

RC 部材内の曲げき裂と斜めき裂の関連性 に関する数値解析的検討

森川 竜太郎^{*1} 橋本 堅一^{*2} 島袋 淳^{*2}

A Numerical Consideration on The Relation of Bending Crack and Inclined Crack in RC Member

Ryutaro MORIKAWA^{*1}, Ken-ichi HASHIMOTO^{*2}

and Atsushi SHIMABUKURO^{*2}

We have confirmed the crack extension behavior that the inclined crack related to the shear failure of the RC member initiates at the crack tip of the bending crack in some previous reports. This crack extension behavior is numerically investigated by using the maximum energy release rate criterion in this study. The energy release rate is calculated by the E-integral method using finite element method. The numerical result could explain well the previous experimental result. Therefore, it became numerically clear that there is the crack extension behavior which the inclined crack related to the failure of the RC member grows from the bending crack tip.

Key Words: RC member, crack extension, maximum energy release rate criterion, inclined crack, bending crack

1. はじめに

鉄筋コンクリート(RC)部材内に生じる破壊き裂の発生及び、その進展状況は、4点曲げ荷重を受ける長方形断面の梁に限っても、せん断スパン比、引張り鉄筋比、せん断補強筋の有無などの変化により、様々な挙動を示す¹⁾。RC部材の耐力については多くの議論があり、最近では有限要素法を用いた様々な数値解析手法でその破壊挙動を含めた解析が可能になっている²⁾。RC部材の破壊を破壊力学の立場から考察する場合、発生したき裂に破壊エネルギーを考慮することが一般的となっているが、き裂の進展について、破壊を支配するクライテリオンを用いた本来の破壊力学の立場から議論することは興味のあるところである。破壊力学は本来、き裂の進展を扱う学問であるため、初期き裂の存在を仮定する。そのため、RC部材

の破壊をき裂の発生を含めて総合的に考えるのは困難である。しかし、破壊き裂の発生や発生したき裂のうち、どのき裂が進展しやすく、いつ、どの方向へ進むかについて議論することは、RC部材の破壊メカニズムを考慮するうえで、有効な資料になると考えられる。

本研究では、RC部材が4点曲げ荷重を受けるような境界条件のもと、荷重点と支持点の間の荷重点近傍に発生した曲げき裂が斜めき裂に移行していく現象に着目した。すなわち、実験結果に基づいた曲げき裂を仮定した有限要素モデルを考え、最大エネルギー解放率クライテリオンを用いて、破壊力学の立場からその曲げき裂の進展挙動を考察した。RC部材の解析については、コンクリートや鉄筋の構成関係、鉄筋とコンクリート間の付着の近似、ひび割れのモデル化などを十分考慮して解析する必要が

^{*1}環境建設工学専攻

^{*2}土木建築工学科

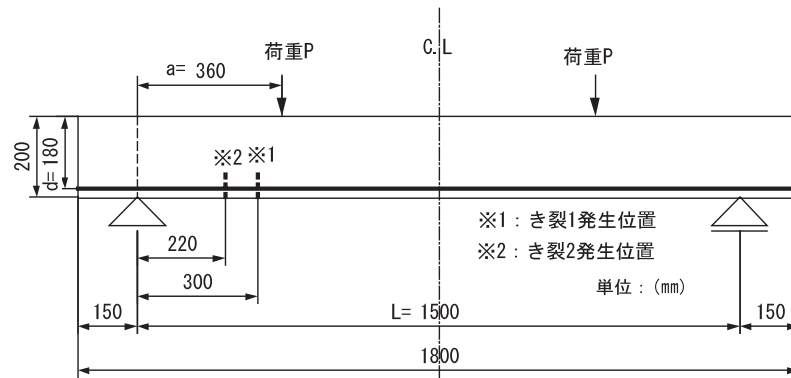


図-1 実験供試体概要図

あり、それらを考慮した報告も数多く見られるが、本研究の主とした目的がRC部材の耐力を問うものではなく、仮定したき裂の変形挙動や進展挙動のメカニズムを破壊力学的に考察することにあることから、用いたモデルは等方線形弾性体とした。また、破壊力学は線形弾性力学を背景に発達したものであるため、破壊力学におけるき裂進展パラメータである応力拡大係数やエネルギー解放率は塑性体には容易に適用できないことを注記する。さらに、初期き裂の発生を議論することは非常に重要であるが、破壊力学は欠陥からのき裂の進展を扱う立場であるので、初期き裂の発生に関しては議論を行っていない。しかし、コンクリート等の材料は、形成時より多くの欠陥（不連続面）が含まれていると考えると、そのどれが卓越するかといった問題や、全体的な破壊に至る際には1本か2本の不連続面が支配的になることを考慮すると、本研究のような破壊力学的な立場は重要となると考えられる。

2. 初期き裂の仮定

本研究で対象とした、き裂はせん断破壊を決定付ける斜めき裂に移行する可能性のある曲げき裂で有限要素法を用いてその曲げき裂の進展特性を考察した。RC部材の破壊にはいくつかの破壊形式がある¹⁾。せん断破壊の場合、I型断面では部材中央に突如斜めき裂が現れることもあるが、矩形断面の多くの場合、先行した曲げき裂先端から斜めき裂が発生し、進展してせん断破壊に至る。その一例³⁾を示した供試体の概要図を図-1に示す。ここで、梁の寸法は200 mm×1800 mm、有効高さ(d)は180 mm、支点間距離(L)は1500 mm、引張り鉄筋比(ρ)は2.1%としている。また、せん断スパン比(a/d)=2.0となるように、集中荷重(P)を載荷した。

本研究ではこの実験結果³⁾をふまえて図-2に示すような初期き裂を仮定した有限要素モデルを考え、仮定した

初期き裂が斜めき裂へと移行する際の進展挙動について解析的に検討する。

3. 解析手法と解析モデル

3.1 解析手法

エネルギー解放率を計算する評価式には次式に示す、補ひずみエネルギー型のE積分公式⁴⁾を用いた。

$$E(\ell) = \frac{\partial}{\partial \ell} \left[\int_{\Gamma \cap C^+} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s} \cdot \mathbf{u} \right) ds \right] - \int_{\Gamma \cap C^+} \left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \ell} \cdot \mathbf{u} \right) ds \quad (1)$$

ここで、 ℓ はき裂長さ、 Γ はき裂先端を含む閉領域の境界、 C^+ は閉領域内のき裂左右面である。また \mathbf{s} および \mathbf{u} はそれぞれ表面力ベクトルと変位ベクトルである。この式を数値解析して計算する場合、き裂長さ λ のモデル（以下、基本モデルと呼ぶ）と、き裂が微小長さ $\Delta\lambda$ 伸びたモデル（以下、き裂進展モデルと呼ぶ）の2つのモデルの解析を行う必要がある。き裂長さによる偏微分項は2点差分近似することにより、また経路積分は表面力と変位をそれぞれ離散化した節点 i の等価節点表面力 \mathbf{s}_i と、節点 \mathbf{u}_i 変位を用い、積分経路上の全節点で和を取ることににより求めた。すなわち次式を解析に用いた。

$$E = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\mathbf{s}_i(\ell + \Delta\ell) \cdot \mathbf{u}_i(\ell + \Delta\ell) - \mathbf{s}_i(\ell) \cdot \mathbf{u}_i(\ell)}{2\Delta\ell} - \frac{\mathbf{s}_i(\ell + \Delta\ell) - \mathbf{s}_i(\ell)}{\Delta\ell} \cdot \mathbf{u}_i(\ell) \right\} \quad (2)$$

ここで n は積分経路上の節点数であり、 (ℓ) および $(\ell + \Delta\ell)$ はそれぞれ基本モデル、き裂進展モデルの物理量であることを示している。

3.2 解析モデル

解析モデルの概要を図-2に示す。モデル寸法は実験結果³⁾を考慮し、図-1と同様の寸法とした。ここで、集中荷重(P)には100kNを載荷した。実験において、供試体下

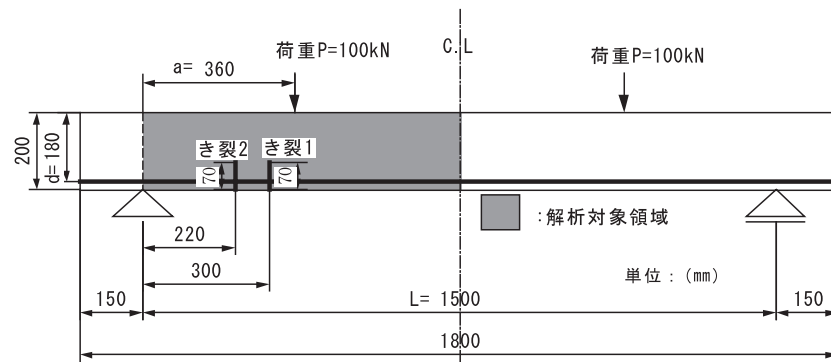


図-2 解析モデル概要図

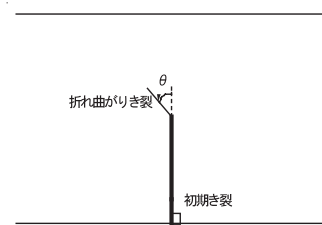
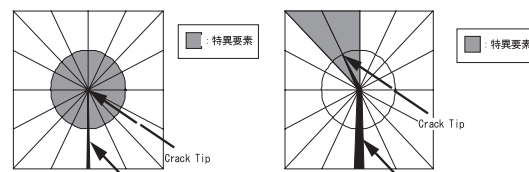


図-3 き裂進展方向



(a) 基本モデル

(b) き裂進展モデル

図-4 き裂先端の要素分割

部に配置した鉄筋の解析モデルへの適応はヤング率を換算することで対応した。また、鉄筋とコンクリートとの境界は完全付着であると仮定し、一体で挙動すると考えた。コンクリートのヤング係数を 21.0GPa、ポアソン比を 0.3、鉄筋のヤング係数を 210GPa、ポアソン比を 0.3 とした。そして、梁の向かって左側の支点から 300 mm と 220 mm の距離にき裂 1 (き裂長さ= l_1) と、き裂 2 (き裂長さ= l_2) の 2 本を初期き裂として仮定した。ここで、き裂 1 は実験においてき裂 2 の進展に伴い閉塞したき裂であり、き裂 2 は実験において斜めき裂に移行し、供試体の破壊を決定付けるまで進展したき裂である。よって、本解析ではき裂 2 の進展挙動について検討するものとする。上記のように、本解析で用いる式(2)は、基本モデルとき裂進展モデルの 2 つのモデルに対して解析する必要がある。き裂の進展は、初期き裂から真っ直ぐ (初期き裂面方向) に進むだけでなく、その方向を変えて進む場合もある。そのため、き裂進展方向の評価は図-3 に示すように、初期き裂の梁軸からの角度 $\beta = \pi/2$ (90 度) とし、き裂進展モデルにおけるき裂折れ曲がり角度 θ を $-0.875\pi \sim 0.875\pi$ (157.5 度) まで 0.125π (22.5 度) 毎変化させ、計 15 種類のき裂進展モデルの各折れ曲がり角度におけるエネルギー解放率の値で評価した。なお、き裂折れ曲がり角度は、き裂が初期き裂と同じ方向に進展した場合を $\theta = 0^\circ$ とし、反時計回りを正とした。また、き裂進展範囲は経験上初期

き裂長さの 0.01 倍とした。また、き裂の進展においてき裂面が接触した場合の摩擦条件としては Coulomb の摩擦条件を用い、その際の摩擦係数は 0.3 とした。

解析モデルには基本的に 8 節点アイソパラメトリック要素を用いて要素分割を行った。き裂進展モデルにおいて、要素が三角形となる場所は 6 節点アイソパラメトリック要素を用いた。き裂先端には特異性を表現できる特異要素^{5), 6)}を用いた。図-4 に基本モデルとき裂進展モデルにおけるき裂先端近傍の要素分割を示す。基本モデルにおいては、き裂先端がき裂進展範囲の中心にあるので、図-4 (a) に示すようにき裂先端を有する 16 個の要素全てが特異要素となる。き裂進展モデルにおいては、き裂先端が図-4 (b) に示すように移動するので、き裂先端を有する 4 個の要素が特異要素となる。本研究ではき裂面に接触問題を考慮した E 積積分法^{7), 8)}を用いるため、き裂を微小長さ進展させたモデルの解析が必要となり、き裂先端近傍をかなり細かいメッシュとしなければならない。さらに、接触条件を導入すると剛性マトリックスが非対称となり、接触節点で接触状態を判定するための繰返し計算が必要になるため、節点数が増えると著しく計算時間を要する。そのため実験では左右非対称であったが、計算時間の短縮のため左右にき裂を仮定したモデルとなる左半領域を解析対象(図-2 参照)とした。

本解析ではき裂 2 のき裂長さ l_2 を変化させた 2 種類のモデルを作成した。1 つは実験結果の供試体側面で観察

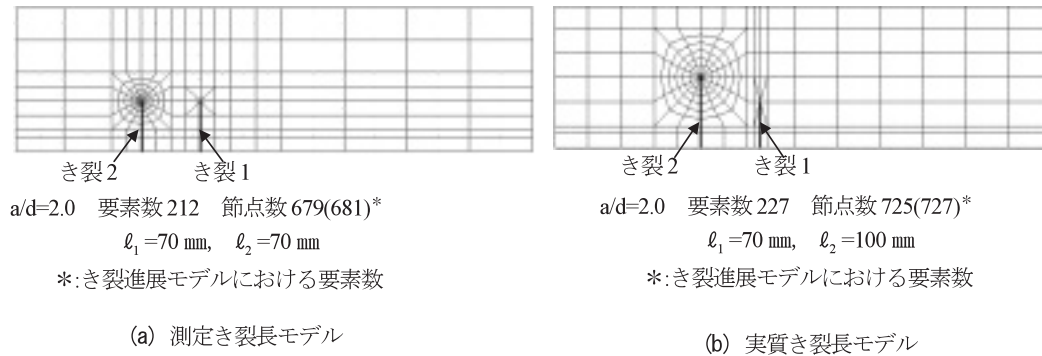


図-5 有限要素モデル

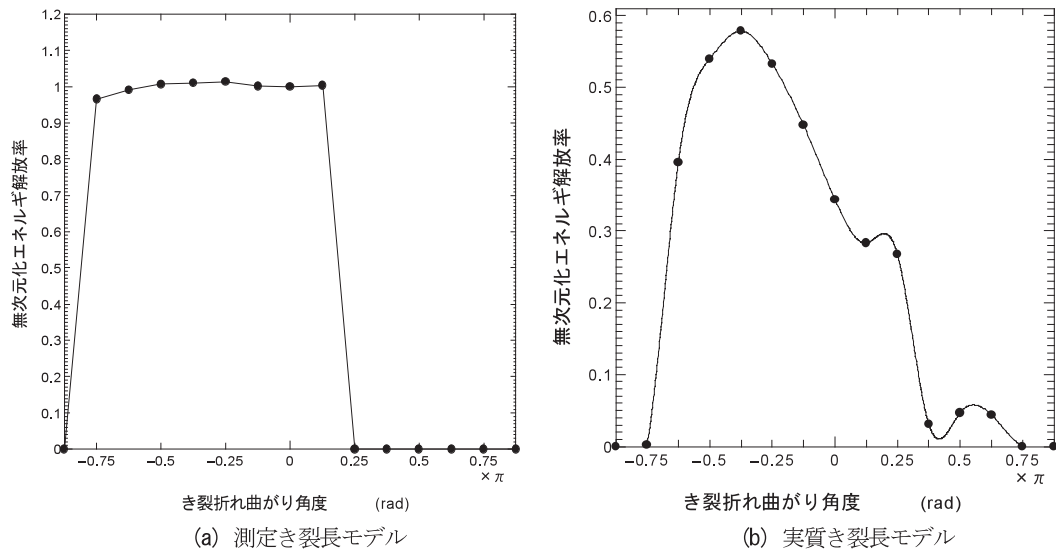


図-6 エネルギー解放率とき裂折れ曲がり角度の関係

されたき裂長さを持つモデル(測定き裂長モデル)であり、もう一方は、平面ひずみ供試体ではき裂の進展が内部で顕著であること、すなわち、き裂の進展を表面的なものとして、3次元的な進展を考慮して⁹⁾、き裂長さを前者のものより30mm伸ばしたモデル(実質き裂長モデル)である。その有限要素モデルを図-5に示す。測定き裂長モデル(図-5(a))は、 $l_2 = 70$ mmとし、基本モデルにおいて要素数212、節点数679である。き裂進展モデルにおいては要素数212で同数であるが、節点数は図-4に示すような要素分割を行ったため、き裂進展に伴い節点が2つ増え、681となる。実質き裂長モデル(図-5(b))は、 $l_2 = 100$ mmとし、要素数227、節点数725(き裂進展モデル=727)とした。また有限要素モデルにおいて式(1)の経路積分を実行する積分経路を、進展き裂先端を含むように5本設定した。

4. 解析結果と考察

図-6にエネルギー解放率とき裂折れ曲がり角度の関係を示す。ここで、エネルギー解放率は、測定き裂長モデルにおいてき裂が初期き裂と同方向($\theta=0$)に進展した際のエネルギー解放率で無次元化してある。以下、この無次元化エネルギー解放率をパラメータとして、最大エネルギー解放率クライテリオンにより考察を進める。

図-6(a)に測定き裂長モデルの解析結果を示す。 $\theta=0$ で無次元化したエネルギー解放率はき裂折れ曲がり角度 -0.875π 、および $0.250\pi \sim 0.875\pi$ の方向にき裂が進展した際のエネルギー解放率は0を示すが、 $-0.750\pi \sim 0.125\pi$ においては値を有す。このことは、き裂折れ曲がり角度 -0.875π 、および $0.250\pi \sim 0.875\pi$ においては、折れ曲がり点が固着することにより、進展したき裂が閉塞し、き裂が進展しない状態になるため(図-7(a)参照)、き裂進展によるエネルギーは生成されず、エネルギー解放率はほとんど0を示すものと考えられる。これに対して、 -0.750π

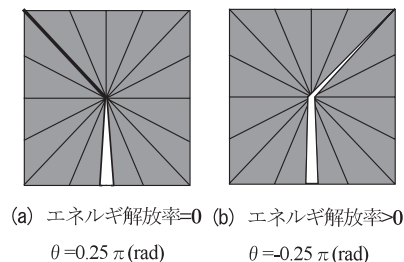


図-7 初期き裂先端から
き裂進展後の様子

～ 0.125π においては、進展したき裂は開口するため（図-7(b)参照）、き裂進展によりエネルギーが生成され、エネルギー解放率は値を有すると考えられる。また、き裂折れ曲がり角度 $-0.750\pi \sim 0.125\pi$ の範囲では、エネルギー解放率が扁平になるため、どの方向へ進展してもおかしくないといえる。

次に実質き裂長モデルに解析結果を図-6(b)に示す。図-6(b)より、エネルギー解放率はき裂折れ曲がり角度 $\theta = -0.375\pi$ (-67.5 度)でピークを示していることが読み取れる。これは初期き裂を測定き裂長モデルより 30mm 伸ばしたことにより、き裂先端が載荷点と支点を結ぶ線上にきた為、き裂は載荷点に方向に進展しやすくなったと考えられる。また、この傾向は実験結果との一致として認められる。

5. 結論

実験結果をもとに斜めき裂に移行した曲げき裂を仮定した数値解析モデルを作成し、数値解析を行った。そして破壊力学の立場から、エネルギー解放率をパラメータにして考察した結果、以下の知見が得られた。

- 1) 供試体表面で計測されたき裂長さを考慮した測定き裂長モデルにおいてき裂折れ曲がり角度 $-0.750\pi \sim 0.125\pi$ の範囲では、エネルギー解放率が扁平となった。
- 2) 測定き裂長モデルにおいてき裂はき裂進展角度 $\theta = -0.875\pi$ 、および $0.250\pi \sim 0.875\pi$ の範囲ではき裂面の境界条件を考えることにより、き裂面が形成されることがなく、その方向へはき裂が進展する可能性がないことが明らかとなった。
- 3) 供試体内部のき裂進展が表面より顕著であることを考慮した実質き裂長モデルにおいてエネルギー解放率はき裂折れ曲がり角度 $\theta = -0.375\pi$ (-67.5 度)でピークを示した。すなわち、き裂の進展方向が限定され、その方向も実験結果を説明する解析結果となった。

- 4) 実質き裂長モデルにおいてき裂進展角度 $\theta = -0.75\pi \sim -0.875\pi$ 、および $0.75\pi \sim 0.875\pi$ の範囲では、測定き裂長モデルと同様に、き裂面の状態を考えると、その方向へはき裂が進展しないと考えられる。

測定き裂長モデルでき裂の進展方向が扁平だったのに対し、実質き裂長モデルではき裂の進展方向が限定された。これは、言い換えればRC部材の破壊に関与するき裂は表面的なものではなく、3次元的なものであるということを示していることに言及できる。今後は、更に詳しいき裂の進展特性を解明するため、測定き裂長モデルよりき裂長さを短くした場合のき裂の進展状況、および、実験結果に見られたような初期き裂が梁軸に対し垂直ではなく、少し傾いた場合のき裂の進展状況について検討していく必要がある。

参考文献

- 1) たとえば田村 隆弘：軸方向引張り力を受ける鉄筋コンクリート棒部材のせん断耐力に関する研究、平成6年度長岡技術科学大学博士論文、pp. 108-109, (1996)。
- 2) たとえば Pimanmas, A. and Maekawa, K. : Shear failure of RC members subjected to pre-cracks and combined axial tension and shear, *J. Materials, Conc. Struct. Pavements. JSCE* No. 690/V-53, pp. 159-174, (2001)。
- 3) 森川竜太郎, 橋本 堅一, 島袋 淳：四点曲げRC部材内の斜めき裂発生・進展特性に関する一考察、徳山工業高等専門学校研究紀要、第25号、pp. 65-72, (2001)。
- 4) たとえば橋本堅一, 鱈 洋一, 矢富盟祥：鉄筋コンクリート梁内のき裂の進展挙動と破壊モードに関する研究、*応用力学論文集*, Vol. 2, pp. 21-28, (1999)。
- 5) Barsoum, R.S. : On the Use of Isoparametric Finite elements in linear fracture mechanics, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 10, pp. 25-37, (1976)。
- 6) Barsoum, R.S. : Triangular Quarter-point Elements as elastic and perfectly-plastic crack tip elements, *Int. J. Numer. Methods Eng.* 11, pp. 85-98, (1977)。
- 7) 鱈洋一, 矢富盟祥：圧縮荷重下におけるモードII型き裂進展に関する破壊力学的考察、*応用力学論文集*, Vol. 3, pp. 25-35, (2000)。
- 8) 矢富盟祥, 鱈洋一：圧縮荷重下にある進展き裂のE積分によるエネルギー解放率の有限要素解析、*土木学会論文集*, No. 612, I-46, pp. 251-263, (1999)。
- 9) 國尾 武, 中沢 一, 林 郁彦, 岡村 弘之：破壊力学実験法、朝倉書店、pp. 80, (1990)。

(2002.9.5 受理)