

## 経済モデルとファジイ制御

中 谷 孝 久

### I 序

ファジイ理論は誕生以来、様々な分野に亘って適用されてきた。経済学の分野でもファジイ理論を適用した例がいくつか見られる。例えば、ファジイ選効理論の分野では、Basu (1984), 須賀 (1992) などがある。産業連関分析に適用したものとして、Buckley (1989, 1990) がある。産業連関分析においては、投入係数の推計に時間と費用が掛かるために、簡便な推計方法が求められる。このような方法の一つとして、中谷 (1992, 1993, 1994, 1995) は産業連関分析における投入係数にファジイ概念を導入した分析を行っている。

この他にもファジイ回帰分析も試みられており、さらに Ponsard (1988), Ponsard and Fustier (1986), Albrycht and Matloka (1986), Shnaider (1990), Buckley (1992), Munsur (1995) に見られるように、いくつかの分野でファジイ理論を経済理論に導入した試みがなされている。

ファジイ理論は、制御分野において実用性の面で最も大きな成果を上げており、経済学の分野でも大きな期待が寄せられているが、ファジイ制御理論を経済政策の運用に適用したものとして、釜 (1991, 1992), Kama (1993) がある。さらに、釜 (1993) はファジイ制御ルールに遺伝的アルゴリズムを応用している。また、ファジイ制御理論を環境問題を全面に出して適用したものとして、Nakayama and Uekawa (1992) がある。このように、ファジイ制御理論の経済システムへの適用は次第に広がりを見せている。

本稿では、ファジイ制御理論を経済政策に適用した釜 (1991, 1992) を中

心に、経済モデルにおけるファジィ制御理論の適用可能性について、その評価を試みることにする。

## II 経済モデルとファジィ制御

### A クラインモデル

これまで、多くの計量経済モデルが開発され、様々な国・様々な時期に適用されてきた。これらのモデルに共通していることは、根底に経済の自動メカニズムを前提としていることである。何らかの政策運営に当たって、経済政策が実行されたとき、例えば公共投資を行った場合、その衝撃は吸収されることもなく、経済の自然的対応に委ねられてその結果を待つことになるため、目標値を達成するまでにオーバーシュートやアンダーシュートなどが起り、経済変動が激しくなる危険性を持っている。

戦間期を対象としたクラインモデルはエポックメイキングな試みであった。釜はこのクラインの第1モデルを採用しているので、このモデルを簡単に見ておくことにする。クラインモデルは次のような3本の構造方程式（攪乱項を示していない）と3本の定義式から構成されている。

$$c = 16.78 + 0.02\Pi + 0.23\Pi_{-1} + 0.80(W_p + W_g)$$

$$I = 17.79 + 0.23\Pi + 0.55\Pi_{-1} - 0.15K_{-1}$$

$$W_p = 1.60 + 0.42(Y + T - W_g) + 0.16(Y + T + W_g) + 0.13t$$

$$Y + T = C + I + G$$

$$Y = \Pi + W_p + W_g$$

$$K = K_{-1} + I$$

ここで、 $c$ は消費、 $\Pi$ は利潤、 $W_p$ は民間賃金、 $I$ は純投資、 $K$ は期末の資本ストックであり、これらは内生変数である。添え字の数値は1期前を示す。 $G$ は政府支出、 $W_g$ は政府賃金支払、 $T$ は企業課税、 $t$ は時間であり、これらは外生変数である。

政府支出・政府賃金・企業課税の3つの外生変数については、それぞれタイムトレンドを最小自乗法で1920年－1941年の期間について推計したものを示すと、次のようになる。

$$G = 3.471 + 0.539t$$

$$W_g = 1.497 + 0.303t$$

$$T = 3.900 + 0.239t$$

クラインモデルを実験台に、国民所得を目標変数に掲げ、その目標を達成するために、政府支出・企業課税・両者の組み合わせを操作変数として、それらの効果を見るために、次のようなシミュレーションを行う。まず、目標値として、国民所得について30期目に10単位の引き上げを図ることとする。そのためには、政府支出を4.035単位ほど増加させ、あるいは企業課税を6.373単位減少させなければならない。

政府支出を増加させた結果が次の図1で示されている。期を経るに従って変動は小さくなっているが、最初の変動は大きく、目標値を大幅にオーバーシュートしている。

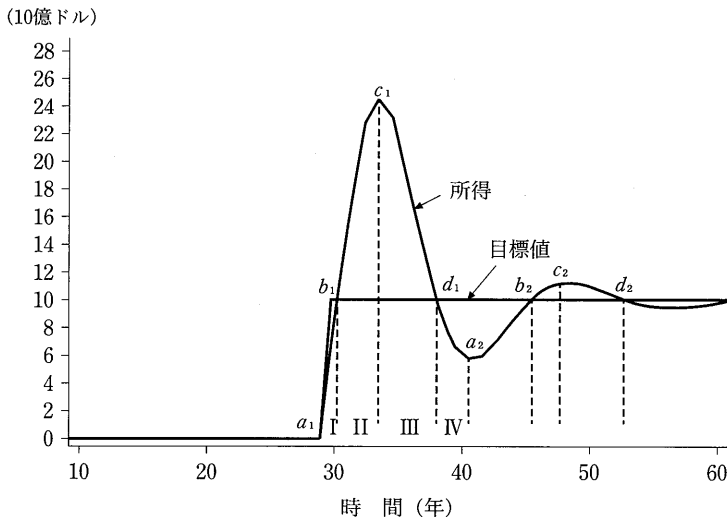


図1 クラインモデルにおける政府支出の効果

## B 経済モデルとファジィ制御

通常、制御を行う場合、手動による場合と自動による場合があるが、自動制御にはPID制御法やPI制御法などの古典的制御法があり、現代制御法として最適制御法がある。自動制御理論では、まず制御対象を定め、次に制御規則を適用し、最後に制御量を決定する。このようにして得られた結果を元の制御対象に返し、目標値が実現されるまで、あるいは目標値を維持するように繰り返される。

このような自動制御法が適用可能な場合は、比較的単純な線型システムなどで数式化が可能なケースに限定されるのが現状である。数式で表現できず、言語的な表現が可能なときでも、もっぱら手動制御に頼っている。このケースでは、ファジィ制御理論を適用することによって、制御の自動化を図ることが可能となる。

釜(1991, 1992)は、このようなファジィ制御理論を経済モデルに適用した場合、国民所得の目標値を実現するとき、大きな変動を経験せずにソフトランディングを果たすことが可能であることを示した。

ファジィ推論で用いられるアルゴリズムは、IF-THENで示される。このようなアルゴリズムを構成するファジィ・ルールでは、その条件部(IF-部分)を前件部といい、結論部(THEN部分)を後件部という。この前件部に状態変数を入力として、後件部から出力である制御量を求める。

前件部の変数に何を当て、後件部の変数として何を当て、推論結果をどのような形で得るかが重要な問題である。

ファジィ推論では、推論結果をどのような形で得るかによって次の3つのタイプに分かれる。

- ① 前件部と後件部をファジィ集合によって構成し、推論結果もファジィ集合で得るタイプ
- ② 前件部と後件部をファジィ集合によって構成し、推論結果をクリスプ型で得るタイプ
- ③ 前件部をファジィ集合によって構成し、後件部で直接クリスプ型の推

### 論結果を得るタイプ

どのタイプを採用するかは、分析目的に照らし合わせることにより選ぶことになる。釜では、最初のタイプが採用されている。

ファジイ推論において、前件部と後件部がファジイ命題によって規定される場合、それぞれの変数にメンバシップ関数を規定しなければならない。メンバシップ関数については、ファジイ変数が連続型であるか離散型であるかに対応して規定しなければならない。

連続型の場合、よく利用されるメンバシップ関数は、釣り鐘型と三角型がある。図2で示されているメンバシップ関数は三角型であり、極めて単純なものである。単純さ故に扱い方が容易であることが分かる。図2で記されている省略語は、それぞれ次のことを意味し、ラベルといわれる。

- NB (Negative Big)
- NM (Negative Medium)
- NS (Negative Small)
- ZO (Zero)
- PS (Positive Small)
- PM (Positive Medium)
- PB (Positive Big)

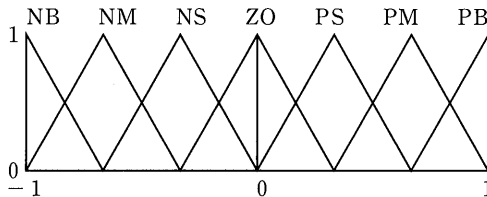


図2 三角型メンバシップ関数

経済モデルにファジイ制御理論を導入する場合、入力変数・ファジイ制御器・出力変数をどのように設計するかが重要なポイントとなる。

入力変数としては、当然、目的変数あるいは目標変数である国民所得を念頭に置かなければならない。現実の国民所得と目標値が異なるとき、それら

の偏差（目標値と現実値の差）と目的変数である国民所得の変化分（今期の値と前期の値の差）を入力変数とすることがごく自然である。

両者の前件部変数をファジィ推論に入力するに当たり、計算の都合上、両者を正規化する必要がある。釜では、正規化を行う際、スケーリング・ファクター（正規化ゲイン・制御ゲイン）を用いて、平均平方誤差（RMSE）を最小にするように調整されている。

入力変数が与えられると、ファジィ推論によって制御量を出力しなければならない。制御対象には位置型・速度型の二つのタイプがある。釜は、通常なされているように、位置型の欠点を回避するために速度型を採用している。位置型を採用すると、出力がゼロになることがあり、それを避けるためには、制御規則の数を多くしなければならなくなることによる。速度型を採用した場合、制御変数の変化分  $\Delta Q$  を出力することになる。

入出力関係が定まると、両者の状況フェイズにおいて、すなわち経済状況に応じてどのような制御をすればよいかを記述しなければならない。それを記述する表が制御のルール・テーブルである。表1では、多くのセルが空白となっているが、ルールが13個ほどマトリックス状に配列されている。表側には、前件部の第1変数である偏差  $D$  のファジィラベルが取られ、表頭には、前件部の第2変数である所得の変化分が取られている。両者の交叉するセルに制御対象となる  $\Delta Q$  のファジィラベルが示されている。このルールテーブルから経済の状況に応じた政策変数の制御量を求めることができる。

表1 制御のルール・テーブル

		所得変化 ( $\Delta Y$ )						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
偏差 $D$	NB				NB			
	NM				NM			
	NS				NS			
	ZO	PB	PM	PS	ZO	NS	NM	NB
	PS				PS			
	PM				PM			
	PB				PB			

表1から見られるように、 $\Delta Q$ の言語ラベルは、SZ (Strict Zero : ルールの不適用) か、7つの規則の内いずれか1つを取る。このようにして計算された結果が出力として与えられる。

この出力はファジィ集合として求められるので、これからクリस्प値として求めるために、出力を非ファジィ化しなければならない。非ファジィ化の方法として、重心法・面積法・最大平均法・最大中点法・中央値法などがある。これらの方法の内、目的に合った非ファジィ化の方法を採用すればよいが、よく重心法が採用され、釜でもその方法が採用されている。

得られたファジィ集合から非ファジィ化によって制御値が求められたら、再びスケーリング・ファクターを用いて、平均平方誤差 (RMSE) を最小にするように出力を求める。その結果を次の式に代入し、制御量を求める。

$$\Delta G = 0.539 + \Delta Q$$

$$\Delta T = 0.239 + \Delta Q$$

このようにして得られた制御変数の値をクラインモデルに代入し、目的変数の値を求める。得られた値が目標値に一致していなければ、さらにファジィ推論への入力として目標値が達成されるまで繰り返されることになる。

### C ファジィ制御の結果

ファジィ理論をクラインモデルに導入する場合、結果として次のような入出力関係を得ることができる。

$$\Delta Q_t = g(D_{t-1}, \Delta Y_{t-1})$$

次の2つの図3・4はマムダニ (Mamdani (1974)) とPI制御の入出力関係をそれぞれ図示したものである。両者を比較すれば、PI制御が凹凸のない平面的な制御値を示しているのに対し、マムダニの入出力関係は非線型の曲面を特徴としており、制御がスムーズに行われることを予想できる。

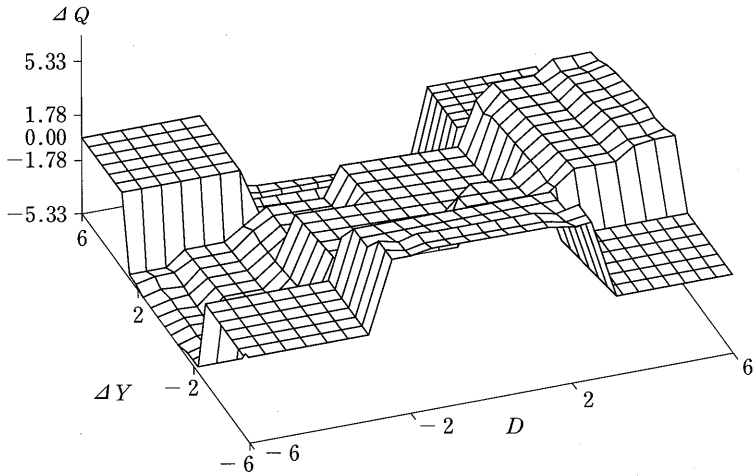


図3 マムダニの入出力関係

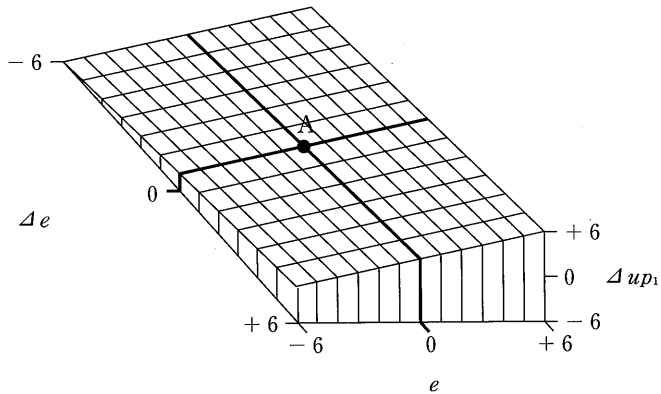


図4 PI制御の入出力関係

釜はマムダニ以外に様々な推論法を比較しているが、特性を見る上ではマムダニの方法のみで充分であるので、次の図5ではマムダニの方法のみを掲げている。図にみられるように、経済モデルにフェジィ制御理論を導入した結果、経済変動を吸収することができ、6割方の目標値からの乖離を改善し、ソフトランディングを果たしている。これから見ると、経済モデルへの



ファジィ制御理論の導入は、経済の安定運営の面で実用性の観点からかなりの成果をあげているというべきである。

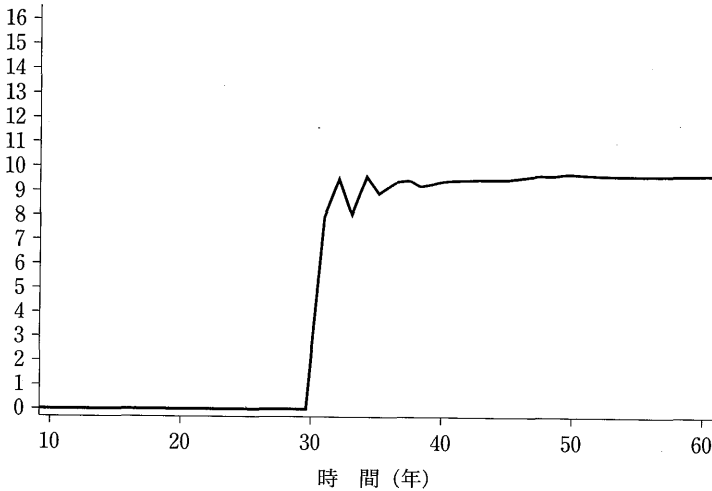


図5 ファジィ制御した場合の国民所得の変化

### Ⅲ 結

従前の経済学はクリस्प概念を基礎に打ち立てられている。ファジィ概念を導入すれば、一層経済学の範囲を広げることができる。一般的にいて、ファジィ理論を経済学に適用する場合、いくつかの捉え方があるが、最もドラスティックなものは、クリस्प型のパラダイムと裏腹にファジィ型のパラダイムがあると考えられる見方である。もう一つの見方は、従前の理論にファジィ概念を一部導入し、より現実に近づけたり、実用性を高めることを目指すものである。

経済政策を実施する場合、その結果、現実の経済では大きな変動に見舞われる危険性がかなりある。そのため、時にはオーバーシュートし、かえって現実の経済を攪乱させることがある。このような攪乱をできるだけ少なく

し、経済をソフトランディングを果たすことができれば、それだけ国民の経済的福祉の向上に役立つことになる。

計量経済モデルでは目標変数や制御変数が明確であり、ファジィ制御理論は馴染み易い特徴を持っている。このような観点に立ち、釜論文はクラインモデルを例として計量経済モデルへファジィ制御理論を適用した。目標値から6割程度の改善を果たすことができているので、実用性の観点から見ると成功した部類に入るであろう。

経済政策を実施するとき、釜は経済のハードランディングを想定しているが、必ずしも現実の経済はいつでもハードランディングである訳ではなく、そのような状況にこだわる必要もなく、経済が感応的で無くなった場合でも、ファジィ制御によって思い切った政策が採用できることを含蓄している。

ファジィ制御理論を適用する場合、ルールを几帳面に適用すれば、総当たり探索法を行わなければならない、計算時間が比較的長く掛かる。クラインモデルのような小規模なモデルではそれほど問題はないが、現実に利用されている大規模モデルでは無視できないかもしれない。この点を解決するために、釜は簡便法による自動チューニングの採用を試み、改善を果たしている。さらに、釜(1993)において遺伝的アルゴリズムを導入することによってファジィ制御ルールを構成し、早く計算結果を得る方法を提案している。

ファジィ制御が成功するかどうかは、制御器をいかにうまく構成するかに依存しており、通常の経済モデルにファジィ制御理論を導入した場合、安定した結論が得られるかどうか、あるいは確定した結論が得られるかどうかに明確な規準は無いように思われる。それでも、実用性という点では、このような試みはなされる価値が充分ある。

#### 参 考 文 献

- Albrycht J. and M. Matloka (1986) "On Fuzzy Multi-Valued Functions. 4. Fuzzy Economic-Models," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 20, No. 3, pp. 333-341.

- Basu, K. (1984) "Fuzzy Preference Theory," *Journal of Economic Theory*, Vol. 32, pp. 212-227.
- Buckley, J. J. (1989) "Fuzzy Input-Output Analysis," *European Journal of Operational Research*, Vol. 39, pp. 54-60.
- Buckley, J. J. (1990) "Fuzzy Eigenvalues and Input-Output Analysis," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 34, No. 2, pp. 187-195.
- Buckley, J. J. (1992) "Solving Fuzzy Equations in Economics and Finance," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 48, No. 3, pp. 289-296.
- 釜 国男 (1991) 「ファジイによるクライン戦間期モデルの制御 (I)」『創価経済論集』第21巻, 第1号, pp. 13-36.
- 釜 国男 (1992) 「ファジイによるクライン戦間期モデルの制御 (II)」『創価経済論集』第21巻, 第2号, pp. 29-40.
- Kama, K. (1994) "Policy Simulations by Fuzzy Logic Control," mimeo.
- 釜 国男 (1993) 「ファジイによるクライン戦間期モデルの制御 (III) —— 遺伝的アルゴリズムによるファジイ制御ルールの構成」『創価経済論集』第23巻, 第1号, pp. 31-43.
- Mamdani, E. H. (1974) "Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant," *Proc. IEE*, Vol. 121, No. 12, pp. 1585-1588.
- Munsur, Y. M. (1995) *Fuzzy Sets and Economics: Application of Fuzzy Mathematics to Non-Cooperative Oligopoly*, Edward Elgar.
- 中谷孝久 (1992) 「ファジイ産業連関分析」西日本理論経済学会編『インセンティブと情報の経済分析』勁草書房, pp. 136-148.
- 中谷孝久 (1993) 「ファジイ型産業連関モデル」『広島経済大学経済研究論集』広島経済大学, 第16巻, 第1号, pp. 11-35.
- 中谷孝久 (1994) 「ファジイ型産業連関分析」『紀要』徳山大学総合経済研究所, 第16号, pp. 1-6.
- 中谷孝久 (1995) 「ファジイ型地域産業連関分析」『紀要』徳山大学総合経済研究所, 第17号, pp. 1-5.
- Nakayama, K. and Y. Uekawa (1992) "Optimal Growth and Experimental Regulation by Means of Fuzzy Control," *Studies in Regional Science*, Vol. 22, No. 2, pp. 31-65.
- Ponsard, C. (1988) "Fuzzy Mathematical-Models in Economics," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 28, No. 3, pp. 273-283.
- Ponsard C. and B. Fustier (eds.) (1986) *Fuzzy Economics and Spatial Analysis*, Institute de Mathematiques Economiques.
- Shnaider, E. (1990) "Application of Fuzzy-Logic to Economics in Florida," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 38, No. 3, pp. 397-399.
- 須賀晃一 (1992) 「ファジイ選好順序の不可能性」西日本理論経済学会編『インセンティブと情報の経済分析』勁草書房, pp. 120-135.