

マイコンArduinoを使った簡易 磁気浮上制御実験システムの構築

山田 健仁*

Experiment System for a Magnetic Levitation Control using Arduino Micro-Controller

Takehito YAMADA *

Abstract

Control system engineering is one of the curriculums for advanced course students in Computer Science & Electronic Engineering department at Tokuyama College of Technology. It is difficult for the students to understand the control theory and its implementation because of its mathematical fundamental and complex experiment system. However, the practice is very important to understand the control system. So, I am trying to make the digital control equipment which is suitable for the computer science course students. Recently, micro-controller has high performance in low price. So, we can easily use it for constructing the experimental control equipments. Especially, Arduino micro-controller system is very simple, and has enough function and easy-to-use programming environment. I select a magnetic levitation mechanism for the controlled plant because it is simple mechanism. Therefore, students can easily understand the system which needs the control technology.

Key Words : Magnetic Levitation, Digital Control, Micro-controller, Modern Control, PID Control

1. はじめに

情報電子工学専攻科では、1年次の後期に「制御工学」2年次の前期に「コンピュータ制御」という科目を設置している¹⁾。「制御工学」では、座学を中心として、制御理論の基礎とコンピュータによる制御系解析の基礎演習を行い、「コンピュータ制御」では、デジタル制御理論と制御対象をDCモータとして制御器をコンピュータに実装する実験演習を行っている。このようなデジタル制御の実践教育において実験演習は、その理解を深めるのに重要な役割を持つ。制御工学の講義は、その理論の数学的な側面から座学中心になり易い。そのため初学者は、制御工学の理論とその理論の実装との差にしばしば戸惑うことになる。特にデジタル制御は、古典制御から現代制御以降の広範囲の内容を含み、数学的取扱も複雑になり実験装置への実装もコスト的に難しい面があった。しかし、近年、高性能なマイクロコントローラ（以下マイコン）が安価に入手できるようになり、そのプログラム開発

環境もフリーソフトウェアでありながら高機能で使い易いものが提供されるようになってきた。

このような背景から、本研究では、AVR マイコンを搭載した Arduino マイコンボード²⁾を利用して、デジタル制御実験装置の試作を行い、その実装上の課題と実験教材としての可能性を明らかにした。制御対象は、その機構が簡単でありながら制御の適用効果が明確である電磁石を使った磁気浮上機構とした。電磁石磁気浮上機構は、本質的に不安定系であるため³⁾、⁴⁾、この安定化制御は制御問題として重要であり、興味深いものである。また、学習者には制御の状態を目で確認でき、分かりやすいという利点もある。

2. 電磁石磁気浮上系のモデル

本実験装置の電磁石磁気浮上系は、図1に示すように非常に単純な機構である。基本的には電磁石に吸引される対象物にかかる電磁石吸引力と重力とが平衡することにより、浮上姿勢を保つことになる。

* 情報電子工学科

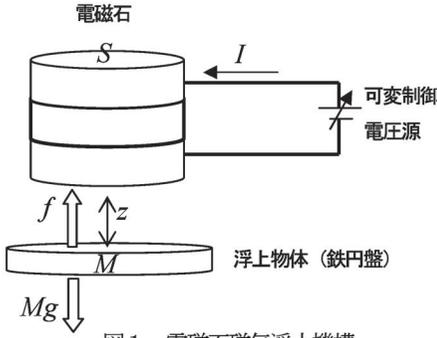


図1 電磁石磁気浮上機構

表1 使用する変数や主な物理定数の記号と単位

| | 記号 | 単位 |
|-------------|---------|---------|
| 浮上物体質量 | M | kg |
| 電磁石コイル巻数 | N | — |
| 電磁石断面積 | S | m^2 |
| 電磁石コイル電流 | I | A |
| 電磁石と浮上物体の距離 | z | m |
| 重力加速度 | g | m/s^2 |
| 真空の透磁率 | μ_0 | H/m |
| 磁束密度 | B | T |

電磁石の吸引力を制御することにより、この浮上状態を維持することが可能になることは、容易に理解できる。しかし、少々の思考実験と制御対象モデルの解析から分かるように、浮上状態を維持するための制御は容易とは言えない。このことは、制御工学の理論を学び、実験演習により実践的にそれを適用することを学ぶ学習者には、適した制御実験課題となりうることを示しているとも言える。

図1を参考に、この磁気浮上系の物理モデルを求める。表1に各変数、物理定数などその単位をまとめて示す。

電磁石が発生する吸引力は、単純化したモデルでは、式(1)のように表せる⁵⁾。

$$f = \frac{B^2 S}{2\mu_0} \quad [N] \quad (1)$$

ここで、 $B = \mu_0 H = \mu_0 NI$ の関係がある。従って、電磁石吸引力 f と電磁石コイル電流 I 及び、電磁石と浮上物体間の距離 z には、式(2)の関係が成立する。

$$f = \frac{B^2 S}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 N^2 S}{2} \cdot \frac{I^2}{z^2} = K \frac{I^2}{z^2} \quad [N] \quad (2)$$

ここで、 $K = \frac{\mu_0 N^2 S}{2}$ $[Nm^2/A^2]$ を電磁石定数

とする。

式(2)より、電磁石による吸引力には、電磁石コイル電流の二乗に比例し、電磁石と浮上物体間の距離の二乗に反比例するという単純な関係があることが分かる。しかし、実際の電磁石では形状による影響を考慮したパラメータなどが入ってくるため、電磁石吸引力には式(3)を使用するのが一般的である。

$$f = k \left(\frac{I}{z + z_c} \right)^2 \quad (3)$$

ここで、 k 、 z_c は電磁石吸引力係数である。

一方、浮上物体の運動方程式は、浮上物体にかかる電磁石吸引力と重力の関係から、式(4)と表せる。

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} = Mg - f \quad (4)$$

従って、ある位置 Z_0 で吸引力と浮上物体にかかる重力が釣り合ったとき、浮上物体が浮上状態になったことになる。この時の浮上物体の速度、加速度は零となるため、式(5)が成立する。

$$Mg = f = k \left(\frac{I_0}{Z_0 + z_c} \right)^2 \quad (5)$$

なお、 I_0 は平衡時の電流、 Z_0 は平衡時の位置である。

この平衡点における状態から、電磁石のコイル電流の変化 Δi により僅かに位置がずれたときの運動方程式は、式(6)となる。

$$M \frac{d^2}{dt^2} (Z_0 + \Delta z) = Mg - k \left(\frac{I_0 + \Delta i}{Z_0 + \Delta z + z_c} \right)^2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} (Z_0 + \Delta z) &= \frac{k}{M} \cdot \left(\frac{I_0}{Z_0 + z_c} \right)^2 \\ &\quad - \frac{k}{M} \cdot \left(\frac{I_0 + \Delta i}{Z_0 + \Delta z + z_c} \right)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

式(6)に式(5)の関係を使うと式(7)のように書き直せ、さらに、平衡点近傍で線形化すると、式(8)を得る。

$$\frac{d^2 \Delta z}{dt^2} \approx \frac{2k}{M} \cdot \frac{I_0^2}{(Z_0 + z_c)^3} \Delta z - \frac{2k}{M} \cdot \frac{I_0}{(Z_0 + z_c)^2} \Delta i \quad (8)$$

ここで $x \equiv \Delta z$ 、 $u \equiv \Delta i$ とすると式(9)を得る。

$$\frac{d^2x}{dt^2} - ax = bu \tag{9}$$

$$a = \frac{2k}{M} \cdot \frac{I_0^2}{(Z_0 + z_c)^3} \quad (a > 0)$$

$$b = -\frac{2k}{M} \cdot \frac{I_0}{(Z_0 + z_c)^2} \quad (b < 0)$$

式 (9) より、制御対象となるこの磁気浮上系は、平衡点近傍で線形近似することにより 2 次系として取り扱えることが分かる。

さらに、式 (9) をラプラス変換すると、式 (10) となり、入力電流変化と変位間の伝達関数 $P(s)$ は式 (11) と表せる。

$$s^2 X(s) - aX(s) = bU(s) \tag{10}$$

$$P(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{b}{s^2 - a} \tag{11}$$

式 (11) より、この伝達関数の極は $\pm\sqrt{a}$ ($a > 0$) であるから、この磁気浮上系が本質的に不安定であることが分かる⁶⁾。すなわち、制御を施さないと浮上物体は重力で落下するか、電磁石に吸引されて付着するしかないことを意味している。この現象は視覚的に単純で、学習者に制御の必要性を理解させ、興味を抱かせるのに適している。

3. 制御器と制御系シミュレーション

式 (11) に磁気浮上系の線形モデルを示したが、このような系を安定化するには、一般に図 2 の状態フィードバック制御システムが考えられる。

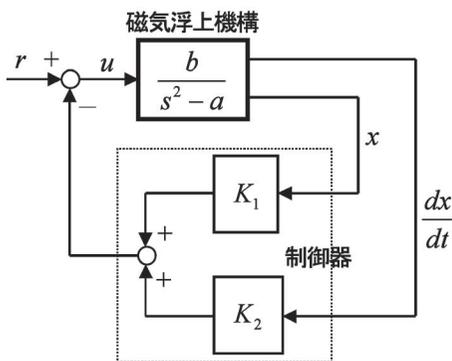


図 2 状態フィードバックによる磁気浮上系の安定化

図 2 のように、操作量を式 (12) とする状態フィードバックをかけると、制御系全体は式 (13) となる。

$$u = -K_1x - K_2 \frac{dx}{dt} + r \quad (r : \text{目標値}) \tag{12}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + bK_2 \frac{dx}{dt} + (bK_1 - a)x = br \tag{13}$$

従って、目標値 r から変位 x までの伝達関数は、式 (14) となる。

$$T(s) = \frac{X(s)}{R(s)} = \frac{b}{s^2 + K_2bs + (bK_1 - a)} \tag{14}$$

ただし、制御対象を平衡点近傍で線形化しているので、この伝達関数は、平衡点近傍での目標値の微小変化に対する浮上物体の微小変位の伝達関数であることに注意が必要である。

また、式 (14) から得られる特性方程式の根より、この系を安定化するには式 (15) の条件が必要であることが分かる。

$$K_2b > 0, \quad (bK_1 - a) > 0 \tag{15}$$

以上の理論的考察を数値解析により確認するために、設計値を表 2 のように設定する。なお、 k 及び x_c は、通常、実験的に求めるパラメータであるが、ここではシミュレーションのために、電磁石定数 K を k の設計値とし、 z_c は 0 とした。

表 2 の設計値を使い、制御システムシミュレーター Xcos⁷⁾ を使用して状態フィードバックのシミュレーションを行った。図 3 は Xcos により記述したシミュレーションプログラムの外観である。このような VPL (Visual Programming Language) によるシミュレーターを使用することは学生に制御システムの動作を理解させるのに効果的である。図 3 に記述したプログラムには、アンプの飽和や磁気浮上機構の非線形性などは、記述していない。学生にこれらの要素を記述させることで、制御系への理解を深めさせることが出来る。

図 4 は、浮上物体が平衡点にある状態 (すなわち、目標値 $r = 0$) で、出力値 x (変位) にステップ状の外乱 d が加わった時の変位 x の変化をシミュレーションした結果である。このように状態フィードバック制御を施すことにより、外乱 d が加わっても変位 x は平衡点に戻っており、磁気浮上系が安定化されていることがわかる。ただし、このシミュレーションは、平衡点近傍で線形化した磁気浮上系の振舞いを表したものであることに注意が必要である。

表2 磁気浮上系のシミュレーション用設計値例

| | 設計値 | | 設計値 |
|---------|-----------------------------|---------|----------------------------------|
| M | 0.02 [kg] | N | 200 (銅線径 0.8mm) |
| Z_0 | 0.015 [m] | S | $7.07 \times 10^{-4} [m^2]$ |
| I_0 | 2.0[A] | z_c | 0 |
| μ_0 | $4\pi \times 10^{-7} [H/m]$ | $k = K$ | $1.78 \times 10^{-5} [Nm^2/A^2]$ |
| K_1 | -200 | K_2 | -5 |

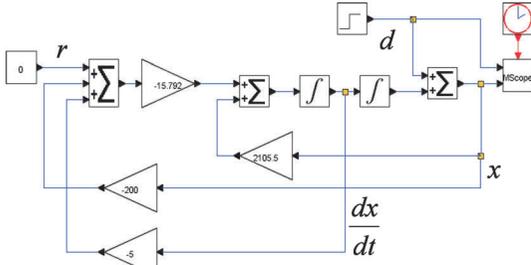


図3 Xcos で記述した磁気浮上制御系 (状態フィードバック)

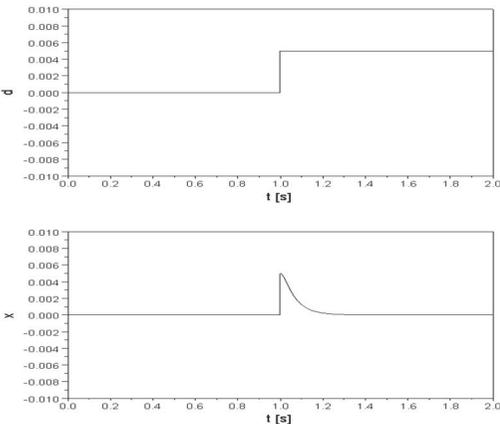


図4 Xcos によるシミュレーション結果 (上図: 外乱, 下図: 変位)

この状態フィードバック制御を実現するには、変位 x と速度 dx/dt を検出する必要がある。変位は光センサや磁気センサで比較的容易に検出できるが、速度の検出は難しい。また、実験コスト的にもセンサを複数必要とするのは不利である。

この状態フィードバックと同等な制御となり、回路的に実装しやすい、直列補償の PD 制御器を使用することを検討する。目標値 r と変位 x との偏差を $e = r - x$ とすると、式 (12) は式 (16) のように書き表せる。

$$u = K_1 e + K_2 \frac{de}{dt} + (1 - K_1)r - K_2 \frac{dr}{dt} \quad (16)$$

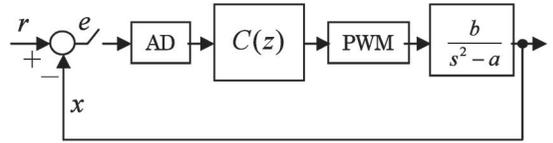


図4 PD 制御による磁気浮上安定化制御ブロック図

式(16)の前の二項は、偏差を入力とする PD 制御演算項であり、後の二項は、目標値を入力とするフィードフォワード項となっている。制御系の安定化は、フィードバックとなる前の二項で決まる。浮上物体の定常位置を平衡点 X_0 として式 (16) の目標値 r を 0 とすると、式 (16) は式 (17) となり、PD 制御器 $C(s)$ の伝達関数は式 (18) で与えられる。

$$u = K_1 e + K_2 \frac{de}{dt} \quad (17)$$

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_1 + K_2 s \quad (18)$$

一般的に、PD 制御器の実装では、完全微分要素 $K_2 s$ により高周波域において雑音や外乱の影響を受けやすくなることを避けるため、式 (19) のように積分特性を加え、位相進み補償器の形式を使用する。

$$C(s) = \frac{K_1 + K_2 s}{1 + T_I s} \quad (T_I : \text{積分時定数}) \quad (19)$$

式 (19) の連続系の制御器をマイコンに実装するため、双線形 Z 変換により式 (19) を離散系の制御器の伝達関数に変換すると式 (20) を得る。これを制御演算則として表すと式 (21) となり、これをマイコンのプログラムで実装する。この時の磁気浮上安定化制御のブロック図を図4に示す。

$$C(z) = K_1 \cdot \frac{\left(T_s + 2 \frac{K_2}{K_1}\right) + \left(T_s - 2 \frac{K_2}{K_1}\right) z^{-1}}{\left(T_s + 2T_I\right) + \left(T_s - 2T_I\right) z^{-1}} \quad (20)$$

(T_s : サンプルング時間)

$$u(k) = \alpha e(k) + \beta e(k-1) - \gamma u(k-1) \quad (21)$$

$$\alpha = K_1 \cdot \frac{\left(T_s + 2 \frac{K_2}{K_1}\right)}{\left(T_s + 2T_I\right)}, \quad \beta = K_1 \cdot \frac{\left(T_s - 2 \frac{K_2}{K_1}\right)}{\left(T_s + 2T_I\right)}$$

$$\gamma = \frac{\left(T_s - 2T_I\right)}{\left(T_s + 2T_I\right)}$$

以上、制御器の設計手順を詳細に記したが、実験演習では、学生は制御対象のモデル化からデジタル制御演算までをシミュレーションや設計計算を交えながら順を追って体験することで、制御理論から制御システム実現までの展開を理解することになる。また、現代制御の状態フィードバックと古典制御のPID 制御との関連も学ぶことになる。

4. Arduino の概要と実験システムの構築

3節で検討した制御器の設計過程を「コンピュータ制御」の実験演習に適用することを考慮し、マイコンにこのデジタル制御器を実装することを検討する。デジタル制御器をマイコンに実装するためには、I/O (周辺回路) として、A/D, D/A, タイマーが必要である。また、できるだけ実験演習の授業時間内で手軽にプログラミン出来る必要がある。

近年のマイコンは、低価格でありながら小形・高性能になっており、I/O 機能も充実している。このようなマイコンは多種多様に商品化されており、これまで工学実験などで、PIC シリーズ⁹⁾、H8 シリーズ、R8C

シリーズ⁹⁾のマイコンを使用してきた。しかしながら、これらのマイコンでは、プログラム開発環境とハードウェアが独立しており、マイコンシステムの製作者が開発環境を構築する必要がある。

制御工学学習のための実験演習システムには、前記のハードウェア要素とデジタル制御演算を容易にプログラム実装できるソフトウェア開発環境が必要である。このことから、Arduino マイコンシステムが適していると考えた。Arduino マイコンシステムは、マイコンと I/O を備えた電子回路基板と C 言語に類似した言語 (Processing/Wiring 言語) を実装した統合開発環境から構成されるシステムである。本研究では、Arduino Duemilanove という機種を使用する。このマイコン基板を写真 1 に、また、マイコン基板の特徴を表 3 に示す。

図 5 は、磁気浮上実験システムの回路図である。電磁石の駆動は、マイコンに搭載されている PWM 出力でパワー-MOSFET (東芝製: 2SK2232) のゲートを操作し、DC 電源からの入力をスイッチングすることで実現している。この回路図から分かるように、Arduino を使用することで回路は非常に簡単な構成で済み、ブレッドボードを利用すれば授業時間内で学生に回路製作から体験させることも可能である。

サンプリング時間の管理は、マイコン内蔵のタイマーにより行う。このサンプリング時間毎に浮上物体の位置を検出し、マイコン内蔵の A/D でデジタル値に変換して式(21)の制御器演算を行う。出力値は PWM 値に変換し、マイコン内蔵の PWM ポートより出力し、パワー-MOSFET を駆動する。



写真 1 Arduino Duemilanove マイコン基板

表 3 Arduino Duemilanove の特徴

| | | ATmega328P (Atmel 製) |
|--------------------------|-----------|---|
| マイクロコントローラ (1チップマイコン) | クロック | 16MHz |
| | フラッシュ ROM | 32KB |
| | EEPROM | 1KB |
| | SRAM | 2KB |
| I/O | デジタル I/O | 14 本 |
| | PWM | 6 本 (デジタル I/O 兼用) |
| | A/D | 6 本 10bit |
| USB インタフェース | | 1 式 |
| SPI インタフェース | | 1 式 |
| 電源 | | USB または、外部から DC7V ~12V を供給 内部+5V で動作 |

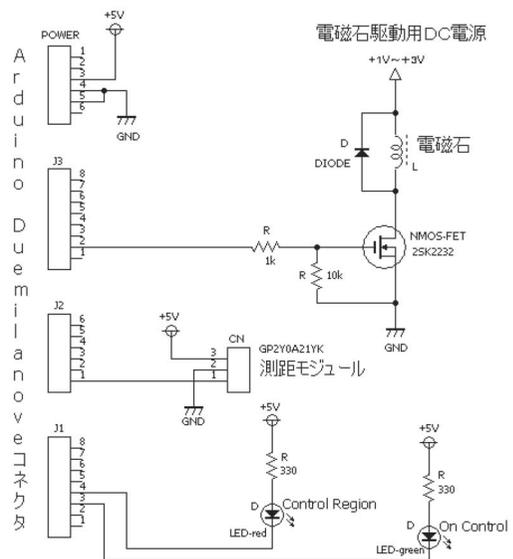


図 5 磁気浮上実験システムの回路図



写真2 実験システムの外観

写真2に実験システムの概観を示す。電磁石と浮上物体間の距離の検出には光学式の測距モジュール（シャープ製：GP2Y0A21YK）を使用した。測距モジュールは、浮上物体の下方に配置するが、電磁石と測距モジュール間の距離は一定であるため、浮上物体と測距モジュール間の距離を検出することにより、電磁石と浮上物体の距離が分かる。電磁石は、直径30 [mm]の鉄製ボルトに直径0.8 [mm]のエナメル線を200回巻いて製作した簡易なものである。また、電磁石は写真2のようにアクリルケース上部に接着剤で固定する。

実験演習では、式(5)の M, I_0, Z_0, k, z_c を測定により求め⁴⁾、式(9)の a, b を決定する。次に、式(15)に従って、 K_1, K_2 を定め、Xcos シミュレーターにより動作を確認する。その後、式(19)～式(21)により制御演算則を求め、制御プログラムを作成する。

制御プログラムは、PC上のArduino統合開発環境においてProcessing/Wiring言語で記述する。統合開発環境上でコンパイルした実行ファイルを、USB接続されたArduinoにダウンロードして実行する。このプログラムから実行までの一連の操作は、PC上に統合された開発環境で行えるため、実験演習の効率が良い。また、Arduino上で得られた検出信号や演算で求めた操作量などのデータは、USBを介してPCに送信することが可能であるため、PC上に制御量などを表示することもできる。これらのプログラムの開発が、実験演習を通して進展することを期待している。

5. まとめ

制御工学系実験演習において、制御対象に電磁石による磁気浮上という単純な機構を持つ磁気浮上制御系を採用することは、磁気浮上系がDCモータなどと異なり本質的に不安定な系であることにより、制御理論

の講義（座学）と実際の制御（実践）との関連を明確に意識しながら実験演習できるという利点がある。

本研究では、磁気浮上系の制御システム設計とその実装について、座学との関連が分かるように、できるだけ単純に設計解析するための手順とデジタル制御をマイコンで実現するための簡易なシステム構成を提案した。

今後は、この制御システムを専攻科の「コンピュータ制御」の実験演習で使用するとともに、設計過程で使用したOctave¹⁰⁾による制御系設計・解析プログラムやXcosによるシミュレーションプログラムを充実させ、4節で述べた実験過程を実験解説書として整備し、実験演習教材として完成させる予定である。

謝辞

本研究の一部は、高専改革推進経費、及び財団法人メカトロニクス技術高度化財団の研究助成の成果によっています。研究助成に対し、深く感謝の意を表します。

文献

- 1) 徳山高専シラバス：
http://www.tokuyama.ac.jp/japanese/departments/syllabus/syllabus_ie.html, 2010.09.17 確認
- 2) MassimoBanzi: Arduinoをはじめよう, オライリー・ジャパン, (2009)
- 3) 邦双嘩, 楊子江, 辻輝生: 磁気浮上系における適応非線形制御, 計測自動制御学会論文集, Vol. 32, No. 1, (1996)
- 4) 平原英明, 岡栄太郎: 磁気浮上制御装置の製作, 浜松職業能力開発短期大学校紀要, 第16号, (2008)
- 5) 平井紀光: やくにとたつ電磁気学, ムイスリ出版, (2007)
- 6) 斉藤制海, 徐粒: 制御工学, 森北出版, (2003)
- 7) Xcos: <http://www.scilab.org/products/xcos>, 2010.09.17 確認
- 8) PICシリーズ: <http://www.microchip.com/>, 2010.09.17 確認
- 9) H8シリーズ, R8Cシリーズ:
<http://japan.renesas.com/prod/mcumpu/>, 2010.09.17 確認
- 10) Octave: <http://www.gnu.org/software/octave/>, 2010.09.17 確認

(2010.9.18 受理)