

正準相関法による学業成績の追跡調査

伏 谷 猛*

An Analysis by Canonical Correlation Method applied
on a Follow-up Survey of the Grade of School-works.

Takeshi FUSHITANI

Abstract

When we apply the canonical correlation method to the investigation of the correlation among the marks of the entrance examination, those of the reports from the junior high schools and those obtained in the technical college, we find that the distribution of variables in the reports from the junior high schools are very different from the normal distribution, and this fact causes great difficulties in the statistical analysis.

1 ま え が き

本報告は本校電気工学科入学生につき、その入試成績
中学校からの内申成績が、入学後の学年成績と如何に関
連しているかを分析するのに、正準相関法を利用してみ

たものである。この様な問題に対しては、既に多くの著
者による論文がある。例えば菅⁽³⁾は重相関法、因子分析
法、高橋⁽⁴⁾は S. N. 比、山本・井関⁽⁵⁾は順序相関係
数。重相関法を適用して、分析を試みている。ここでは

表 1. 変数コード一覧表

コード	変 数 名	平均値	S. D.	コード	変 数 名	平均値	S. D.
1	入 試 数 学	70.4	11.6	21	2 年 数 学	72.3	10.2
2	〃 理 科	80.5	9.9	22	〃 物 理	74.0	10.1
3	〃 国 語	76.2	8.3	23	〃 化 学	75.3	7.7
4	〃 社 会	77.3	8.6	24	電 磁 気 学	72.2	10.8
5	〃 英 語	73.3	8.7	25	2 年 英 語	70.1	9.4
51	内 申, 数 学	91.3	8.4	26	〃 合 計	953.9	72.2
52	〃 理 科	93.6	7.5	31	3 年 数 学	71.0	12.4
53	〃 国 語	84.2	9.9	32	応 用 物 理	72.1	10.3
54	〃 社 会	86.9	10.0	33	交 流 理 論	72.5	14.0
55	〃 英 語	86.8	10.4	34	電 気 計 測	69.7	12.6
11	1 年 数 学	74.0	9.7	35	3 年 英 語	67.6	9.7
12	〃 物 理	75.0	9.8	36	〃 合 計	1069.9	101.9
13	〃 化 学	76.4	9.6	41	応 用 数 学	69.7	13.2
14	電 気 製 図	77.0	5.4	42	応 用 物 理	64.2	17.3
15	〃 英 語	75.4	6.1	43	回 路 理 論	65.5	13.7
16	〃 合 計	887.0	46.5	44	自 動 制 御	63.1	15.1
				46	4 年 合 計	1339.6	208.2

* 宇部工業高等専門学校数学教室

正準相関法を使うことにより、多変量間の相関を調べた。データとしては、昭和42年度から45年度の間に入學した学生の中で、4年まで順調に進級した者について入試成績、内申成績、各学年の教科目の成績、合計点を使った。(表1参照)。年度別では昭和42年度から昭和45年度まで順次、31名、27名、33名、34名、合計123名について調査した。データとしては少な過ぎる様だが今回は電算機のプログラム作成のための、小手調べとしてデータを作ったので、この程度で止めた。

2 正 準 相 関 法

N 人の学生について、それぞれ $n+m$ 個の変量を測定したとき、その中で n 個の変量 X_1, \dots, X_n を第1グループとし、 m 個の変量 Y_1, \dots, Y_m を第2グループとして、二つのグループ間での相関の度合いを示すのに、合成変量： $U = a_1X_1 + \dots + a_nX_n$, $V = b_1Y_1 + \dots + b_mY_m$ を作り、 U, V の分散は1、かつ U と V の相関係数が最大となる様な係数 a_i, b_i を求め、その時の最大相関係

数を正準相関係数と云っている。(詳細は(1), (2)) ここで各変量は、規格化してあるものとする。

2. a. 入試成績と1年成績との関係

中学校から提出される内申書は全科目に対し5段階法(3年は10段階法)で表示されており、各中学校ごとの相対評価になっている。したがって各中学校からの本校受験生のランクは大略そろっているので、内申書の評点(科目ごと3ヶ年の合計点)の分布は、正規分布から大きく離れて来る。(表3)に適合度検定の結果を示す。これに対し入試成績100点法の評点は、殆んどの場合正規分布によく適合している。

正準相関法による分析結果を(表2)に示す、その中で入試総合評価 $U = 0.56X_1 + 0.72X_2 - 0.06X_3 + 0.47X_4 + 0.35X_5$ 1学年総合評価 $V = 0.59X_{11} + 0.16X_{12} + 0.0X_{13} - 0.14X_{14} + 0.35X_{16}$ とすることにより、正準相関係数 $r_1 = 0.49$

となることを表わしている(図1)は、点 (U, V) を相関図に書いたものである。

表 2. 入 試 成 績 と 1 年 成 績 の 相 関

相 関 行 列											
1	1.00										
2	0.03	1.00									
3	-0.06	-0.14	1.00								
4	-0.14	0.01	-0.02	1.00							
5	-0.09	-0.16	0.14	-0.10	1.00						
11	0.31	0.28	-0.09	0.13	0.07	1.00					
12	0.10	0.36	-0.09	0.05	-0.05	0.49	1.00				
13	0.13	0.31	-0.12	0.20	-0.11	0.60	0.43	1.00			
14	0.08	0.14	-0.02	-0.11	-0.05	0.18	0.36	0.09	1.00		
16	0.13	0.33	-0.01	0.20	0.08	0.73	0.68	0.72	0.38	1.00	
↑											
→											
変 数	1	2	3	4	5	11	12	13	14	16	
平均値	70.37	80.46	76.21	77.26	73.32	73.98	75.04	76.37	76.96	887.03	
S. D.	11.65	9.88	8.27	8.55	8.68	9.65	9.76	9.63	5.37	49.48	
重みベクトル a						データ数 123					
0.56 0.72 -0.06 0.47 0.35						正準相関係数 $r = 0.49$					
重みベクトル b											
0.59 0.16 0.07 -0.14 0.35											

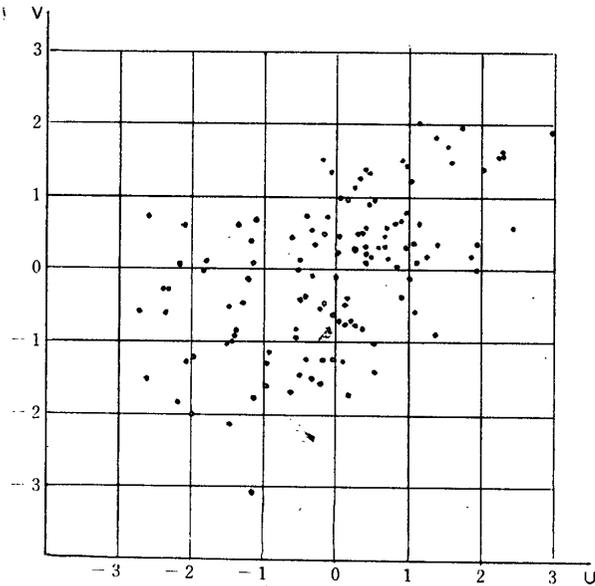


図1 入試成績と1年成績 (r=0.49)

$$U = 0.56X_1 + 0.72X_2 - 0.06X_3 + 0.47X_4 + 0.35X_5$$

$$V = 0.59X_{11} + 0.16X_{12} + 0.07X_{13} - 0.14X_{14} + 0.35X_{16}$$

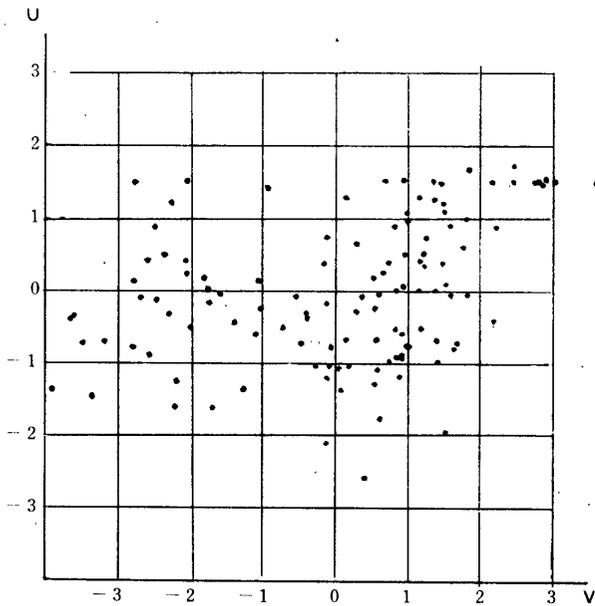


図2 1年成績と内申成績 (r=0.54)

$$U = -0.41X_{51} + 0.31X_{52} + 0.62X_{53} + 0.46X_{54} + 0.07X_{55}$$

$$V = -0.82X_{11} - 0.48X_{12} - 0.31X_{13} - 0.50X_{14} + 1.96X_{16}$$

表3. 正規分布への適合度

階級	期待度数	X ₁₀	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
-3.0	0.7	11	1	4	2	4
-2.0	7.5	14	15	8	10	6
-1.0	29.7	17	14	32	26	24
0.0	47.1	31	52	36	44	46
1.0	29.7	21	29	31	29	35
2.0	7.5	23	12	12	12	8
3.0	0.7	6				
データ数	自由度	6	4	4	4	4
123	カイ二乗	232.**	19.3**	5.7	4.3	2.4
	α	.00	.00	.23	.36	.67
階級	期待度数	X ₅₁	X ₅₂	X ₅₃	X ₅₄	X ₅₅
-3.0	0.7					3
-2.0	7.5	7	17	4	11	7
-1.0	29.7	37	10	23	36	41
0.0	47.1	34	39	55	33	24
1.0	29.7	45	57	22	43	48
2.0	7.5			19		
データ数	自由度	3	3	4	3	3
123	カイ二乗	13.3**	51.7**	24.3**	13.1**	26.8**
	α	.00	.00	.00	.00	.00
		X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₆
	自由度	4	4	4	4	4
	カイ二乗	5.7	6.2	4.2	8.1	33.9**
	α	.22	.18	.38	.09	.00
		X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	X ₂₄	X ₂₆
	自由度	4	3	4	3	4
	カイ二乗	9.4	5.7	5.4	8.5*	1.4
	α	.05	.13	.25	.04	.84
		X ₃₁	X ₃₂	X ₃₃	X ₃₄	X ₃₆
	自由度	4	4	4	4	4
	カイ二乗	7.2	6.0	11.1*	3.5	15.2**
	α	.13	.20	.03	.49	.00

2. b. 中学校内申成績と1年成績との関係

2. a. と同じく、内申総合評価:

$$U = 0.41X_{51} + 0.31X_{52} + 0.62X_{53} + 0.46X_{54} + 0.07X_{55}$$

1年総合評価:

$$V = 0.82X_{11} - 0.48X_{12} - 0.31X_{13} - 0.50X_{14} + 1.96X_{16}$$

正準相関係数 $r_2 = 0.54$ である。このとき

r_1 と r_2 の差は Z 変換したとき $|Z_2 - Z_1| = 0.06$ で、データ数123だから、有意と云えない。

その他の場合も含めて、入試成績と、内申書成績に対する学年ごとの合計点の予測式を重相関法（正準相関法での $n=1$ の場合）によって求めると（表4）の通りである。その相図は、図3・図4に示す。

表4 重相関法の重みベクトルと重相関係数

		1年合計	2年合計	3年合計
入 試 成 績	X_1	0.37	0.33	0.11
	X_2	0.80	0.90	0.68
	X_3	0.07	0.15	-0.24
	X_4	0.52	0.08	0.47
	X_5	0.39	0.50	0.69
	r	0.45	0.28	0.25
内 申 書 成 績	X_{51}	0.55	0.73	0.44
	X_{52}	0.21	0.23	0.50
	X_{53}	0.35	0.13	0.12
	X_{54}	0.15	-0.15	0.17
	X_{55}	0.02	0.22	0.03
	r	0.48	0.33	0.43

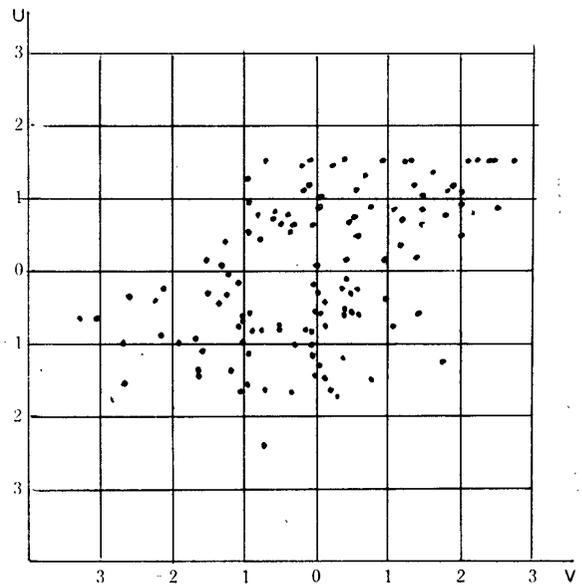


図4 内申成績と1年合計点 ($r=0.48$)

$$U = 0.55X_{51} + 0.21X_{52} + 0.35X_{53} + 0.15X_{54} + 0.02X_{55}$$

$$V = 1.00X_{16}$$

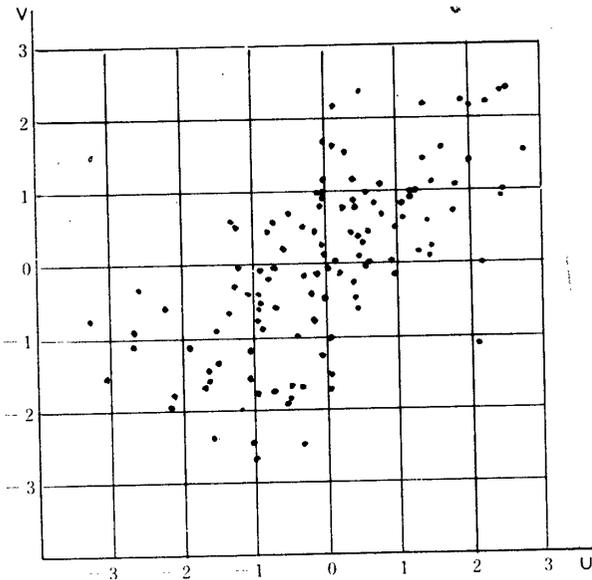


図3 入試成績と1年合計点 ($r=0.45$)

$$U = 0.37X_1 + 0.80X_2 + 0.07X_3 + 0.52X_4 + 0.39X_5$$

$$V = 1.00X_{16}$$

2. c. 入学後の成績

入学後の状況については、各学年間の相関は強くなり、ベクトル a , b と正準相関係数は表5のようなになる。またその一部の相関図を図5・図6に示す。

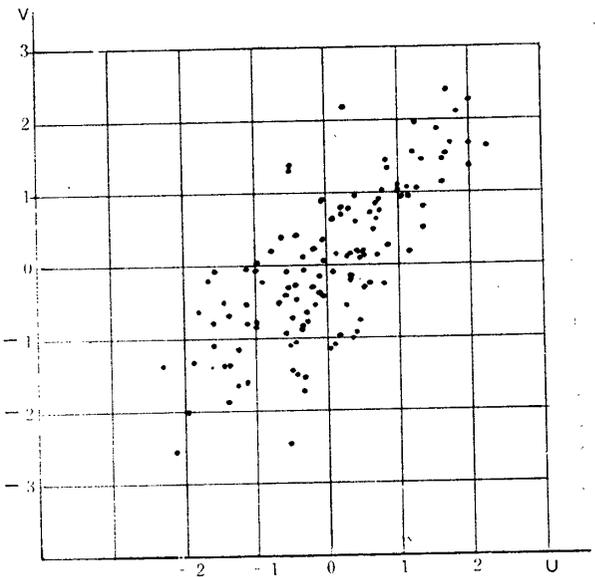


図5 1年成績と2年成績 ($r=0.76$)

$$U = 0.21X_{11} + 0.31X_{12} + 0.23X_{13} - 0.03X_{14} + 0.42X_{16}$$

$$V = 0.53X_{21} + 0.23X_{22} + 0.14X_{24} + 0.05X_{26}$$

表 5 入学後の成績に対する重みベクトル・相関係数

U	1 年	a	1 年	a	2 年	a	2 年	a
第 1 グ ル ー プ	X ₁₁	0.21	X ₁₁	0.34	X ₂₁	0.45	X ₂₁	0.26
	X ₁₂	0.31	X ₁₂	0.30	X ₂₂	0.25	X ₂₂	0.26
	X ₁₃	0.23	X ₁₃	0.06	X ₂₃	0.18	X ₂₃	0.09
	X ₁₄	-0.03	X ₁₄	0.07	X ₂₄	0.24	X ₂₄	0.30
	X ₁₆	0.42	X ₁₆	0.42	X ₂₆	0.15	X ₂₆	0.34
V	2 年	b	3 年	b	3 年	b	4 年	b
第 2 グ ル ー プ	X ₂₁	0.53	X ₃₁	0.62	X ₃₁	0.44	X ₄₁	0.19
	X ₂₂	0.23	X ₃₂	0.10	X ₃₂	0.13	X ₄₂	0.40
	X ₂₃	0.32	X ₃₃	0.08	X ₃₃	0.11	X ₄₃	0.34
	X ₂₄	0.14	X ₃₄	0.30	X ₃₄	0.17	X ₄₄	0.35
	X ₂₆	0.05	X ₃₆	0.01	X ₃₆	0.27	X ₄₆	-0.13
	r	0.76	r	0.67	r	0.77	r	0.70

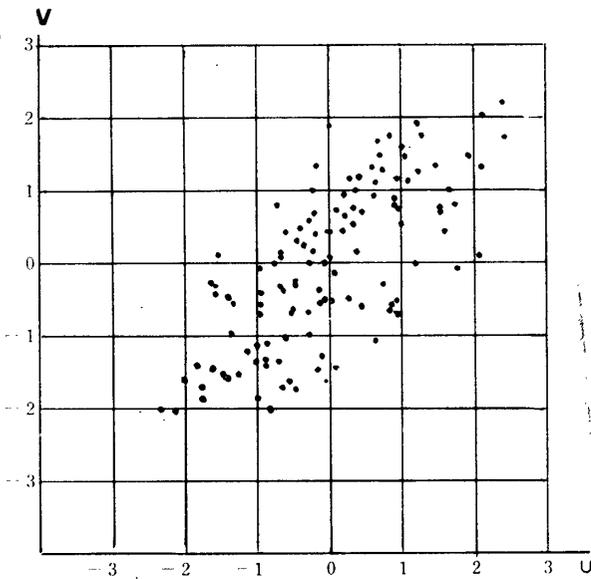


図 6 2年成績と3年成績 (r=0.77)

$$U = 0.45X_{21} + 0.25X_{22} + 0.18X_{23} + 0.24X_{24} + 0.15X_{26}$$

$$V = 0.44X_{31} + 0.13X_{32} + 0.11X_{33} + 0.17X_{34} + 0.27X_{36}$$

例えば1年の総合評価と2, 3年の成績とは, それぞれ相関係数 $r_{1.2}=0.76$, $r_{1.3}=0.67$ 同様に2年の総合評価と3, 4年の成績とは $r_{2.3}=0.77$, $r_{2.4}=0.70$ となっている。この正準相関係数は1年の全科合計点と2年の全科合計点の間の単相関0.53, 0.59等より大きくなっている。正準相関法が妥当であることを示している。

3. む す び

1. (表6)に示すように, 単相関係数, 重相関係数正準相関係数の順にrは大となっていく。
2. 入試成績の合計点と入学後の成績の相関は, 無相関仮説を却できない。
3. 相関分析をするからには, せめて $H_0: \rho = .7$ を望むところだが, この仮説の棄却域はデータ数123のとき $\alpha = .05$ に対し $r < .55$, $\alpha = .01$ に対し $r < .49$ となり, 従って(表6)で, *, **印の個所では, 正準相関法, 重相関法を使うのは注意を要する。

表 6 各種相関分析の比較

単相関係数	1年合計	2年合計	3年合計
入試合計	.10***	.05***	-.04***
1年合計	—	.53*	.56
2年合計	—	—	.62
重相関係数	1年合計	2年合計	3年合計
入試総合	.45**	.28**	.25**
内申総合	.48**	.33**	.43**
1年総合	—	.56	.61
2年総合	—	—	.73
正準相関係数	1年総合	2年総合	3年総合
入試総合	.49*	.40**	.32**
内申総合	.54*	.43**	.45**
1年総合	—	.76	.67
2年総合	—	—	.77

4. 各学年での科目の選択についても、専門学科として何をとるかは研究の余地がある。

5. 変量として、学科の点数以外に、性格評価等またある特定の教科の成績追跡等、も加えることも考えられる、

6. 内申成績の評点法（5段階点）の扱い方も問題点である。

（東大出版）

- (2) 浅野長一郎：因子分析法通論 1971（共立出版）
- (3) 菅 伊兵衛：線型回帰法による入試要因と学習成績との関連解析 (1)～(5)（鶴岡高専紀要）
- (4) 高橋 文彦：多変量解析による入試成績と入学後成績の分析 1973（大阪府高専紀要）
- (5) 山本・井関：電気工学科を中心とした各種成績相互間の関連について 1472 (1)～(2)（鶴岡高専紀要）

参 考 文 献

- (1) 芝 裕順：行動科学における相関分析法 1967

（昭和49年10月19日受理）