Lagrange 緩和法を用いた輸送用梱包材リユースシステムの配送計画の立案

石原　良晃*

A Heuristics on a Vehicle Routing Problem for a Reuse System of Transport Packages Using Lagrangian Relaxation

Yoshiaki ISHIHARA*

Abstract

This paper aims to propose a heuristics on a vehicle routing problem for a reuse system of transport packages. With the operation of reuse and/or recycling systems, effective systems for reverse logistics which disposed products are collected from customers are needed. In this paper, a vehicle routing problem for a reuse system of transport packages is considered. This paper proposes a heuristics using Lagrangian relaxation and column generation, and clarifies the effectiveness of our proposed heuristics from some numerical examples.

Key Words : Reuse system, Vehicle routing problem, Lagrangian relaxation, Column generation, Dantzig-Wolfe decomposition

1.　研究の目的

本研究は，輸送用梱包材リユースシステムにおける配送計画を立案するために列生成法を用いた解法を提案することを目的とする．これまでの研究で輸送用梱包材リユースシステムを対象とした配送計画の実用的な手法を提案している[1], [2]．　本研究では，配送計画問題をラグランジュ緩和し，ラグランジュ双対問題を列生成法により解き，その時生成される列を用いて実行可能解を生成する手法の有効性を数値実験により検証する．

2.　配送計画モデルの定式化

2.1　対象とするリユースシステム

回収・再生拠点間の使用済み輸送用梱包材の輸送は，輸送機器の空きスペースを使用し，輸送機器本来の輸送目的(目的地，輸送量，納期等)に影響を及ぼさないように配送を割り当てる．輸送機器の種類により輸送費が変動しないものとし，システム全体における配送量を最大化するように，輸送機器に配送を割り当てることを考える．図1に本研究で対象とする回収・再生拠点間の配送計画モデルの概念図を示す．各拠点は，回収および再生の機能を持ち，各拠点の担当する地域から使用済みの輸送用梱包材を回収し，再生品を使用する納入先を担当する拠点に配送する．再生された輸送用梱包材は，担当拠点から納入先に納入される．例えば，拠点1，拠点2で回収された納入先Cの使用済み輸送用梱包材は，納入先Cを担当する拠点3に配送される．本研究では，この拠点間の使用済み輸送用梱包材の配送を対象としている．図2に輸送機器の配送経路と拠点間の配送の例を示す．空きスペースのある輸送機器が現在地から目的地に向かい移動する場合に，輸送機器が利用可能時間内に目的地に到着できる範囲で，その移動途中にある回収・再生拠点間の配送を割り当てる．図 2 では，輸送機器が拠点 1～拠点3を経由し，拠点1から拠点2，拠点1から拠点3，拠点2から拠点3への使用済み輸送用梱包材の配送が可能になる様子を示している．

*情報工学科

2005年 9月29日 受付

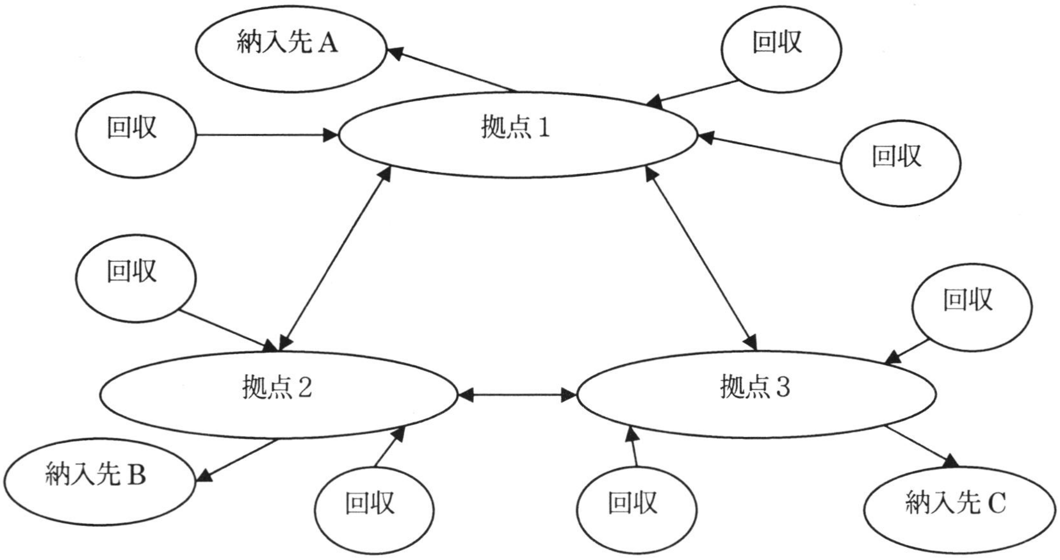

図1 回収・再生拠点間の配送計画モデル

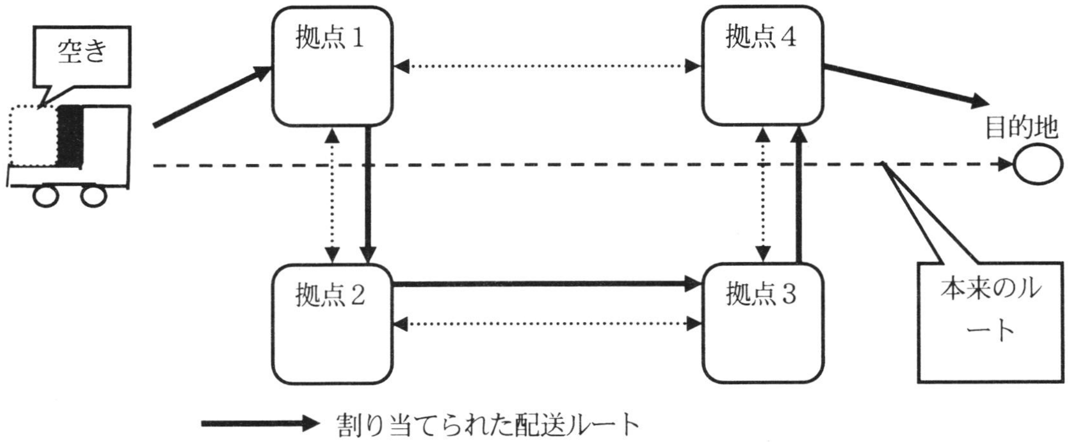

図2 輸送機器の配送経路と拠点間の配送の例

2.2 モデルの前提条件

輸送用梱包材のリユースシステムを対象とした配送計画モデルを構築するにあたり，以下のような前提条件をおく.

(1) 対象とする計画期間は1期間とする.

(2) 回収・再生拠点間の配送待ち輸送用梱包材の量を所与とする.

(3) 輸送費は，配送量と輸送距離によって決定され，使用する輸送機器によって輸送費は変化しない.

(4) 輸送機器の空きスペースを使用して可能な限り配送する.

(5) 輸送機器の本来の出発時間および到着時間を遵守する.

(6) 配送待ちの廃品量を分割し，複数の輸送機器が同一拠点間の配送を行なうことを認める.

(7) 拠点間の移動時間に関するデータはデータベース化されており，予め輸送機器の配送経路を求めることが可能である.

2.3 記号の説明

次のような記号を設定する.

N : 回収・再生拠点数

t_{ij} : 拠点iから拠点jへの移動に必要な時間

RT :移動時間データベースに登録されている総配

送経路数

MR_i : i 番目の経路の経由拠点数

v^i_j : i 番目の配送経路で j 番目に訪問する拠点

TR_i : i 番目の配送経路の移動時間

K : 輸送機器の台数

T^k : 輸送機器 k の利用可能時間

v^k_0 : 輸送機器 k の現在地

v^k_{N+1} : 輸送機器 k の目的地

$t^k_{0,i}$: 輸送機器 k の現在地から拠点 i までの移動時間

$t^k_{j,N+1}$: 拠点 j から輸送機器 k の目的地までの移動時間

g_i : 拠点 i における作業時間

輸送機器 k に関する情報を用いて，式(1)を満足する配送経路を移動時間データベースから抽出する.

$$TT^k_i = t^k_{0,v^i_1} + TR_i + t^k_{v^i_{MR^i},N+1} + \sum_{j=1}^{M^i} g_{v^i_j} \quad (1)$$

$$(k = 1,\cdots,K, i = 1,\cdots,RT)$$

R^k : 輸送機器 k の配送経路数

$\overline{M}^k_r$: 輸送機器 k が r 番目の経路を採用した場合に訪れる拠点数

$v^{k,r}_i$: 輸送機器 k が r 番目の経路を採用して配送した場合に i 番目に訪問する拠点

$\left\langle v^k_0, v^{k,r}_1, \cdots, v^{k,r}_{\overline{M}^k_r}, v^k_{N+1} \right\rangle$: 輸送機器 k が r 番目の経路を採用した場合の配送経路で，輸送機器の現在地から各拠点 $v^{k,r}_i$ を経由し，目的地に向かう配送経路を示している.

Q^k : 輸送機器 k の配送経路の集合で，以下のように表される.

$$\begin{aligned} Q^k = \{ & \left\langle v^k_0, v^{k,1}_1, \cdots, v^{k,1}_{\overline{M}^k_1}, v^k_{N+1} \right\rangle, \\ & \left\langle v^k_0, v^{k,2}_1, \cdots, v^{k,2}_{\overline{M}^k_2}, v^k_{N+1} \right\rangle, \cdots, \\ & \left\langle v^k_0, v^{k,R^k}_1, \cdots, v^{k,R^k}_{\overline{M}^k_{R^k}}, v^k_{N+1} \right\rangle \} \\ & (k = 1,\cdots,K) \end{aligned} \quad (2)$$

$(v^{k,r}_i, v^{k,r}_j)$: 輸送機器 k が r 番目の経路を採用した場合に可能となる拠点間の配送で，拠点 $v^{k,r}_i$ から拠点 $v^{k,r}_j$ への配送が可能であることを示す.

S^k_r : 輸送機器 k が r 番目の経路を採用した場合に配送可能となる拠点間輸送の集合で，以下のように表される

$$\begin{aligned} S^k_r = \{ & (v^{k,r}_1, v^{k,r}_2), \cdots, (v^{k,r}_1, v^{k,r}_{\overline{M}^k_r}), \\ & (v^{k,r}_2, v^{k,r}_3), \cdots, (v^{k,r}_2, v^{k,r}_{\overline{M}^k_r}), \cdots, \\ & (v^{k,r}_{\overline{M}^k_r -1}, v^{k,r}_{\overline{M}^k_r}) \} \end{aligned} \quad (3)$$

$$(k = 1,\cdots,K, r = 1,\cdots,R^k)$$

D_{ij} : 拠点 i から拠点 j への配送待ちの輸送用梱包材の量

W_{ij} : 拠点 i から拠点 j へ運搬することの優先度を示す係数

C^k : 輸送機器 k の積載可能量

$\delta^{k,r}_{ij}$: 輸送機器 k が r 番目の経路を採用した場合に配送可能となる拠点間輸送を示す係数，つまり，

$$\delta^{k,r}_{ij} = \begin{cases} 1 & (i,j) \in S^k_r \\ 0 & (i,j) \notin S^k_r \end{cases} \quad (4)$$

$$(k = 1,\cdots,K, \quad r = 1,\cdots,R^k)$$

$P^{k,r}_{ij}$: 輸送機器 k が r 番目の経路を採用して配送した場合の拠点 i から拠点 j への配送量(変数)

X^k_r : 輸送機器 k が r 番目の経路を採用して配送するとき 1，配送しないとき 0 となる 0-1 変数.

以上の記号を用いて，回収・再生拠点間の配送計画モデルを構築する.

2.4 配送計画モデルの定式化

各輸送機器が限られた時間内に回収・再生拠点間を巡りできるだけ多くの配送を実施するため，拠点間移動時間データベースから抽出された配送経路の中から拠点間の総配送量を最大するように配送経路を選択することを考え，以下のように定式化する.

(1) 目的関数

$$Z = \sum_{k=1}^{K} \sum_{r=1}^{R^k} \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} W_{ij} \cdot \delta^{k,r}_{ij} \cdot P^{k,r}_{ij} \longrightarrow \max \quad (5)$$

(2) 配送待ち輸送用梱包材の量に関する制約

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{r=1}^{R^k} \delta^{k,r}_{ij} P^{k,r}_{ij} \le D_{ij} \quad (6)$$

$$(i = 1,\cdots,N, j = 1,\cdots,N, i \neq j)$$

(3) 輸送機器の積載可能量に関する制約

$$\sum_{i=1}^{\bar{j}} \sum_{j=\bar{j}+1}^{\overline{M}_r^k} \delta_{v_i^{k,r} v_j^{k,r}}^{k,r} \cdot P_{v_i^{k,r} v_j^{k,r}}^{k,r} \leq C^k \cdot X_r^k \tag{7}$$

$$\begin{pmatrix} k=1,\cdots,K, r=1,\cdots,R^k, (v_i^{k,r} v_j^{k,r}) \in S_r^k \\ \bar{j}=1,\cdots,\overline{M}_r^k-1 \end{pmatrix}$$

(4) 輸送機器の利用可能経路に関する制約

$$\delta_{ij}^{k,r} \cdot P_{ij}^{k,r} \leq V \cdot X_r^k \tag{8}$$

$$((i,j) \in S_r^k, k=1,\cdots,K, r=1,\cdots,R^k)$$

$$\sum_{r=1}^{R^k} X_r^k = 1 \quad (k=1,\cdots,K^k) \tag{9}$$

$$X_r^k \in \{0,1\} \quad (k=1,\cdots,K, r=1,\cdots,R^k) \tag{10}$$

(5) 配送量の非負制約

$$P_{ij}^{k,r} \geq 0 \tag{11}$$

$$(k=1,\cdots,K, r=1,\cdots,R^k, (i,j) \in S_r^k)$$

式(6)-(11)を制約条件として式(5)を最大にする問題を回収・再生拠点間の配送計画モデルと呼ぶ.

3. Lagrange緩和, 列生成法を用いたヒューリスティック解法

3.1 列生成法を用いたラグランジュ双対問題の解法

前節で定式化した配送計画モデルを解くため, 非負のラグランジュ乗数$u=(u_{ij})$を用いて式(3-6)を緩和した配送計画モデルのラグランジュ緩和問題P_{LR}を考える.

[問題 P_{LR}]

$$Z_D(u) = \sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{R^k}\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}(W_{ij}-u_{ij})\cdot\delta_{ij}^{k,r}\cdot P_{ij}^{k,r} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} u_{ij}\cdot D_{ij} \longrightarrow \max \tag{12}$$

Subject to 式 (7)-(11)

P_{LR}は, 輸送機器ごとの配送計画問題(P_s)に分割することができる.

[問題 P_s]

$$Z_D^k(u) = \sum_{r=1}^{R^k}\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}(W_{ij}-u_{ij})\cdot\delta_{ij}^{k,r}\cdot P_{ij}^{k,r} \longrightarrow \max \tag{13}$$

Subject to

$$\sum_{i=1}^{\bar{j}} \sum_{j=\bar{j}+1}^{\overline{M}_r^k} \delta_{v_i^{k,r} v_j^{k,r}}^{k,r} \cdot P_{v_i^{k,r} v_j^{k,r}}^{k,r} \leq C^k \cdot X_r^k \tag{14}$$

$$\left(r=1,\cdots,R^k, (v_i^{k,r} v_j^{k,r}) \in S_r^k, \bar{j}=1,\cdots,\overline{M}_r^k-1\right)$$

$$\sum_{r=1}^{R^k} X_r^k = 1 \tag{15}$$

$$X_r^k \in \{0,1\} \quad (r=1,\cdots,R^k) \tag{16}$$

$$\delta_{ij}^{k,r} \cdot P_{ij}^{k,r} \leq V \cdot X_r^k$$

$$((i,j) \in S_r^k, r=1,\cdots,R^k) \tag{17}$$

$$P_{ij}^{k,r} \geq 0 \ (r=1,\cdots,R^k, (i,j) \in S_r^k) \tag{18}$$

ラグランジュ双対問題(P_{DLR})は輸送機器ごとに分割された問題(P_s)のすべての実行可能解から生成される制約条件からなる数理計画問題に定式化される.

[問題 P_{DLR}]

$$Z_D = \sum_{k=1}^{K} w_k + \sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} u_{ij}\cdot D_{ij} \longrightarrow \min \tag{19}$$

Subject to

$$w_k \geq \sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}(W_{ij}-u_{ij})\cdot\delta_{ij}^{k,r}\cdot\overline{P}_{ij,l}^{k,r} \tag{20}$$

$$(k=1,\cdots,K, r=1,\cdots,R^k, l=1,\cdots,L^{k,r})$$

ここで, $\overline{P}_{ij,l}^{k,r}$は, k番目の輸送機器のr番目の経路を使用した場合のl番目の実行可能解を示し, $L^{k,r}$は, 実行可能解の個数である.

ラグランジュ双対問題(P_{DLR})の制約条件の数が非常に膨大になるため, 輸送機器ごとに分割されたラグランジュ緩和問題(P_s)の解から生成される制約条件のみを考慮した限定主問題を用いてラグランジュ双対問題の解を求める. 限定主問題の解の情報を利用し, 子問題の解を求め, 限定主問題に新たな制約条件として追加する. 子問題の解から新たな制約条件が見つ

からなくなれば，ラグランジュ双対問題の最適解に到達している[3], [4].

3.2 実行可能解の計算方法

配送計画問題の実行可能解は，ラグランジュ双対問題(P_{DLR})を列生成法で解く過程で生成した列からなる問題(P_{DW})を分枝限定法で解くことにより求める[5],[6].

[問題 P_{DW}]

$$Z=\sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{R^k}\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}\sum_{h=1}^{L^{k,r}} W_{ij}\cdot\delta_{ij}^{k,r}\cdot\overline{P}_{ij,h}^{k,r}\cdot\lambda_{ij,h}^{k,r} \longrightarrow \max \tag{21}$$

Subject to

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{R^k}\sum_{h=1}^{L^{k,r}} \delta_{ij}^{k,r}\overline{P}_{ij}^{k,r}\cdot\lambda_{ij,h}^{k,r}\le D_{ij} \quad (i=1,\cdots,N,\ j=1,\cdots,N,\ i\neq j) \tag{22}$$

$$\sum_{h=1}^{L^{k,r}}\lambda_{ij,h}^{k,r}=\gamma_r^k \quad (k=1,\cdots,K,\ r=1,\cdots,R^k) \tag{23}$$

$$\sum_{r=1}^{R^k}\gamma_r^k=1 \quad (k=1,\cdots,K) \tag{24}$$

$$\gamma_r^k\in\{0,1\} \quad (k=1,\cdots,K,\ r=1,\cdots,R^k) \tag{25}$$

$$\lambda_{ij,h}^{k,r}\ge 0 \tag{26}$$

$$(k=1,\cdots,K,\ r=1,\cdots,R^k,\ l=1,\cdots,L^{k,r})$$

4. 数値例による評価

4.1 入力データ

本研究で提案した列生成法を適用した解法の有効性を示すため，数値例を示す．入力データが以下で与えられる場合の配送計画を求める.

(1) 拠点数，輸送機器数

$$N=10,15 \tag{27}$$

$$K=20,25,30,40 \tag{28}$$

(2) 拠点間の移動時間と配送待ち輸送用梱包材量

拠点間の移動時間は，拠点の平面上の位置を[0,100]×[0,100]の一様乱数で定めた後，各拠点間のユーグリッド距離で決定した．配送待ち輸送用梱包材量は，[0,5]の一様整数乱数により発生させた.

(3) 輸送機器の現在地から各拠点への移動時間および各拠点から輸送機器の目的地への移動時間

輸送機器の現在地と目的地を［-25,125］×［-25,125］の一様乱数で定めた後，各拠点とのユーグリッド距離で決定した.

(4) 輸送機器の利用可能時間，積載可能量

輸送機器の利用可能時間は，輸送機器の現在地と目的地の移動時間に 30%の余裕を与えて決定した．積載可能量は，[1,5]の一様整数乱数により発生させた.

(5) 拠点間の優先度

拠点間の配送の優先度は，[1,3]の一様整数乱数により発生させた.

(6) 輸送機器の各拠点における作業時間

各拠点のおける作業時間を次のように設定する.

$$g_i=5 \quad (i=1,\cdots,N) \tag{29}$$

4.2 計算結果

数値計算に使用したパーソナルコンピュータの仕様は，PentiumM(1.6GHz)，RAM(1024MB)である．実行可能解を生成するため，数理計画ソフトウェアXpress-MPを使用した[7].

表1に，ラグランジュ双対問題(P_{DLR})を解く過程で，問題 P_s で生成され問題 P_{DLR} の制約条件となった列のみを用いて実行可能解を求めた場合と，問題 P_s を解く過程で生成されたすべての列を用いて実行可能解を求めた場合の配送計画問題の実行可能解と最適解のギャップを示す．計算結果は，拠点数，輸送機器数ごとに一様乱数で 5 問生成した問題の計算結果の平均である．表1から問題 P_s で生成されたすべての列を用いて実行可能解を求めた場合に最適解とのギャップが1%程度であることがわかる．このことから，列生成法で生成された列を用いて求めた実行可能解を下界として配送計画問題を分枝限定法で解くために利用できると考えられる.

表1 計算結果の一例

拠点数	機器数	最適解と実行可能解のギャップ	
		P_{DLR} のみ	すべての P_s
10	20	0.086	0.012
10	30	0.076	0.009
15	25	0.080	0.012
15	40	0.080	0.009
平 均		0.080	0.010

5. まとめ

本研究では，以下のことを明らかにした。

(1) 輸送用梱包材リユースシステムを対象とした配送計画問題を数理計画モデルに定式化した。

(2) 配送計画問題をラグランジュ緩和し，ラグランジュ双対問題を列生成法により解き，その時生成される列を用いて実行可能解を生成する手法を提案した.

(3) 数値例を用いて提案した手法の有効性を明らかにした.

今後の課題としては，中継拠点を考慮した多期間配送計画に対して本研究で提案した手法を適用することなどが挙げられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり，広島修道大学教授，平木秀作氏，広島修道大学教授，坂口通則氏に，ご指導・ご鞭撻を頂いた．また，長村俊則氏には，静脈物流研究会において貴重な資料とご意見，ご説明を頂いた．ここに記して，深甚なる謝意を表す.

参考文献

[1] Y.Ishihara and S. Hiraki:"A Vehicle Routing Problem for Reuse System Using Column Generation", Proceedings of the First International Congress on Logistics, pp.202-209 (2004)

[2] 石原良晃，平木秀作:"輸送用梱包材リユースシステムにおける配送計画の立案"，日本経営工学会論文誌, Vol.56, No.1, pp.54-63 (2005)

[3] G.B.Dantzig and P. Wolfe, "Decomposition principle for linear programs", Operations Research, Vol.8, pp.101-111 (1960)

[4] F. Vanderbeck, "On Dantzig-Wolfe decomposition in integer programming and ways to perform branching in a branch-and-price algorithm", Operations Research, Vol.48, No.1, pp.111.129 (2000)

[5] M. L. Fisher, "The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems", Management Science, Vol.27, No.1, pp.1-18 (1981)

[6] 新井裕明，森戸晋，今泉淳:"同一並列機械ロットスケジューリング問題への列生成法の適用"，日本経営工学会論文誌, Vol.55, No.2, pp.69-76 (2004)

[7] Dash Optimization Ltd. : Application of Optimization with Xpress-MP (2000)