ファジィ型地域産業連関モデルについて

中　谷　孝　久

I　序

産業連関表は Leontief（1951）によって開発されて以来，多くの国で作成・分析されてきた[1)]。日本でも昭和26年を対象とした産業連関表が作成されて以来，昭和30年以降5年ごとに作成されている。地域を対象とした産業連関表も作成されているが，主に県レベルまでであり，しかも全国のように5年ごとに必ず作成されているという訳ではない。山口県の場合，昭和45年，50年を対象とする産業連関表は作成されていない。いずれにせよ，これらの産業連関表はクリスプ概念を用いた産業連関分析に基づいている。

他方で，ファジィ理論も誕生以来，様々な分野に亘って適用されてきた。経済学の分野でもファジィ理論を適用した例がいくつか見られる。Buckley（1989，1990）がファジィ理論を産業連関分析に適用し，ファジィ型産業連関分析の可能性を示した。しかし，そこでは理論的点に重点を置いたために，仮想的なデータしか扱われていない。この点では現実の産業連関データを想定して検討する必要があるだろう。

また，産業連関分析では，投入係数の推計に時間と費用が掛かるために，RAS 法や制限情報法など簡便な推計方法が開発されてきた[2)]。このような簡便な推計方法が利用される背景には，産業連関分析を小地域を対象として行う場合など，産業連関分析を行うのに必要なデータが費用の点などで確保が困難なことによる。地域の場合，山口県産業連関表のように欠損表が見ら

注1）産業連関表の系譜については，中谷・川瀬・大城（2001）の第1章を参照。
　2）投入係数推計方法については，中谷（1990）第3章を参照。

れる。このような場合に欠損表を埋めることができれば，より有意義な地域分析が可能となる。また，投入係数などの変数を簡便な方法で推計できれば，厳密ではないにしてもそれ相当の成果をあげることができる。投入係数などの推計にファジィ理論を利用する途があるかどうかを検討することも意義がある。

中谷（1992）では投入係数などにファジィ概念を導入し，ファジィ型産業連関分析を構築して，その実証的可能性を検討した。中谷（1993）では，輸入を考慮していないケースではあるが，ファジィ型産業連関モデルの実証例を示している。また，中谷（1994）では，輸入を考慮したファジィ型産業連関分析に拡張している。さらに，中谷（1995）では，ファジィ型地域産業連関モデルの可能性を示している。このような流れに沿い，本稿では投入係数，輸入率，移入率をファジィ化することによって，ファジィ型地域産業連関モデルとその有効性を検討することにする。本稿では，産業連関データの統一的分析が可能な接続地域産業連関表を採用し，その中から例として中国地域表を主に採用する。産業間取引を示す内生部門数は46部門であり，対象年は昭和55-60-平成２年である。いずれも平成２年を基準とした実質表を採用する[3)]。

II　地域産業連関分析

A　地域内産業連関

産業連関表は産業間の取引を中心にして一国の経済取引を一覧にして示したものである。産業連関分析では，空間的範囲を一国に限定する必要はなく，地域に限定して地域内における産業間取引を中心に据えることができる。このような考えの基に地域の経済取引を一覧にしたものを「地域内産業連関表」あるいは単に「地域産業連関表」という。

3）産業連関データとして通商産業大臣官房調査統計部（1996）を採用している。接続表としては，昭和40年から５年ごとに３年分を接続した表が作成されている。

地域産業連関表では，当該地域と他地域の取引が考慮されなければならない。他地域との取引は海外取引と国内取引とに分かれる。海外との取引は輸出 E と輸入 M によって表示し，国内の他地域との取引は移出 O と移入 H によって表示する。海外との取引は通常国別には表示されないが，他地域との取引は地域を幾つかに分割して表示されることが行われる。しかし，ここでは他地域との取引の集計値を取り扱うことにする。

地域内の産業間取引を次のように示す。ここで，i，j は産業部門コードを示し，n は産業部門数を示す。

$$x_{ij} \qquad (i=1,\cdots,n\ ;\ j=1,\cdots,n)$$

産業間取引を示すとき，産業を「内生部門」といい，産業間の取引を行や列について合計したものを「内生部門計」という。行について集計したものを「中間投入」といい，列について合計したものを「中間需要」という。中間需要 J は次のようになる。

$$J_i=\sum_j x_{ij} \qquad (i=1,\cdots,n\ ;\ j=1,\cdots,n)$$

ここで，地域内産業連関を示せば，次の産業連関バランス式が成立する。

$$J+D+E-M+O-H=X$$

いま，地域内需要 R は中間需要 J と地域内最終需要 D を合計したものであるから，次のようになる。

$$R=J+D$$

すなわち，地域内生産額 X は地域内需要 R と輸出 E を合計し，輸入 M と移入 H を控除したものに等しいので，次のバランス式が成立する。

$$R+E-M+O-H=X$$

B　地域産業連関分析

1　投入係数

生産物を生産するには多くの原材料を必要とする。これらの原材料は自部門と他の産業部門から調達される。生産物を1単位生産するのに必要な自部門を含めた各産業部門からの調達額を「投入係数」という。したがって，ある任意の産業部門の投入係数 a_{ij} は産業部門間の取引額 x_{ij} をその産業の生産額 X_j で割って求めたものである。

$$a_{ij} = x_{ij}/X_j \qquad (i = 1, \cdots, n \ ; \ j = 1, \cdots, n)$$

すべての産業間の投入係数を示すと，投入係数は行列を成しているので，投入係数行列を A で示す。取引額の表示上，投入係数がマイナスの値を取ることがあるが，通常，投入係数は

$$0 \leqq a_{ij} \leqq 1$$

の性質を持っている。

2　輸入率と移入率

輸出と移出は地域内需要と区別されるが，需要項目として扱われる。これらに対し，輸入と移入の扱いについては，種々のタイプがある。しかし，ここでは競争輸入型モデルを採り上げることにする。競争輸入型モデルの場合，輸入や移入を地域内需要に比例させることを仮定している。ここで，M_i を輸入額，R_i を地域内需要とすれば，輸入率 m_i は次のようになる。

$$m_i = M_i/R_i \qquad (i = 1, \cdots, n)$$

さらに，H_i を移入額とすれば，移入率 h_i は次のようになる。

$$h_i = H_i/R_i \qquad (i = 1, \cdots, n)$$

したがって，

$$1-m_i-h_i \qquad (i=1,\cdots,n)$$

は地域内自給率を示すことになる。

輸入率と移入率を考慮すると，産業連関バランス式を次のように表現することができる。

$$R+E-\hat{M}R+O-\hat{H}R=X$$

ここで，$\hat{M}$ と $\hat{H}$ は，それぞれ輸入率と移入率を対角要素とする行列である。

地域内需要 R は中間需要 J と地域内最終需要 D を合計したものであるから，上の産業連関バランス式は次のようになる。

$$J+D+E-\hat{M}(J+D)+O-\hat{H}(J+D)=X$$

3　地域産業連関モデル

ここで，中間需要 J を投入係数 A を利用して表現すれば，次のようになる。

$$J=AX$$

投入係数を考慮すれば，地域産業連関モデルを示すことができる。

$$X=AX+D+E-\hat{M}(AX+D)+O-\hat{H}(AX+D)$$

適当に展開すれば，次のようになる。

$$X=AX+D+E-\hat{M}AX-\hat{M}D+O-\hat{H}AX-\hat{H}D$$

上の式を適宜展開すれば，次のようになる。

$$X-AX+\hat{M}AX+\hat{H}AX=D+E-\hat{M}D+O-\hat{H}D$$

これを適当に整理すれば，次のようになる。

$$[I-(I-\hat{M}-\hat{H})A]X = (I-\hat{M}-\hat{H})D+E+O$$

ここで，これを次のように置く。

$$\Gamma = (I-\hat{M}-\hat{H})$$

ここで，Γは地域内自給率行列となる。これを利用して上の地域産業連関モデル式を表現すれば，次のようになる。

$$(I-\Gamma A)X = \Gamma D+E+O$$

ここで，さらに次のように置く。

$$B = (I-\Gamma A)$$

これを利用すれば，モデル式は次のようになる。

$$BX = \Gamma D+E+O$$

この式から，最終需要を与えれば，地域内生産誘発額を求められる式を導出することができる[4)]。すなわち，次の式によって地域内生産額は逆行列と最終需要（＝地域内最終需要＋輸出＋移出）から求めることができる[5)]。ここで求められる逆行列を「B型逆行列」として，レオンティエフ型の逆行列と区別する。

$$X = B^{-1}(\Gamma D+E+O)$$

4）PCのソフトウエアなどで演算する場合，注意しなければならないことは地域内需要DにはΓが掛かるが，輸出E・移出Oには掛からないことである。

5）理論的には，非負解の存在のためには，ホーキンス・サイモン条件が必要となるが，実際の産業連関データでは，ソローの列和条件が満たされていればよく，採用されたデータでは満たされている。

Ⅲ　ファジィ型地域産業連関モデル

A　産業連関分析とファジィ理論

前節のクリスプ概念によって組み立てられた地域産業連関モデルに，ファジィ概念を導入することができ，それによって組み立て替えた産業連関分析を「ファジィ型地域産業連関モデル」という。

ファジィ化の対象となる変数は，投入係数，輸入率，移入率の3変数である。これらをファジィ化することによって，結果としてB型逆行列がファジィ変数となり，ファジィ型地域産業連関モデルを構築することができる。このモデルに外生変数である最終需要を与えることによって，地域内生産高を得ることができるが，結果として，この地域内生産高もファジィ変数となる。

変数をファジィ化するに当たり，利用される重要な概念が「メンバシップ関数」である。メンバシップ関数は変数についてクリスプな値とはせず，多値を許すことである。一般に，メンバシップ関数は次のように定義される。

$$\tilde{y} = \mu(x \mid \tilde{V})$$

ここで，$\tilde{y}$，$\tilde{V}$ はファジィ変数である。メンバシップ関数はファジィ数 $\tilde{V}$ における x の帰属度を表している。帰属度は0から1の値を取る。メンバシップ関数の値が1に近ければ近いほど，帰属度は高いことになる。

メンバシップ関数のタイプとして，線型・非線型があり，線型の場合でも，三角型や台形型のメンバシップ関数がある。どのようなタイプのメンバシップ関数を採用するかは変数の性質を見極めながら判断する必要がある。ここでは，ファジィ型産業連関モデルの正否を判断するために，三角型の線型メンバシップ関数を想定する。

三角型のメンバシップ関数は3項対によって次のように示される。

$$\tilde{V} = (v_1,\ v_2,\ v_3)$$

メンバシップ関数が線型である場合，数 x が v_1 から v_2 の範囲にあるとき，メンバシップ関数は 0 から 1 まで連続な単調増加関数であると仮定することができる。同様に，v_2 から v_3 の範囲にあるとき，1 から 0 まで連続な単調減少関数であると仮定することができる。この場合，メンバシップ関数が左右の区間によって対称である必要はなく，増加率・減少率も同じである必要はない。

B　投入係数のファジィ化

技術体系が異なることから投入係数は産業によって異なる。しかし，投入係数をファジィ化するに当たり，メンバシップ関数を産業別に特に選ぶ必要はなく，共通のタイプのメンバシップ関数を採用することができる。逆に，産業特性があれば，メンバシップ関数を採用せず，クリスプ値を当てはめることができる。

投入係数の属性として 0 から 1 の間に分布するとしても，投入係数の分布を確認しておく必要がある。表 1 に見られるように，投入係数の多くは非常に小さい値であり，投入係数がゼロのケースもかなり多い。数は多いものの，産業連関表を推計する上では，大きな影響を持たないと思われる。

産業連関データとして採用した中国地域の産業連関表では対象年を昭和55年，昭和60年，平成 2 年の 3 年としているので，これらの年すべてで投入係数がゼロである場合，ゼロのままと仮定する。

これら対象年の内で，投入係数の最小値と最大値を各産業別に求めてメンバシップ関数を規定する 3 項対の第 1 項対と第 3 項対とし，第 2 項対には，3 期間の平均値を当てることにする。

表1　投入係数の分布

クラス	昭和55年 全国	昭和55年 中国	昭和60年 全国	昭和60年 中国	平成２年 全国	平成２年 中国
0.00	527	577	541	587	493	521
0.05	1451	1404	1454	1414	1520	1495
0.10	93	86	78	70	59	57
0.15	23	25	18	21	21	20
0.20	7	6	10	6	7	8
0.25	3	5	5	9	6	3
0.30	4	3	2	1	2	5
0.35	5	7	5	4	4	2
0.40	1	1	0	1	1	2
0.45	0	0	2	1	1	1
0.50	1	1	1	1	2	1
0.55	0	0	0	1	0	1
0.60	1	0	0	0	0	0
0.65	0	1	0	0	0	0
計	2116	2116	2116	2116	2116	2116

出所：『昭和55-60-平成２年接続地域産業連関表』より計算。

C　輸入率・移入率のファジィ化

空間的範囲が小さくなれば，他地域との取引はその地域の経済活動に大きな影響を与える。他地域との取引は輸入率と移入率によって集約することができるので，輸入率と移入率がどのように分布しているかは，投入係数と同様に重要である。

当然，産業部門によって他地域との取引には違いがある。他地域との経済取引が全然行われない産業部門がある一方で，かなりの程度まで他地域との取引のウエイトが高い部門まで多様である。ここで，各産業部門の輸入率と移入率について，昭和50年，55年，平成２年の値から，その最大値と最小値を選び出し，それから各部門別のレンジを取り，区間を設けてレンジの分布を見たものが表２である。

表2　輸入率・移入率レンジの分布

区間	輸入率	移入率	輸移入率計
0.00	4	4	4
0.05	31	10	11
0.10	5	6	8
0.15	2	10	8
0.20	2	7	5
0.25	2	3	5
0.30	0	2	2
0.35	0	3	2
0.40	0	0	0
0.45	0	1	1
0.50	0	0	0
計	46	46	46

出所：『昭和55-60-平成2年接続地域産業連関表』より計算。

輸入率のレンジはすべての部門で0.30未満であり，レンジの小さい0.05未満の部門もかなりの数に登る。これに対し，移入率のレンジは輸入率よりもかなり分散している。輸入率と移入率を合計したレンジは移入率に引きずられて分散している。このことから産業連関表を推計する上では，移入率のメンバシップ関数の規定の仕方が重要となる。

移入率のレンジが大きい部門を見ると，「分類不明・その他」部門であり，この部門では移入率の変化が激しく，おそらく統計技術上の問題を含んでいると思われる。その他の部門を見ると，商業，皮革・同製品，漁業の3部門においてレンジが大きい。しかし，これらの部門では，値が大きく，また趨勢的特徴を示しているので，三角型のメンバシップ関数を素直に適用することができる。また，他の情報で補うことによって，推計の精度を上げることもできる。

輸入率・移入率共にレンジがゼロである部門は同じであり，特定の部門である。これらの部門は建築，公共事業，その他の土木，公務の4部門であり，輸入率・移入率共にゼロである。したがって，これらの部門では輸入率と移入率をゼロに置くことができる。

輸入率と移入率をファジィ化するに当たって，特定の部門についてはゼロと仮定し，その他の部門については輸入率と移入率を合計した値から最小値と最大値を求め，さらに3期間の平均値を求め，それらを3項対とするメンバシップ関数を採用する。

D　ファジィ生産高と推計特性

投入係数，輸入率，移入率について，メンバシップ関数を利用してファジィ化すれば，ファジィ型産業連関モデルを構築することができ，ファジィ生産高を得ることができる。そのためには，ファジィ化した投入係数，輸入率，移入率を扱いやすくするためにαカット処理をする。ここで，αは次の範囲に属する。

$$0 \leqq \alpha \leqq 1$$

メンバシップ関数をαカット処理することによって，ファジィ変数を次のように規定できる。投入係数については，個々のセルごとに

$$a_{ij(\alpha)} = [a_{ij(\alpha)}{}^{L},\ a_{ij(\alpha)}{}^{R}]$$

によって示す。ここで，$a_{ij(\alpha)}{}^{L}$はメンバシップ関数をαカットした左端点であり，$a_{ij(\alpha)}{}^{R}$は右端点である。

同様に，輸入率についてαカットすれば，各部門ごとに

$$m_{i(\alpha)} = [m_{i(\alpha)}{}^{L},\ m_{i(\alpha)}{}^{R}]$$

が得られる。ここで，$m_{i(\alpha)}{}^{L}$と$m_{i(\alpha)}{}^{R}$は，それぞれ輸入率をαカットしたメンバシップ関数の左端点と右端点である。

移入率についても，同様にメンバシップ関数をαカットすれば，各部門ごとに次のような左端点と右端点を規定できる。

$$h_{i(\alpha)} = [h_{i(\alpha)}{}^{L},\ h_{i(\alpha)}{}^{R}]$$

投入係数，輸入率，移入率をそれぞれ α カットすれば，自給率を対角要素とする行列 Γ は次のようにファジィ行列となる。本来なら，輸入率と移入率を個々にファジィ化する必要があるが，ここでは自給率を求めた上で α カット処理する。

$$\tilde{\Gamma} = (I - \tilde{M} - \tilde{H})$$

ここで，

$$\tilde{B} = (I - \tilde{\Gamma}\tilde{A})$$

であることを考慮すれば，次のようなファジィ型地域産業連関モデルを構築することができる。

$$\tilde{X} = \tilde{B}^{-1}(\tilde{\Gamma}D + E + O)$$

このモデルから，それぞれ，地域内需要，輸出，移出を与えれば，メンバシップ関数の α カットに対応する生産高を得ることができる。ファジィ生産高の左端点は次のように得ることができる。

$$X_{(\alpha)}{}^{L} = \tilde{B}^{-1}{}_{(\alpha)}(\tilde{\Gamma}_{(\alpha)}D + E + O)$$

同様に，右端点は次のようになる。

$$X_{(\alpha)}{}^{R} = \tilde{B}^{-1}{}_{(\alpha)}(\tilde{\Gamma}_{(\alpha)}D + E + O)$$

このようなファジィ型地域産業連関モデルから，メンバシップ関数の α 水準に対応して各部門別に地域内生産高 x_i を得ることができる。

$$x_{i(\alpha)} = [x_{i(\alpha)}{}^{L},\ x_{i(\alpha)}{}^{R}]$$

このようにして得られた地域内生産高と実績値を比較すれば，推計の有効性を判断する指標を得ることができる。ここでは，ファジィ生産高の平成2年実績値に対する比の分布を見てみることにする。α カット水準に対応する

ファジィ生産高の対平成2年比の分布が表3に示されている。

表3　ファジィ生産高の対平成2年比分布

区間	α									計	
	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	0.75	0.50	0.25	0.00	度数	構成比%
0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0.24
0.7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	0.48
0.8	2	0	0	0	0	2	3	2	2	11	2.66
0.9	20	4	4	4	5	3	2	2	3	31	7.49
1.0	10	20	17	14	14	11	10	10	8	121	29.23
1.1	5	20	12	14	11	12	11	9	13	105	25.36
1.2	3	5	8	9	13	15	16	17	11	102	24.64
1.3	2	3	4	3	0	0	2	3	4	21	5.07
1.4	0	2	1	2	2	1	0	0	1	11	2.66
1.5	0	0	0	0	1	1	1	1	1	5	1.21
1.6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0.24
1.7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0.24
1.8	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	0.48

この表から見られることは，ファジィ生産高の対平成2年比が1.0を中心に分布しているが，過大推計に偏っていることが分かる。また，メンバシップ関数のどこにあるかによって分布に特徴が見られ，メンバシップ関数の左から右にいくに従って，対平成2年比の分布が過大推計の方向に偏り，さらに分散度も高くなっている。この原因として考えられることは，地域別・年別要因を別としても，投入係数と輸入率・移入率を同時にファジィ化しているために，相互作用の影響が出ていると思われる。この点についてはさらに詳細な検討が必要となる。

Ⅳ　結

通常のクリスプ型地域産業連関モデルの変数の内，投入係数，輸入率，移入率について，メンバシップ関数を利用してファジィ化すれば，ファジィ型地域産業連関モデルを導出することができる。クリスプ型産業連関分析では，

非負解の必要・十分条件が検討されるが，ファジィ型産業連関分析では実際のデータに基づいて検討され，採用された産業連関データではソローの列和条件は満たされている。

投入係数，輸入率や移入率などをメンバシップ関数を導入することによってファジィ化するので，メンバシップ関数の規定の仕方がモデルの推計に大きな影響をもたらすことになる。ここでは産業連関データの最小値，平均値，最大値をベースとしてメンバシップ関数を規定した。したがって，モデルの基本的特性は平均概念を基に構築されている。

ファジィ変数についてメンバシップ関数が規定されれば，α カットすることによってファジィ型地域産業連関モデルをクリスプ型産業連関モデルに変換することができ，演算が可能となる。演算の結果，各産業について，メンバシップ関数の α 水準に対応する地域内生産高を得ることができる。

想定された産業連関データから機械的にメンバシップ関数を規定し，α カット処理した結果，全体として推計は過大推計の傾向を持ち，メンバシップ関数の右にいくに従って分散度も高くなる傾向が見られた。しかし，メンバシップ関数の規定の仕方については，一律に適用する必要はなく，例えば，輸入率や移入率については趨勢的傾向を示す産業があるので，輸入率や移入率を合計し，メンバシップ関数を適用するよりも，産業部門ごとに特徴や傾向を把握し，それぞれの産業部門に適した方法を考えることができる。産業連関データは長期系列であるとともに，それを補足するデータがかなりある。機械的にメンバシップ関数を規定する必要はなく，メンバシップ関数を産業の趨勢的特徴を見ながら規定すればさらに実態に合った推計をすることができると思われる。この点は推計の精度をあげるに当たり検討に値する。

参 考 文 献

- Buckley, J. (1989) "Fuzzy Input-Output Analysis," European Journal of Economic Theory, Vol. 39, pp. 54-60.
- Leontief, W. (1951) The Structure of American Economy, 1919-1939, An Empirical Application of Equilibrium Analysis, second edition enlarged, Oxford University Press, New York／山田勇，家本秀太郎訳（昭和34年）『アメリカ経済の構造――産業連関分析の理論と実際――』東洋経済新報社。
- 中谷孝久（1990）『地域投入係数推計方法の有効性』（徳山大学研究叢書９号）徳山大学総合経済研究所。
- 中谷孝久（1992）「ファジィ産業連関分析」西日本理論経済学会編『インセンティブと情報の経済分析』勁草書房，pp. 136-148。
- 中谷孝久（1993）「ファジィ型産業連関モデル」『広島経済大学経済研究論集』広島経済大学，第16巻，第１号，pp. 11-35。
- 中谷孝久（1994）「ファジィ型産業連関分析」『紀要』徳山大学総合経済研究所，第16号，pp. 1－6。
- 中谷孝久（1995）「ファジィ型地域産業連関モデル」『紀要』徳山大学総合経済研究所，第17号，pp. 1－5。
- 中谷孝久・川瀬進・大城肇（2001）『産業連関表の系譜と分析』（徳山大学研究叢書22号）徳山大学総合経済研究所。
- 通商産業大臣官房調査統計部（1996）『昭和55-60-平成２年接続地域産業連関表』。