

予測量子化通信系における通信路等価器の設計

藤 本 勉*

The Design of a Channel Equalizer in the Predictive Communication System

Tsutomu FUJIMOTO

Abstract

Design procedure of a Channel Equalizer is solved for the transmission of signals in the predictive communication system.

Channel model is simplified in a stationary random Markov and this model is forced by the prediction error and additive quantizing noise.

An estimation of a original is reconstructed by passing signals through a equalizer and followed demodulator.

Kalman filter is used in the equalizer.

As a results of computation, it's found that the equalizer operates independently with the channel output signals as well as the characteristics of channel, in the long time after the equalizer has began start.

And its operation is good for the case of the quantizing noise is powerful.

1. ま え が き

一般に通信路を通して信号を伝送する場合、受信端で得られる信号は、伝送中にさまざまなひずみを受けている。ひずみの発生する原因は多く考えられるが、特に通信路が有限周波数帯域であるために、信号が帯域制限を受ける。このために信号においては符号間干渉が発生する。もう一つの大きな原因は雑音の混入である。

これらの原因により発生したひずみは通信路が離散的である場合には符号誤りとなって現われる。符号誤りは特に予測量子化通信系では深刻である。すなわち、この通信系では伝送される信号に全く冗長性がなく、よって、もし誤って受信されたとき、この誤りを訂正することができず、しかもその影響が長く後まで残り、再生信号の信頼性の低下となる。

そこで、この通信路の特性に基づいて発生する雑音および、信号間の相関となって現われる符号間干渉を補償する通信路等価器の設計について考察する。

以下、本文において、先ず通信路のモデルを作り、そのモデルにカルマンのフィルター理論を適用して等価器

を設計する。さらに平滑型の等価器についても言及する。

2. 離散的通信路モデル

本節においては、離散的通信路モデルについて考察する。

一般に通信路は制限された伝送帯域幅のために、Low Pass 型となっており、伝送される信号は時間的に前に伝送された信号の影響を後の信号は受ける。信号が離散の場合には符号間干渉 (Intersymbol Interference) という。さらに、外部より加法的雑音の混入を考える必要がある。

以上の考察を基に、一般に離散的通信路を考える場合モデルとして、Fig. 1 の n -タップ遅延要素型モデルを用いる事が多いが、ここでは、カルマンの理論の適用を容易にするために、ガウス-マルコフ、モデルで考えることにする。(若干の仮定を設ければ、2つのモデルは等価であることを付録に示している)

そのために先ず予測量子化系において通信路に送出される信号について考察を行なう。

Fig. 2 の予測量子化通信系において、入力信号 $x(t)$

* 宇部工業高等専門学校電気工学科

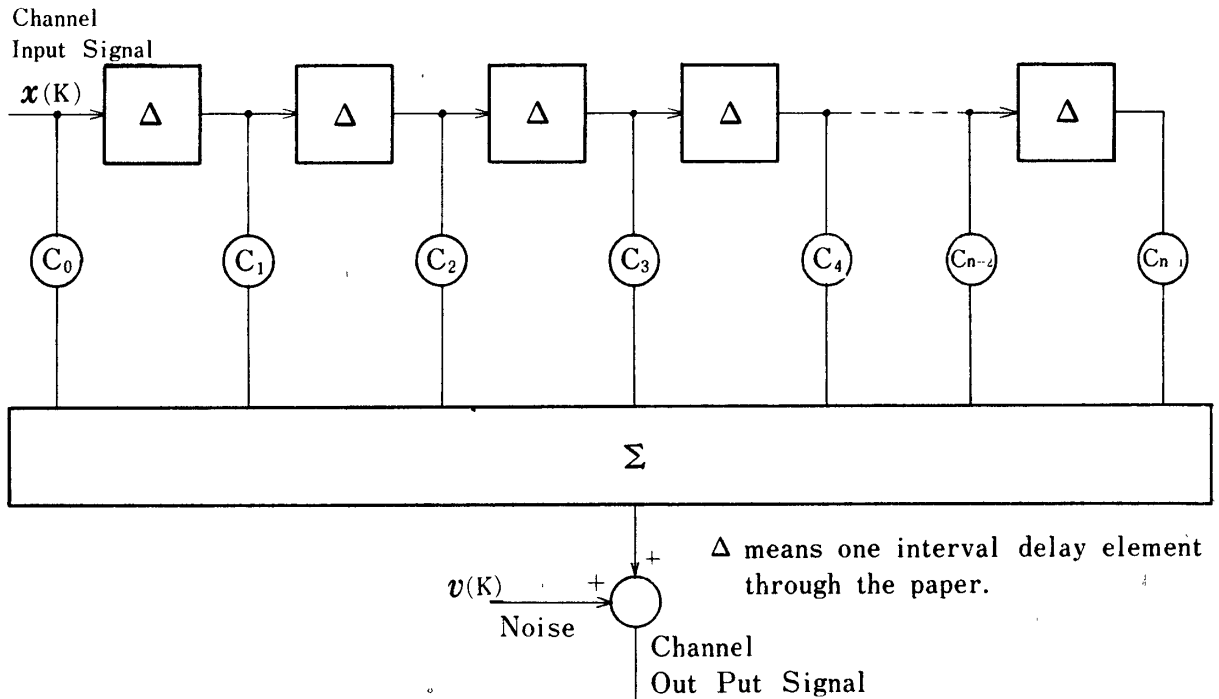


Fig. 1. Channel Model by n-Tap-Delay-Element

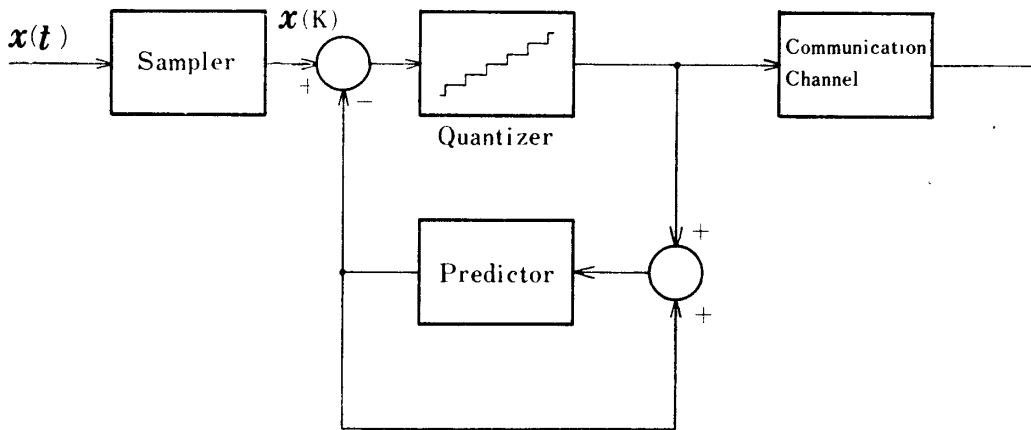


Fig. 2. Predictive Communication Encoder

はサンプラーで標本化され $x(k)$, $k=0, 1, 2, \dots$ となる。そして過去の信号に基いて生成された $x(k)$ の予測値 $\hat{x}(k|k-1)$ との差, すなわち予測誤差信号 $\tilde{x}(k|k-1)$ を作る。その後この予測誤差信号は量子化され通信路に送出される。この時量子化誤差(雑音) $v(k)$ が加わるが, これを平均値 0 , 分散 R の正規性白色雑音と考え, さらに入力信号 $x(k)$ を次式で表わす。

$$x(k+1) = \phi x(k) + \eta(k) \quad \dots\dots(1)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

但し, ϕ は $x(k)$ の自己相関関数より決定される推移の係数, $\eta(k)$ は平均値 0 , 分散 Q の正規性白色雑音。

すると, この通信系にはカルマンのフィルタ理論が適用できて, 予測器の設計は次のようになる。すなわち予測値 $\hat{x}(k+2|k+1)$ は

$$\hat{x}(k+2|k+1) = \phi \hat{x}(k+1|k) + \phi G(k+1) [\tilde{x}(k+1|k) + v(k+1)]$$

$$k = 0, 1, 2, \dots \quad \dots\dots(2)$$

勿論第2項の $[\]$ 内が通信路に送出される信号であり, 予測誤差信号に量子化雑音の重畳したものである。ここで。

$$G(k+1) = P(k+1|k) [P(k+1|k)]$$

$$\begin{aligned}
 & +R(k+1)]^{-1} \\
 P(k+1|k) &= \Phi^2 P(k|k) + Q \\
 P(k+1|k+1) &= \{1 - G(k+1)\}P(k+1|k) \\
 & k = 0, 1, 2, \dots \dots \dots (3)
 \end{aligned}$$

くり返し計算の初期値は $P(0|0) = 1$ さらに
 $E[\eta(j)\eta(k)] = Q \delta_{kj}$ $E[v(j+1)v(k+1)] = R \delta_{kj}$
 $E[\eta(k)] = E[v(k)] = 0$

(1), (2) 式を図示すると Fig. 3 となる.

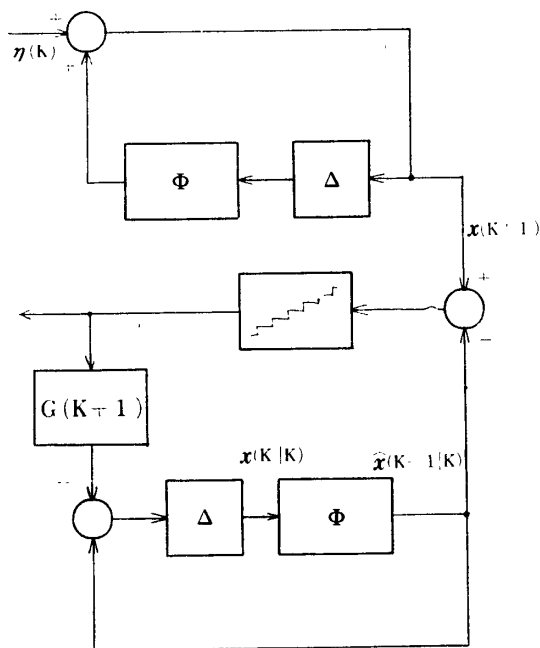


Fig. 3. Predictive Quantizer via the Kalman Filter

また、予測誤差信号は (1), (2) 式より次式となる。
 $\tilde{x}(k+2|k+1) = x(k+2) - \hat{x}(k+2|k+1)$

$$\begin{aligned}
 & = \Phi x(k+1) + \eta(k+1) - \{\Phi \hat{x}(k+1|k) \\
 & + \Phi G(k+1)[\tilde{x}(k+1|k) + v(k+1)]\} \\
 & = \Phi \{1 - G(k+1)\} \tilde{x}(k+1|k) + \{\eta(k+1) \\
 & - \Phi G(k+1)v(k+1)\} \\
 & k = 0, 1, 2, \dots \dots \dots (4)
 \end{aligned}$$

以下、簡単のために $\tilde{x}(k|k-1)$ を $w(k)$ と書くことにする。(4)式より予測誤差信号は

$$\begin{aligned}
 A(k+1) &\triangleq \{1 - G(k+1)\} \\
 C^*(k+1) &\triangleq [1 - \Phi G(k+1)] \\
 \bar{\eta}^*(k+1) &\triangleq \begin{bmatrix} \eta(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

と置くと

$$\begin{aligned}
 w(k+2) &= A(k+1)w(k+1) \\
 & + C^*(k+1)\bar{\eta}^*(k+1) \dots \dots \dots (4')
 \end{aligned}$$

となって平均値0のガウスマルコフ過程、図示すると Fig. 4 となる。

次に通信路のモデルは伝送された信号間に発生する干渉と加法的に加わった雑音の影響を考慮して、次のモデルで表わす。すなわち信号間干渉より求められた推移係数を Φ_c 、加法的雑音を $v_c(k)$ $k = 0, 1, 2, \dots$ として

$$\begin{aligned}
 x_c(k+2) &= \Phi_c x_c(k+1) + \{w(k+1) + v(k+1)\} \\
 x_R(k+2) &= x_c(k+2) + v_c(k+2) \\
 & k = 0, 1, 2 \dots \dots \dots (5)
 \end{aligned}$$

上式において、 $\{ \}$ 中は通信路モデルに入力された、予測誤差信号と量子化雑音の重畳したものであり、 $x_R(k+1)$ はさらに、加法的雑音 $v_c(k)$ (これを平均値0分散Sの正規性白色通信路雑音と仮定する) が加わって受信側に到着した受信信号である。(5)式において、 $\{ \}$ 中が(4)式で示した様に時間的に相関のある (Time-correlated な) ガウスマルコフ過程であるので、この

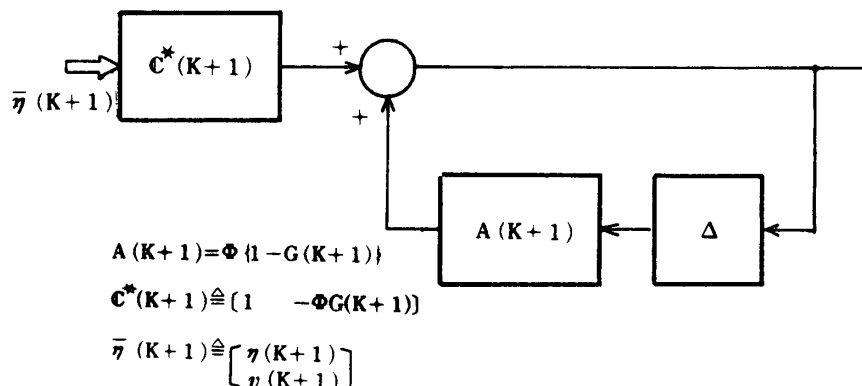


Fig. 4. Process Model

ままではカルマンフィルタを使うことができない。

そこで次のようにする。すなわち (4), (5)式より

$$\begin{bmatrix} x_c(k+2) \\ w(k+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_c & 1 \\ 0 & \phi[1-G(k+1)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c(k+1) \\ w(k+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi & G(k+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k+1) \\ \eta(k+1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$x_R(k+2) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_c(k+2) \\ w(k+1) \end{bmatrix} + v_c(k+2) \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

ここで

$$\begin{bmatrix} x_c(k+1) \\ w(k+1) \end{bmatrix} \triangleq X(k+1), \quad \begin{bmatrix} \phi_c & 1 \\ 0 & \phi[1-G(k)] \end{bmatrix} \triangleq \bar{\Phi}(k) \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi & G(k) \end{bmatrix} \triangleq D(k), \quad \begin{bmatrix} v(k) \\ \eta(k) \end{bmatrix} \triangleq N(k) \\ [1 \quad 0] \triangleq H$$

と置くと, (6), (7) 式は

$$X(k+2) = \bar{\Phi}(k+1)X(k+1) + D(k+1)N(k+1) \dots \quad (8)$$

$$x_R(k+2) = H X(k+2) + v_c(k+2) \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

$$E[N(k)N'(j)] = \begin{bmatrix} E[v(k)v(j)] & 0 \\ 0 & E[\eta(k)\eta(j)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \delta_{jk} \dots \quad (10)$$

図示すると Fig. 5 となる. (8)式の初期値については

$$E[X(1)] = \begin{bmatrix} E[x_c(1)] \\ E[w(1)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ E[X(1) X'(1)] = \begin{bmatrix} E\{x_c(1)\}^2 & E\{x_c(1) w(1)\} \\ E\{x_c(1) w(1)\} & E\{w(1)\}^2 \end{bmatrix}$$

上式で $E\{w(1)\}^2 = P(1|0)$ は (3) 式より

$$P(1|0) = \phi^2 P(0|0) + Q = 1$$

$$E\{x_c(1)\}^2 \triangleq 1$$

$$E\{x_c(1) w(1)\} = 0$$

よって

$$E[X(1) X'(1)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \quad (11)$$

となって, 結局(8)式はガウスマルコフ過程となるから, これにカルマンのフィルタ理論を適用することができる。

3. 通信路等価器の設計

前節にて, 通信路モデルを作り, それをガウスマルコフモデルで表現できたので, 本節ではカルマンのフィルタ理論を使って通信路等価器を設計することを試みる。

すなわち, 符号化器 (Encoder) で生成された予測誤差信号は量子化誤差が付加雑音となって加わり通信路へ入力されるが, ここで時間的に前に送出された信号の影響を受け, さらに通信路雑音が付加する。

通信路等価器 (Channel Equalizer) においては, 過去からの受信信号 $\{x(k); k=0, 1, \dots\}$ より通信路入力信号 $\{\hat{x}(k+1|k) + v(k+1)\}$ を推定するが (Equalizer), ここではさらに, この $v(k)$ を除いて $\hat{x}(k+1|k)$ を推定し, 原信号 $x(k+1)$ を再生する (Decoder) ことを試みる。

カルマンの結果を用いれば, (8), (9)式に対して

$$\hat{X}(k+2|k+2) = \bar{\Phi}(k+1)\hat{X}(k+1|k+1) + G(k+2)[x_R(k+2) - H\bar{\Phi}\hat{X}(k+1|k+1)] \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

フィルタゲイン $G(k+2)$ は次のくり返し計算により求めることができる。

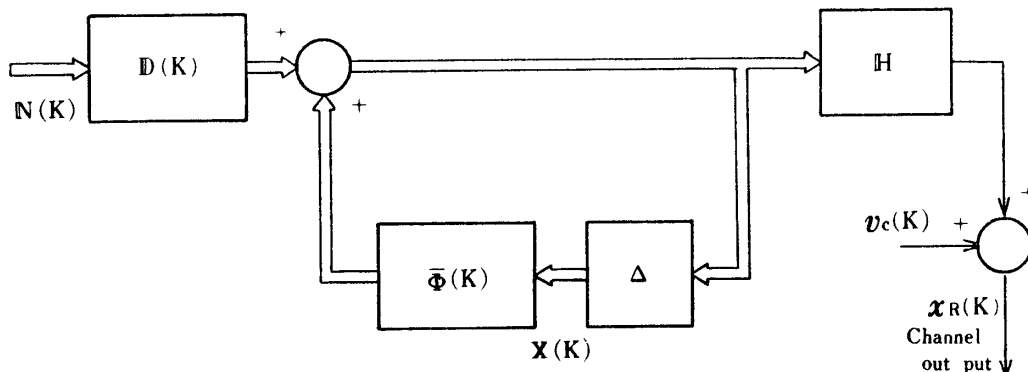


Fig. 5. Vector Valued Diagram of the Communication System

$$G(k+2) = P(k+2 | k+1) H' [H P(k+2 | k+1) H' + S]^{-1} \dots\dots(12')$$

$$P(k+2 | k+1) = \bar{\Phi}(k+1) P(k+1 | k+1) \bar{\Phi}'(k+1) + D(k+1) Q D'(k+1) \dots\dots(12'')$$

$$P(k+2 | k+2) = [I - G(k+2)H] P(k+2 | k+1) \quad k = 0, 1, 2, \dots\dots(12''')$$

ここで, $G(k+2) = \begin{bmatrix} G_1(k+2) \\ G_2(k+2) \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$P(k | j) = \begin{bmatrix} E[\{x_c(k) - \hat{x}_c(k | j)\}^2] & E[\{x_c(k) - \hat{x}_c(k | j)\}\{w(k) - \hat{w}(k | j)\}] \\ E[\{\hat{x}_c(k) - \hat{x}_c(k | j)\}\{w(k) - \hat{w}(k | j)\}] & E[\{w(k) - \hat{w}(k | j)\}^2] \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} P_{x_c x_c}(k | j) & P_{x_c w}(k | j) \\ P_{x_c w}(k | j) & P_{w w}(k | j) \end{bmatrix}$$

ただし,

$$\hat{x}_c(k | j) = E[x_c(k) | \{x_R(l); l=2, 3, \dots, j\}]$$

$$\hat{w}(k | j) = E[\tilde{x}(k | k-1) | \{x_R(l); l=2, 3, \dots, j\}]$$

(12)式のくり返し計算の初期値は

$$P(1 | 1) = \begin{bmatrix} P_{x_c x_c}(1 | 1) & P_{x_c w}(1 | 1) \\ P_{x_c w}(1 | 1) & P_{w w}(1 | 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

である. すると(12')式より

$$\left. \begin{aligned} G_1(k+1) &= \frac{P_{x_c x_c}(k+2 | k+1)}{P_{x_c x_c}(k+2 | k+1) + S} \\ G_2(k+2) &= \frac{P_{x_c w}(k+2 | k+1)}{P_{x_c x_c}(k+2 | k+1) + S} \end{aligned} \right\} \dots\dots \dots (13)$$

$$P_{x_c x_c}(k+2 | k+1) = \{\theta_c P_{x_c x_c}(k+1 | k+1) + P_{x_c w}(k+1 | k+1)\} \theta + \{\theta_c P_{x_c w}(k+1 | k+1) + P_{w w}(k+1 | k+1)\} R$$

$$P_{x_c w}(k+2 | k+1) = \{\theta_c P_{x_c w}(k+1 | k+1) + P_{w w}(k+1 | k+1)\} \theta \times \{1 - G(k+1)\} - \theta G(k+1) R$$

$$P_{w w}(k+2 | k+1) = P_{w w} \theta^2 \{1 - G(k+1)\}^2 + \theta^2 G^2(k+1) R + Q \dots\dots(14)$$

(12''')は

$$P_{x_c x_c}(k+2 | k+2) = \{1 - G_1(k+2)\} P_{x_c x_c}(k+1 | k+1)$$

$$P_{x_c w}(k+2 | k+2) = G_2(k+2) S$$

$$P_{w w}(k+2 | k+2) = P_{w w}(k+2 | k+1) - G_2(k+2) P_{x_c w}(k+2 | k+1) \dots\dots(15)$$

又, (11)式の通信路等価器は

$$\hat{x}_c(k+2 | k+2) = \theta_c \hat{x}_c(k+1 | k+1) + \hat{w}(k+1 | k+1) + G_1(k+2) U(k+2)$$

$$\hat{w}(k+2 | k+2) = \theta \{1 - G(k+1)\} \hat{w}(k+1 | k+1) + G_2(k+2) U(k+2)$$

となる. これを図示する Fig. 6 のようになる.

次に, 復調器は $\{x_R(l+2); l=0, 1, 2, \dots, k\}$ に基いて通信路等価器が出力した, 予測誤差信号の推定値

$\hat{w}(k+2 | k+2)$ によって, 原信号 $x(k+2)$ の推定値を作り出して, 通信路等価器出力に加えて, 原信号を再生する. すなわち原信号の再生値を $x'(k+2)$ と書くと, (2)式より,

$$x'(k+2) = \hat{w}(k+2 | k+2) + E[x(k+2) |$$

$$\begin{aligned} & \{\hat{w}(k+2 | k+2); k=0, 1, 2, \dots, k\}] \\ \hat{x}(k+3 | k+2) &= \theta [\hat{x}(k+2 | k+1) \\ & + G(k+2) \{\tilde{x}(k+2 | k+1) + v(k+2)\}] \dots\dots(2) \end{aligned}$$

$$x(k+3) = \hat{x}(k+3 | k+2) + \tilde{x}(k+3 | k+2) \dots\dots(17)$$

において

$$E[\tilde{x}(k+2 | k+1) + v(k+2) | \{x_R(l+2); l=0, 1, 2, \dots, k\}] = \hat{w}(k+2 | k+2) \dots\dots(18)$$

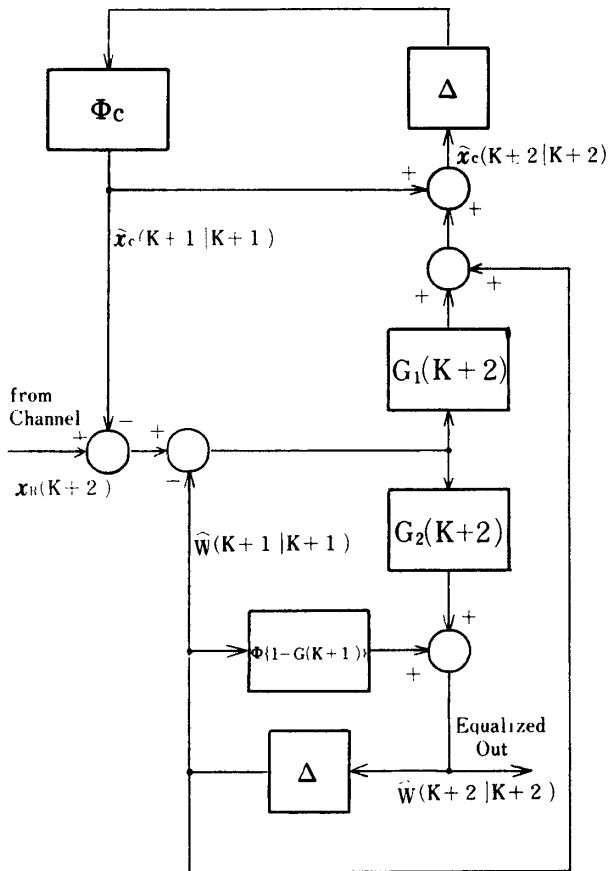


Fig. 6. Block Diagram of Channel Equalizer

であるから、(2)式の { } 内を $\hat{w}(k+2|k+2)$ で置き換えて $\hat{x}(k+3|k+2)$ を $\hat{x}'(k+3|k+2)$ と書くと

$$\hat{x}'(k+3|k+2) = \phi \{ \hat{x}'(k+2|k+1) + G(k+2)\hat{w}(k+2|k+2) \} \dots\dots(2)'$$

$$x'(k+3) = \hat{x}'(k+3|k+2) + \tilde{x}'(k+3|k+2) \dots\dots(17)'$$

よって復調器は(2)'及び(17)'式より構成されて図示すると Fig. 7 となる。このようにして復調出力 $x'(k+3)$ を

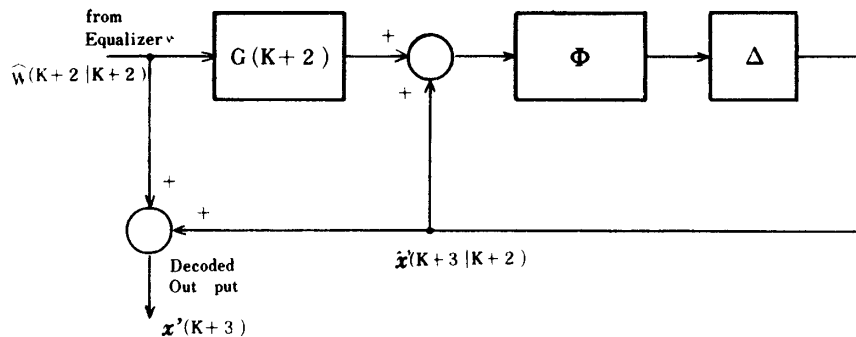


Fig. 7. Decoder

得ることが出来る。

この復調器の評価は、(18)式の推定値の誤差分散、 $P_{ww}(k+2|k+2)$ で行なえば良い。

4. 平滑型等価器の設計

等価器の出力は遅えんして出ることが一般に許されるので、通信路等価器として平滑型動作を行なう方が、より有効であることは容易に想像できる。

平滑型等価器は、受信信号 $x_R(k+2)$ を受信して、N段前の状態値 $X(k+2-N)$ を推定し、出力するものである。すなわち、出力は $\hat{X}(k+2-N|k+2)$ である。

N=1 の場合には、一段平滑型等価器という。この等価器は次式で書くことができる。すなわち

$$\hat{X}(k+1|k+2) = \hat{X}(k+1|k+1) + A(k+1)\{\hat{X}(k+2|k+2) - \hat{X}(k+2|k+1)\} \dots\dots(19)$$

ただし

$$A(k+1) = P(k+1|k+1) \Phi'(k+1) P^{-1}(k+2|k+1) \dots\dots \dots(20)$$

さらにこの時の推定誤差分散は

$$P(k+1|k+2) = P(k+1|k+1) - A(k+1)G(k+2)HP(k+2|k+1)A'(k+1) \dots\dots\dots(21)$$

として計算することができる。

5. 計算の結果と評価

(13)式から(16)式のくり返し計算を行なって通信路等価器の評価を行なう。

実際に数値計算を行なうには、先ず信号モデルの ϕ 、および Q を決定する必要があるが、これは A.R. Billings のテレビ信号モデルより

$$\left. \begin{aligned} \phi &= 0.98216 \\ Q &= 3.5360 \times 10^{-2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{②}$$

とする。次にこの値を使って(3)式より予測量子化符号器のフィルタ ゲイン $G(k)$, $k = 1, 2, \dots$ を計算しなければならないが、この値については既に報告しているのでその結果を使う。

また、通信路モデルの推移係数 ϕ_c は適当な実測データがないので、**1.0, 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001** とし、それぞれについて、量子化雑音および通信路雑音の分散を **10.0, 1.0, 0.1, 0.01, 0.001** として計算を行なった。その結果得られた、誤差分散値の一部として、通信路出力信号の予測誤差分散と、濾波誤差分散をFig. 8~Fig. 10に示している。これより特に ϕ_c の値が大きい時は濾波の効果が大きいことが解る。

次に通信路入力信号については、ステップ段の十分に進んだ定常時には、 $P_{xew}(k+1|k)$ の値が、推移係数及び通信路雑音分散の値に無関係に $10^{-7} \sim 10^{-12}$ 程度の値となって、他の数値に較べて無視できる程になり、そのために(13)式において $G_2(k+1)$ が非常に小さくなって、ほとんど0とみなし得るようになってしまふことが解った。

このことより Fig. 6 の通信路等価器は Fig. 11 のようになり、 $\hat{w}(k+2|k+2)$ を生成する等価器は通信路出力信号(すなわち受信信号)に無関係に働くようになる。

さらに(15)式より w の推定誤差分散は予測誤差分散と

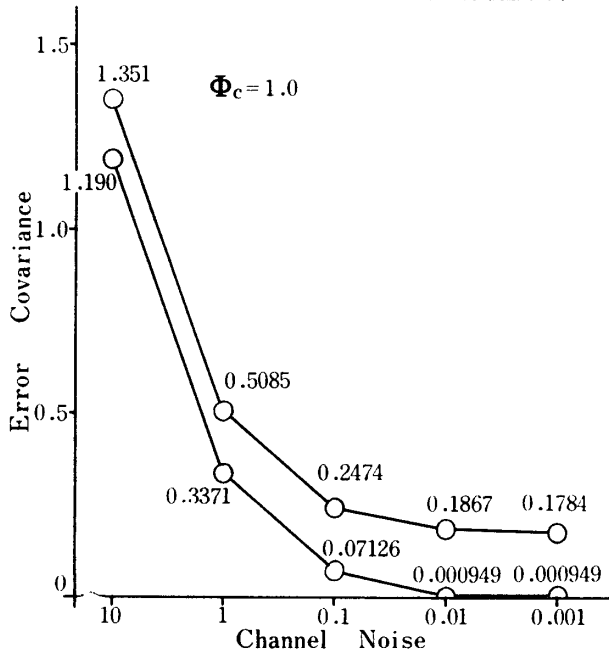


Fig. 8. Error in the Chnnel Signal Estimation where $\phi_c = 1.0$

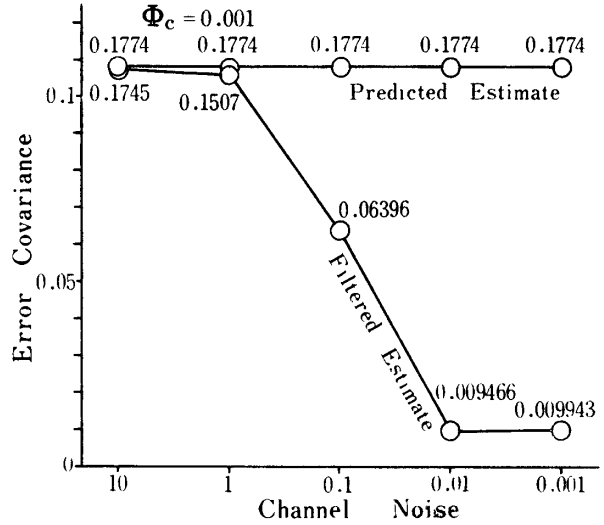


Fig. 9. Error in the Channal Signal Estimim where $\phi_c = 0.01$

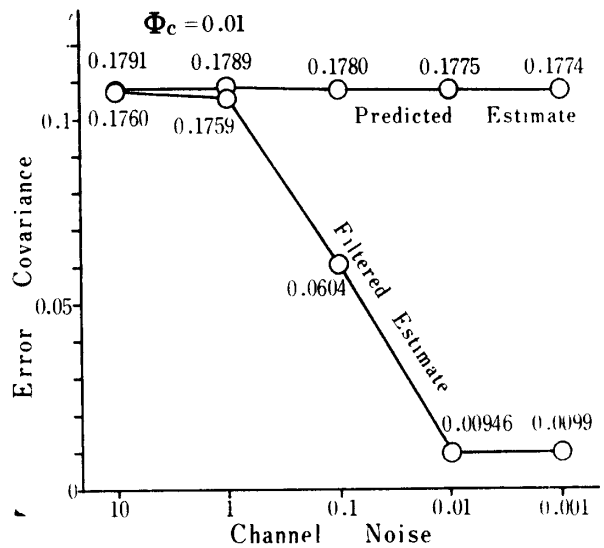


Fig. 10 Error in the Channel Signal Estimation where $\phi_c = 0.001$

濾波誤差分散が等しくなり、その値は通信路の特性には無関係で符号化器の量子化器の特性によってのみ決まるようになる。

次にこの等価器の効用について考察する。

通信路に入力された、 $w(k+1)$ の分散は②式の数値を採用した場合には、符号化器における予測誤差信号の分散(3)式と、量子化雑音分散の和である。この信号は通信路にて、相関を生じ、さらに通信路雑音が混入して、品位が低下するが、等価器によって補償されその量は推定誤差分散 $P_{ww}(k+1|k+1)$ で示すことができる。

各量子化誤差分散に対しての動作を評価するには、こ

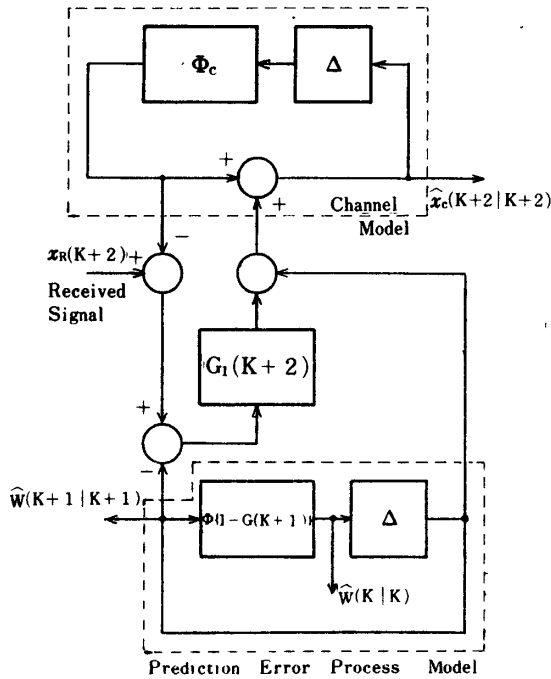


Fig. 11. Channel Equalizer

Table. 1. Error Covariance

R	Pww(k+1 k+1)	$\frac{Pww(k+1 k+1)}{P(k+1 k)+R}$
10	0.5253	0.05018
1	0.1892	0.1592
0.1	0.07746	0.4364
0.01	0.04319	0.8119
0.001	0.03629	0.9731

これらの分散の比でもって表わせれば良い。この値を Table 1 の右欄に示している。

この表の左欄には Pww の値を示している。

同表においては数値の小さい程等価器が有効に働いていることを示しており、量子化雑音の大きい程効果的であることが解る。しかし信号の品位は量子化雑音の大きい程低下することは、言うまでもない。

7. む す び

以上簡単な離散的通信路モデルとして、ガウス マルコフ型モデルを使って通信路等価器の設計について論じた。

通信路等価器は、カルマンのフィルタ理論が使えるために、(13)~(15)式のくり返し計算を前もって、通信系とは

別にオフラインで計算しておき、ステップ段に進行につれてゲインの値を順次切替えて行けば良く、今回の計算例ではステップが数段(10~15段)進行すると定常状態になり以後はゲインは一定となることが確かめられた。

また、計算例の結果、通信路雑音を除去して通信路出力信号を推定する $\hat{x}_c(k+1|k)$ および $\hat{x}_c(k+1|k+1)$ については特に通信路モデルの推移係数 Φ_c が大きい時ほど、 $\hat{x}_c(k+1|k+1)$ の方が推定誤差分散が少なく、この値を利用して原信号を再生する方法を考えてみる必要がある。

等価器出力 $\hat{w}(k+1|k)$, $\hat{w}(k+1|k+1)$ については本文中で詳述したように、ステップ段の進行した定常時には通信路出力信号(受信信号)とは、独立に動作し、その出力は非常に高精度で通信路入力信号を推定することが解った。しかも通信路の特性とは無関係となり、その有効性は符号化器の量子化特性のみによって決定する。

今後の問題として先ず、ガウス マルコフ型モデルを使ったためにカルマンのフィルタ理論を適用することができた。しかしこのモデルは付録にて論じている様に R. Lawrence 等が使っている“n-タップ遅延要素型”のモデルの特別な場合であるので、非定常的ガウスマルコフモデルに拡張してより一般化する必要があると思われる。

さらに本論文では通信路モデルに Time-Correlated な予測誤差信号と量子化雑音の加わった信号が入力されるとして設計を進めてきたが、別の観点に立ち、等価器がガウス マルコフ型の信号を、一次系で表現される観測系を通して観測し、最適な推定値を出力するとして理論的検討を加えることができるとと思われるので、進展させてみようと考えている。

参 考 文 献

- 1) J. S. Meditch : Stochastic Optimal Linear Estimation and Control, McGraw Hill (1969)
- 2) A. P. Sage, J. L. Melsa : Estimation Theory with Applications to Communications and Control, McGraw Hill (1971)
- 3) 藤本 : テレビ信号の予測量子化, 昭46電気四学会中国支部大会 No. 51708
- 4) 藤本 : テレビ信号の予測量子化, 一通信路雑音問題一 昭47電気四学会中国支部大会 No. 11718

- 5) R. E. Lawrence, H. Kaufman : The Kalman Filter for the Equalization of a Digital Communications Channel, IEEE Trans. Comm. Tech. COM-19, 6, (1971. 12)
- 6) K. Abend, B. D. Fritchman : Statistical Detection for Communication Channels With Intersymbol Interference, Proc. IEEE 58, 5 (1970. 5)

さらに通信路出力, すなわち受信信号は雑音が加法的に加わり

$$x_R(i) = C \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + v(i) \quad \dots(付2)$$

ここで $C=[C_0, C_1, C_2, \dots, C_{n-1}]$

$v(i)$ はスカラーの正規性白色雑音である。入力 $u(i)$ は0,1の符号化された2進系列である。Abend Fritchman は Bell System data line を実測して $C_0 \sim C_5$ の値を求めている。一般にこの係数の値は添字の数値が増すに従って小さくなって行くと考えられる。

次にガウス マルコフ型モデルを作るために(付1)式を次のように書く。

$$x(k) = C_0 u(k) + C_1 u(k-1) + \dots + C_{n-1} u(k-n+1) \quad \dots(付3)$$

付図2のモデルにおいては

$$x(k+1) = \phi x(k) + Du(k) \quad \dots(付4)$$

これより

$$x(k+1) = \phi^{k+1} x(0) + \sum_{i=0}^k \phi^{k-i} Du(i) \quad \dots(付5)$$

となる。この式と(付3)式の u の係数を比較して

付録 離散的通信路モデルについて

R. Lawrence はデジタル2進伝送路問題で雑音と符号間の影響を取扱うため通信路を n -タップ遅延要素型モデルでモデル化している。

これを状態方程式で書くと

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} (i+1) = F \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} (i) + Gu(i) \quad \dots(付1)$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

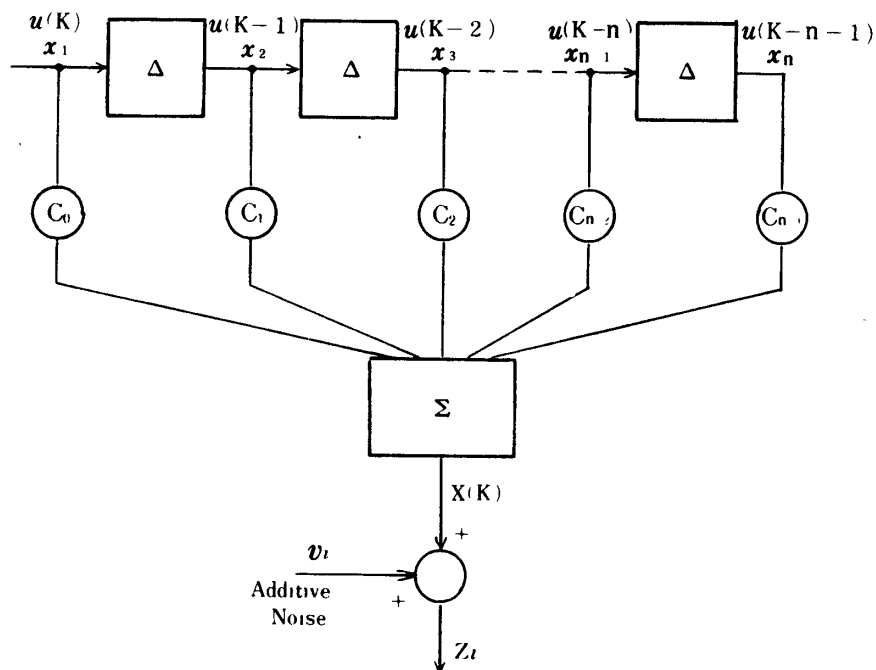


Fig. App. 1. n-Tap-Delay Element Model

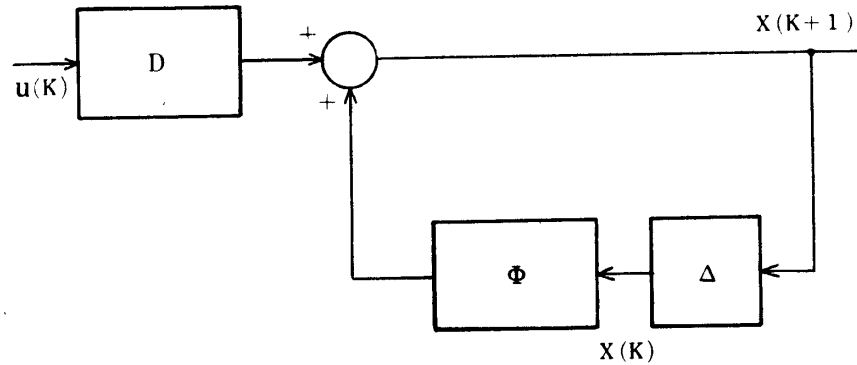


Fig. App.2. Stationary Gauss-Markov Process Model

みると、まず、 $u(k)$ について係数は

$$D = C_0 \quad \dots\dots\dots(\text{付6})$$

次に $u(k-1)$ について係数は $\phi D = C_1$ より

$$\phi = \frac{C_1}{C_0} \quad \dots\dots\dots(\text{付7})$$

以下各項について係数を比較してみると、(付5)式は(付4)式において

$$\frac{C_1}{C_0} = \frac{C_2}{C_1} = \dots = \frac{C_{n-1}}{C_{n-2}} = \phi \quad \dots\dots\dots(\text{付6})$$

さらに、 $x(0) = 0$ の場合には一致させることができる。

結局、本論文で用いたモデルは **R. Lawrence** のモデルの特別な場合であると考えられる。これはガウス-マルコフモデル(付4)式で ϕ, D を定数に取ったこと、すなわち、定常なモデルを採用しモデルを簡略化したことに起因している。

(昭和48年5月15日受理)