

対称な戦略型ゲームでの公平なコミットメント

石井良輔

コミットメントとは、実際の行動の前に自らの行動に制約を課し、その制約を実行（コミット）することである。コミットメントには様々な形態があり、コミットするプレイヤーに有利に働くこともあれば不利にも働くこともある。

Renou (2009) は、有限戦略型ゲームで「自分の行動集合のなかから事前いくつか行動を削除する」オプションのついたコミットメントゲームを分析した。唯一の行動にコミットするのではなく、コミット後も選択の余地が残るのが Renou (2009) の新規性である。

1/2	a	b
a	2,2	0,0
b	3,0	1,1

上のゲームでは、強く支配される戦略の繰り返し削除により唯一のナッシュ均衡点 (b,b) が求まる。Renou (2009) のコミットメントゲームでは、(b,b) をパレート支配する (a,a) を実現する部分ゲーム完全均衡点が存在する。そこでは、プレイヤー1が行動集合 {a} に、プレイヤー2が行動集合 {a,b} にコミットする (何もしない)。

プレイヤー1だけがコミットすることが不公平に感じられるかもしれない。公平性を実現するには、両プレイヤーとも何か一つの行動を削除して初めてコミットメントが実現し、コミットメント段階で何もしないプレイヤーがいれば基のゲームがプレイされるというルールも考えられる。ただし、基のゲームが非対称であるため、コミットメントの有無を基準にすることに疑問が残る。本稿では、基のゲームを対称ゲームに限定し、さらに「両プレイヤーが同じコミットメントを行って初めてそのコミットメントが実現する」というコミットメントゲームを考える。

1/2	a	b
a	2,2	0,3
b	3,0	1,1

上記「公平なコミットメント」を囚人のジレンマに適用すると、パレート効率が達成される。実際、両プレイヤーとも {a} にコミットするのは均衡行動になる。相手プレイヤーのコミットメント {a} を所

与とすると、{a} にコミットすれば自分の利得は2、{b} や {a,b} など他のコミットメントでは自他のコミットメントは取り消され、基の囚人のジレンマでの1を得る。一般に次の補題、命題が成り立つ。

補題 戦略数が有限の対称な戦略型ゲームを基とする「公平なコミットメントゲーム」では、基の戦略型ゲームのナッシュ均衡点は部分ゲーム完全均衡結果になる。

証明 全員が自分の全行動にコミットする (何もしない)。どのコミットメント組に続く基の戦略型ゲームでも、当該ナッシュ均衡点がプレイされる。行動段階はもちろん、コミットメント段階においても、逸脱しても同じ利得を得ることになるので逸脱するインセンティブはない。■

命題 戦略数が有限の対称な戦略型ゲームを基とする「公平なコミットメントゲーム」では、基の戦略型ゲームのナッシュ均衡点のうちいずれかを弱い意味でパレート支配する (全員が同じ利得でも可) 行動組、ただし当該行動組の全プレイヤーの行動の台を全プレイヤーが全て含む行動集合組のうち最小の対称行動集合からなる戦略型ゲームにおいて当該行動組がナッシュ均衡になる行動組は部分ゲーム完全均衡結果になる。

証明 当該行動組の全プレイヤーの行動の台を全プレイヤーが全て含む行動集合組のうち最小の行動集合に全プレイヤーがコミットする。経路上では当該行動組が、経路外での戦略型ゲームでは実現される行動組に弱くパレート支配されるナッシュ均衡点がプレイされる。コミットメント段階でどのように逸脱しても利得を改善できないので、上記の戦略は最適反応である。■

基のゲームが、対角線上の全行動組が基のゲームのナッシュ均衡点をパレート支配するなら、対角線上の全行動組が「公平なコミットメントゲーム」の部分ゲーム完全均衡結果となる。ある種のフォーク定理とみなせる。

文献

Ludovic Renou, 2009. Commitment games. *Games and Economic Behavior* 66, 488-505.