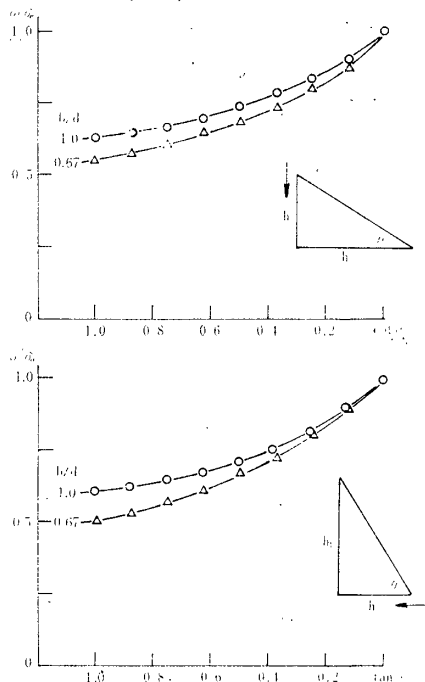


図4 リブの形状と変形量との関係

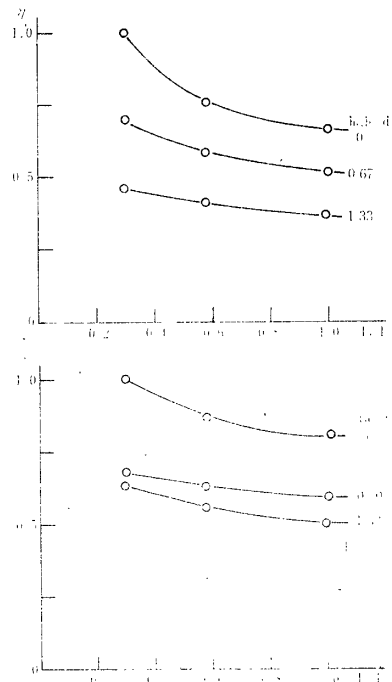


図6 部材の剛性比と変形量との関係

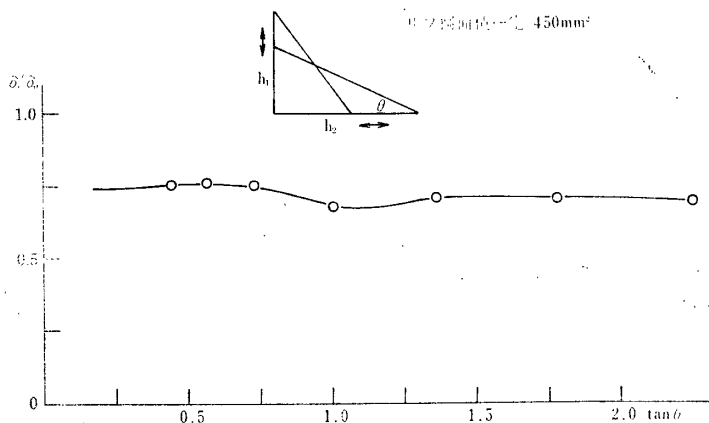


図5 リブ形状と変形量との関係

3.1.3 部材の剛性と変形量との関係

図6は固定部材1の剛性  $I_1$  を一定とし、自由部材2の剛性比 ( $I_2/I_1$ ) を横軸にとり、たて軸  $\eta$  は  $I_2/I_1 = 0.295$  のときの  $\delta_0$  で任意の  $\delta$  を割った無次元量をとって、部材の剛性比と変形量との関係を示したものである。図から変形量は剛性比が大きくなる程、いいかえれば部材2の剛性が大きくなるとともに減少している。この減少のしかたはしだいにゆるやかになり、ある一定の値に近づく傾向が認められる。また、部材の剛性がさらに大きくなると、すなわち、 $I_2/I_1 \rightarrow \infty$  の極限においてはこの変形量が急激に減少し、零に近づくと考えられ

る。

3.2 頂部切り落としの場合

図7, 8はリブ補強の場合と同様に特軸に頂部落としの形状を表わす  $h_2'/d$  と  $\tan \theta = h_1'/h_2'$  をとり、たて軸には頂部落としをしていない状態 ( $h_1' = h_2' = 0$ ) での変形量  $\delta_0$  で任意の変形量  $\delta$  を割った無次元量  $\delta/\delta_0$  をとって変形量との関係を示したものである。図からある値まで切り落としても撓み比に変化を生じていない。自由部材側の剛性の違いについても、途中まで両者の間に違

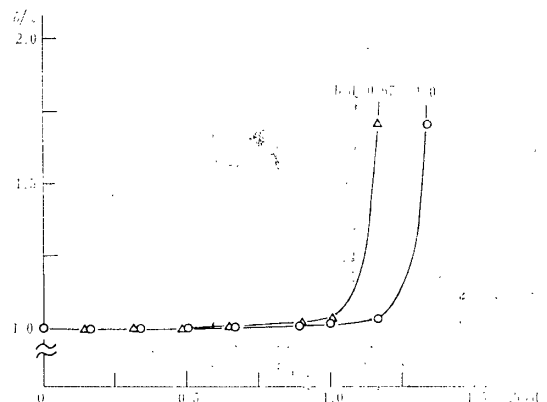


図7 頂部落としの大きさと変形量との関係

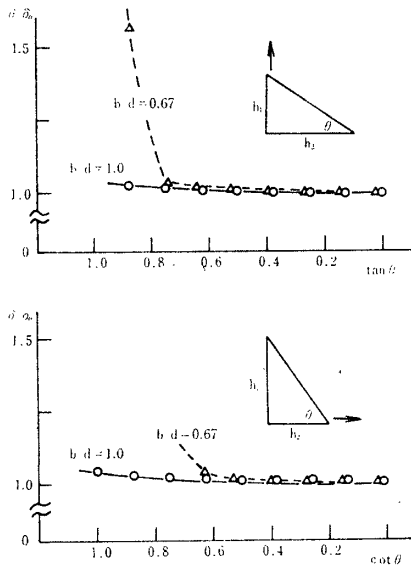


図 8 頂部落としの形状と変形量との関係

いが生じない。強度の面から、応力集中率についてもある値まで（曲率によって違いがある）変化しないことを考えると、両者を考慮すれば変形の抑制を保ち、強度の低下をきたさなくできるわけである。

4. 変形量の理論近似式

4.1 理論近似式

リップ補強部の変形を弾性理論によって厳密に解くことは非常に困難であるので簡単な近似計算により変位量を求めてみた。図 9.1 においては各部材の曲げモーメントを示している。図 9.2, 図 9.3 のように各ブロックごとの断面二次モーメントを計算し、変形量を重ね合わ

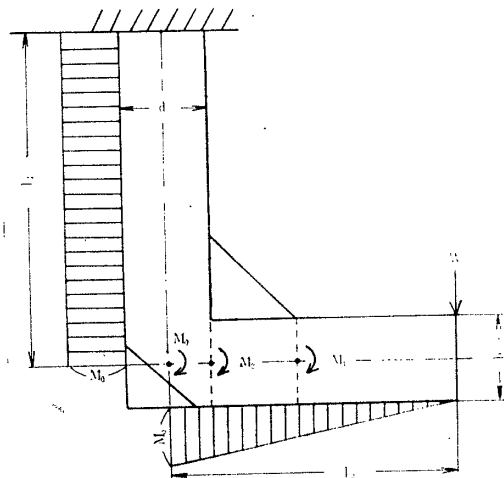


図 9-1 モーメント図

せて撓み量を求めた。固定部材側の撓み量を  $\delta_1$  とし、自由部材側の撓み量を  $\delta_2$  とする。まず固定部材変形量  $\delta_1$  について部材に作用しているのは一定モーメント  $M_0$  だけであり、各断面での撓み角を求めることによって変形量  $\delta_1$  を求めてみた。

全撓み角  $\theta_1$  は

$$\theta_1 = \sum_{i=1}^3 \theta_{1i} \tag{1}$$

各撓み角は

$$\theta_{1i} = \frac{M_0 l_{1i}}{E I_{1i}} \tag{2}$$

曲げモーメントは

$$M_0 = W l_2$$

変形量  $\delta_1$  は

$$\delta_1 = \theta_1 l_2 \tag{3}$$

(1), (2)式を代入すると

$$\delta_1 = \frac{M_0}{E} l_2 \sum_{i=1}^3 \frac{l_{1i}}{I_{1i}} \tag{4}$$

で与えられる。

$I_{1i}$  : 断面二次モーメント

$E$  : 縦弾性係数

なお、各々の断面二次モーメントは

$$I_{11} = t d^3 / 12$$

$$I_{12} = t (d + h_2 / 2)^3 / 12 \tag{5}$$

$$I_{13} = t (d + h_2)^3 / 12$$

であり  $t$  は部材の厚さである。

ここで固定部材側に及ぼす垂直変位量として、引張荷重で生ずる変位を  $\delta_0$  とすると

$$\delta_0 = \sum_{i=1}^3 \epsilon_{1i} l_i$$

$$\epsilon_{1i} = W / E A_{1i}$$

したがって

$$\delta_0 = \frac{W}{E} \sum_{i=1}^3 \frac{l_i}{A_{1i}} \tag{6}$$

$\epsilon_{1i}$  : 各断面の垂直歪

$A_{1i}$  : 各断面積

次に自由部材側の変位量  $\delta_2$  を求めると、まず作用している外力は、集中荷重  $W$  と、曲げモーメント  $M_1$ ,  $M_2$  を考えなければならない。集中荷重による変形量  $\delta_2'$  は

$$\delta_2' = \frac{W}{3E} \sum_{i=1}^3 \frac{l_{2i}^3}{I_{2i}} \tag{7}$$

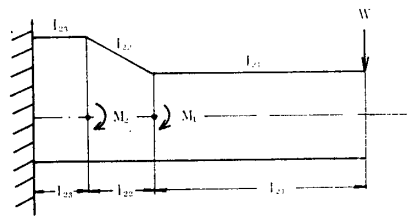
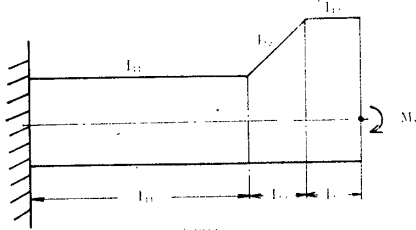
であり曲げモーメント  $M_1$ ,  $M_2$  による変形量  $\delta_2''$  は

$$\delta_2'' = \frac{M_1 l_{22}^2}{2E I_{22}} + \frac{M_2 l_{23}^2}{2F I_{23}} \tag{8}$$

で与えられる。各モーメントは

$$M_1 = W l_{21}, \quad M_2 = W(l_{21} + l_{22}) \quad (9)$$

で表わされる。



次に撓み角による変位量  $\delta_2''$  を求めると

まず撓み角は

$$\theta_{22} = \frac{W l_{22}^2}{E I_{22}} + \frac{M_1 l_{22}}{E I_{22}}$$

$$\theta_{23} = \frac{W l_{23}^2}{2E I_{23}} + \frac{M_2 l_{23}}{E I_{23}}$$

よって  $\delta_2''$  は

$$\delta_2'' = \left( \frac{W l_{22}^2}{2E I_{22}} + \frac{M_1 l_{22}}{E I_{22}} \right) l_{21} + \left( \frac{W l_{23}^2}{E I_{23}} + \frac{M_2 l_{23}}{E I_{23}} \right) l_{22} \quad (10)$$

したがって変形量  $\delta_2$  は(7), (8), (10)式より

$$\begin{aligned} \delta_2 &= \delta_2' + \delta_2'' + \delta_2''' \\ &= \frac{1}{E} \left\{ \frac{W}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{l_{2i}^3}{I_{2i}} + \frac{1}{2} \left( \frac{M_1 l_{22}^2}{I_{22}} + \frac{M_2 l_{23}^2}{I_{23}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{W}{2} \left( \frac{l_{21} l_{22}^2}{I_{22}} + \frac{l_{22} l_{23}^2}{I_{23}} \right) + M_1 \frac{l_{21} l_{22}}{I_{22}} + M_2 \frac{l_{22} l_{23}}{I_{23}} \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

で与えられる。ここで各々の断面二次モーメント  $I$  は

$$\begin{aligned} I_{21} &= t b^3 / 12 \\ I_{22} &= t(b + h/2)^3 / 12 \\ I_{23} &= t(b + h)^3 / 12 \end{aligned} \quad (12)$$

結局、全変形量  $\delta$  は(4), (6), (11)式より

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_0 + \delta_1 + \delta_2 \\ &= \frac{1}{E} \left\{ W \sum_{i=1}^3 \frac{l_{1i}}{A_{1i}} + M_0 l_2 \sum_{i=1}^3 \frac{l_{1i}}{I_{1i}} + \frac{W}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{l_{2i}^3}{I_{2i}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left( \frac{M_1 l_{22}^2}{I_{22}} + \frac{M_2 l_{23}^2}{I_{23}} \right) + \frac{W}{2} \left( \frac{l_{21} l_{22}^2}{I_{22}} + \frac{l_{22} l_{23}^2}{I_{23}} \right) \right. \\ &\quad \left. + M_1 \frac{l_{21} l_{22}}{I_{22}} + M_2 \frac{l_{22} l_{23}}{I_{23}} \right\} \quad (13) \end{aligned}$$

次に頂部切り落としの場合も同様に考えることができる。リブ補強の場合に比べ、断面係数が一つ減るだけである。変形量を  $\delta'$  とすると

$$\begin{aligned} \delta' &= \delta_0' + \delta_1' + \delta_2' \\ &= \frac{1}{E} \left\{ W \sum_{i=1}^2 \frac{l_{1i}'}{A_{1i}'} + M_0 l_2 \sum_{i=1}^2 \frac{l_{1i}'}{I_{1i}'} + \frac{W}{3} \sum_{i=1}^2 \frac{l_{2i}'^3}{I_{2i}'} \right. \\ &\quad \left. + \frac{W}{2} \frac{l_{22}'^2}{I_{22}'} l_{21}' + \frac{M_1 l_{22}'}{I_{22}'} \left( \frac{l_{22}'}{2} + l_{21}' \right) \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

断面二次モーメントは

$$\begin{aligned} I_{11}' &= t d^3 / 12 \\ I_{12}' &= t \left[ d - h_2' (h_1' - b/2) / 2h_1' \right]^3 / 12 \quad h_1' > b/2 \\ I_{12}' &= I_{11} \quad h_1' \leq b/2 \\ I_{21}' &= t b^3 / 12 \\ I_{22}' &= t \left[ b - h_1' (h_2' - d/2) / 2h_2' \right]^3 / 12 \quad h_2' > d/2 \\ I_{22}' &= I_{11}' \quad h_2' \leq d/2 \end{aligned}$$

で与えられる。

#### 4.2 実験値との比較

図10, 11, 12は横軸にリブ長さ、たて軸にリブの大きさが40mmの場合の撓み量を  $\delta_0$  とした撓み比  $\delta/\delta_0$  をとってある。これは基準撓み量をリブ辺40mmとしたのは実験の場合の誤差が少いと考えたからである。

理論的には二等辺三角形リブの場合、リブが大きくなるとほぼ直線的に減少してくる。自由部材側のリブ変化の場合にはなめらかな曲線上で減少しているが、固定部材側リブ変化の場合5mm程度のリブ補強を行なう間に急激な撓み比の減少があり、後は直線的にゆるやか

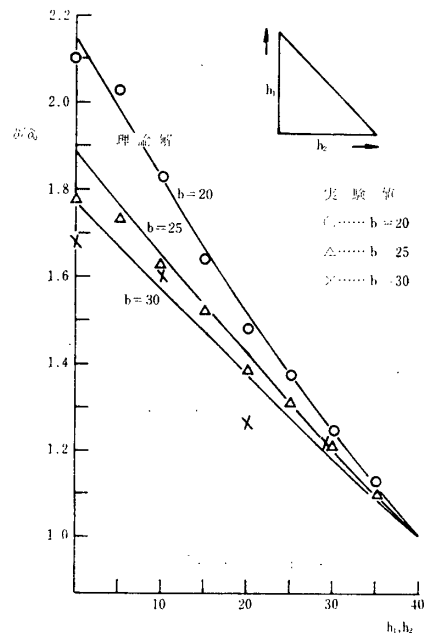


図10 リブ変化における変形量の理論解と実験値

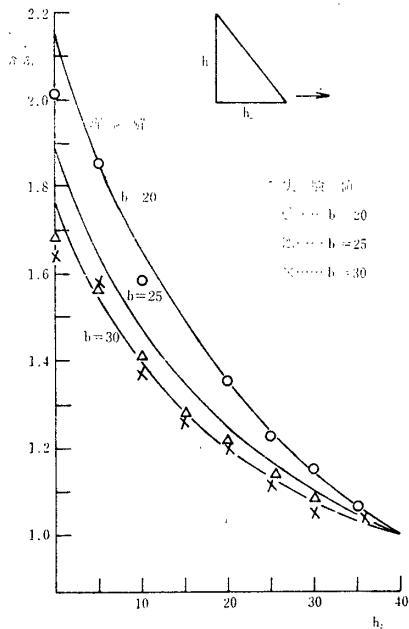


図11 リブ変化における変形量の理論解と実験値との比較

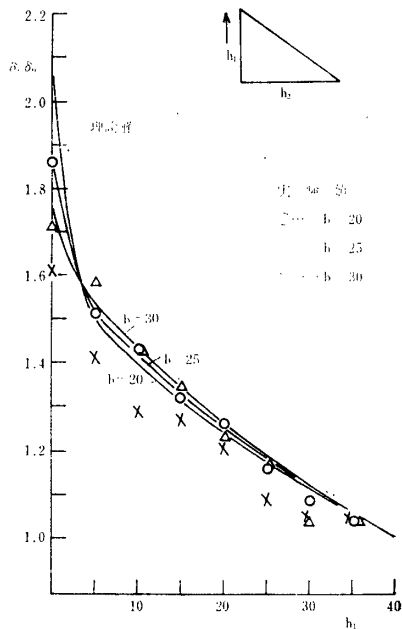


図12 リブ変化における変形量の理論解と実験値との比較

な減少を示している。また、自由部材の幅比の違いについて、二等辺リブ、自由部材側変化リブの場合、幅比が大きくなれば撓み比も下がっているが、固定部材側変化リブの場合ほとんど変化を生じていない。すなわち、固定部材側リブ変化の場合、自由部材の剛性比の違いは余

り影響を及ぼさないと考えられる。

図13, 14は頂部切り落としの場合の理論値と実験値を比較したものである。横軸は同じであるが、たて軸は基準撓み  $\delta_0$  を切り落としていない状態にとり、任意の切り落とし量  $\theta$  との比をとったものである。二等辺三角形の頂部切り落としの場合、両部材の中立軸までの切り落としに対しては撓み比は一定となる。その後は急激に撓み比は増加している。図14の自由部材側の頂部変化の場合は切り落とす量が大きくなると、幅比を大きくすると変形抑制効果が大きいことがわかる。全体を見ると、実験

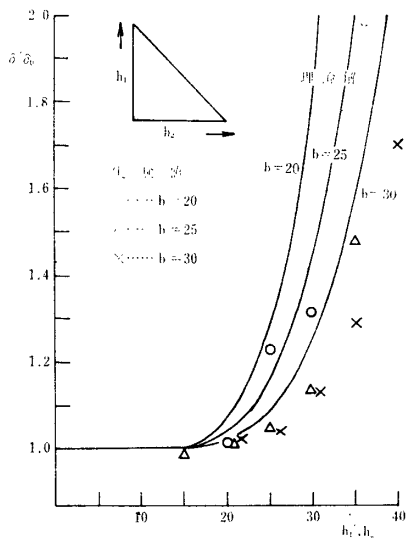


図13 頂部切り落としにおける変形量の理論解と実験値との比較

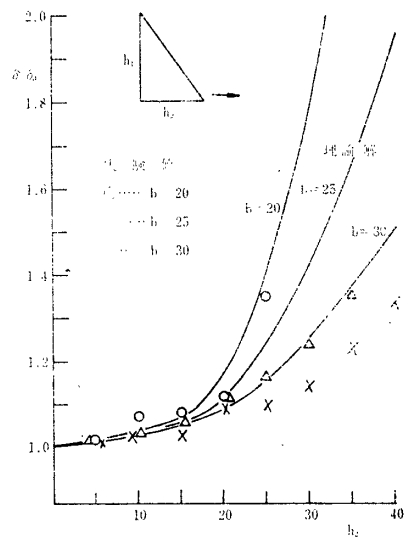


図14 頂部切り落としにおける変形量の理論解と実験値との比較

値に対し理論値が少し大きくなっていることがわかる。

最後にリブ補強設計にあたってリブ取付けと頂部切り落とすとの両方を組み合わせることにより、最も効果的な変形抑制を行なうことが望ましいと考えられる。

## 5. む す び

断面形状の等しい部材の直交する部分にリブ補強した場合のリブ補強部の変形と前回までに得られているすみ肉部の応力集中率との関係について次のような結論を得ることができた。

a) 変形量はリブが大きくなるとともにほぼ直線的に減少するが、集中率はリブがある程度以上大きくなるとほとんど変化しなくなる。したがって、リブ補強の目的が変形の抑制にあるか、集中応力の軽減にあるかに応じて重量、経済性を考慮して決める必要がある。

しかし応力集中率を低下させるには、リブを大きくするよりもすみ肉部の曲率半径を大きくする方がはるかに効果的であるから、リブの大きさは変形量の抑制の立場から決定する方が望ましいと思われる。

b) リブ形状では  $\tan \theta$  が減少するとともに変形量はゆるやかに増加する。また、最適形状リブを補強する

場合にも、リブを大きくする程変形量、集中応力ともに減少するが、一方で重量が増加するので、これら三者を総合して最も効果的なリブを決定する必要がある。

以上二点を考えると、リブ補強において集中応力は定性的であり、変形量は定量的と考えられる。

すなわち、この二点を同時に加味して最適形状寸法を決定するのははなはだ困難である。設計にあたってはまず変形の抑制、及び重量、経済性を考慮したリブ形状寸法を決定し、その後強度の向上の目的のために曲率などを加味して最適リブを決定すべきである。

最後に本題に対し、熱心に実験を進めてくれた本校機械工学科48年度卒業生、古川勝、末富峯の両君に対し深湛なる謝意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) 小川, 足立: 宇部高専研報13 (昭46—8) 15.
- 2) 望月, 島山, 小川: 宇部高専研報16 (昭47—12) 1.
- 3) 小川, 足立: 宇部高専研報17 (昭48—8) 13.

(昭和49年9月6日受理)