

## 沿岸海域の物質分散に関する考察

安田 秀一\*

### Consideration on Matter Dispersion in Coastal Waters

Hidekazu Yasuda\*

Matter dispersion due to the shear effect of currents in the coastal waters was analyzed as one of the important mixing dilution processes, and the estimation method of the dispersion coefficient was investigated using an idealized model. The present model is governed by the advective diffusion equation in which the current is given as a solution of the motion equation. The matter dispersion process in both steady and oscillatory currents with the boundary layers is revealed through the analysis of the advective diffusion equations. The difference in the dispersing behavior for both currents, the shear regions of which are respectively characterized by the Ekman and Stokes layers, is also elucidated by the present analysis. Although it is very hard to estimate the practical dispersion coefficient in the steady current because the characteristic time of the vertical diffusion when the dispersion coefficient converges is rather long compared to our daily life time, a practical one in the oscillatory current was obtained in case when the dispersing matter distributes around the boundary layer with a sharp shear because the value is determined by the thickness of the region where the actual characteristic diffusion time is fairly short.

#### 1. はじめに

沿岸海域は地形が複雑で陸からの影響を受けやすく、物理的な変動もさることながら、化学的および生物学的な要素も変化しやすく、溶存物質や懸濁物質など海中の物質の分布は時間的にも空間的にも極めて変動的である。化学的な変化を伴う溶存物質や遊泳能力を持つ赤潮などのプランクトン群は、変質したり独自の運動機能を持つなど多くの要素が混在して複雑な様相を

呈するが、流れや拡散のような物理的過程は、沿岸海域における様々な変動を理解し、そのような変動を予測する上で、基本的な海洋プロセスであると考えられる。流れの中の混合希釈過程については、未だに多くの解決すべき点が残されており、その解明は、沿岸海域の環境問題を詰め、高精度で実用的な予測モデルを構築するために、早急に解決すべき重要な基本的課題である。

---

水産大学校研究業績 第1615号, 1999年3月18日受付.

Contribution from National Fisheries University, No.1615. Received Mar.18, 1999.

\* 水産大学校 水産情報経営学科 数理科学講座(Lab. of Scientific Methodology and Modeling, Dept. of Fisheries Information and Management, National Fisheries University)

発表会議: NIOZ Colloquium(オランダ王立海洋研究所NIOZにおけるセミナー) 1997年3月13日

物質の混合希釈は、基本的には、分子拡散で引き起こされるが、拡散のスケールが水や空気の乱れの渦よりも大きくなると、渦動(乱流)拡散<sup>1,2)</sup>の概念で扱うことができる。拡散のスケールがさらに大きくなると、混合希釈が流れのシアアの影響を受けるようになり、シアア拡散 (shear diffusion) や縦方向物質分散 (longitudinal dispersion of matter)<sup>3-5)</sup>と呼ばれる新たな概念の混合現象が認められるようになる。沿岸海域の溶存物質や懸濁物質は、これらの混合希釈過程の影響を様々な形で受けており、その振る舞いを把握することは海洋環境の物理的なモデリングにおいても重要なことと考える。

シアア拡散や物質分散は、流れのシアアとシアアの方向(流れに垂直な方向)の拡散との複合作用によって流れの方向に生じる新たな混合希釈過程で、乱流拡散 (turbulent diffusion) と区別して移流拡散 (advective diffusion) と呼ばれることもあるが、ここでは以後「物質分散 (matter dispersion)」と呼ぶ。

物質分散の概念は、Taylor<sup>3)</sup>によって提案され、その理論的な解析<sup>3,6)</sup>以来多くの研究成果が報告されている。Elder<sup>7)</sup>は開水路中の定常流による分散係数の定常値について議論し、Bowden<sup>8)</sup>はそれを振動流に適用し、拡散代表時間が小さいという前提ではあるが、振動流中の分散係数は定常流中のものの半分になることを示した。振動流中の分散係数は拡散代表時間に係わってくるが、Holleyら<sup>9)</sup>は、流れのシアアが一様という仮定の下で、振動流中の分散係数の拡散代表時間への依存性を明らかにした。Smith<sup>4,10,11)</sup>は洗練された数学的テクニックを駆使して、時空間的に変動する拡散係数を導入し、さらに初期段階の問題にも触れるなど、より一般化された条件下で物質分散の挙動の解明を試みた。これらの物質分散の概念は、実用的に使用するために、流れの垂直方向(鉛直方向または横断方向)に平均して簡略化する手法がとられてきたが、それまでの扱いにおいては、混合希釈されたもの他に、流れ要素の変形によって単に引き伸ばされたものも分散係数の中に取り入れられ、平均操作に依存する見掛けのものを含んだ過剰な見積りもなされて

きた。

Yasuda<sup>5,12)</sup>は、物質分散も分子拡散と乱流拡散に並ぶ混合希釈過程の一つであるとの観点から、拡散方程式と運動方程式を両立させて、そこから得られる流速分布を持つ振動流中の物質分散を解析し、混合希釈のみに引き起こされる分散係数を、初期段階から定常段階までの時間変動値として求めた。これらの解析結果は定常流中の分散係数との対応性についても明らかにし<sup>12)</sup>、さらにこの解析手法を沈降速度を持つ物質(懸濁態物質など)の分散過程の解明に適用し、沈降速度と分散係数の関係を明らかにした<sup>13)</sup>。

Elder<sup>7)</sup>やBowden<sup>8)</sup>、Holley *et al.*<sup>9)</sup>の解析結果は、それが適用できる条件は極めて限られたものであるが、算術的な平均操作によって、一次元化された分散係数として単純化して求められ扱いやすいことから、水理学などではたびたび使われてきた<sup>14)</sup>。先にも述べたようにそれらによって得られた分散係数は混合希釈によるもの以外の要素も含んでおり、現象の実態も見失いがちである。

広い野原で焚き火をすると、煙が地上付近を風下側に這うように混合している様子を見ることがある。また、河川から海域に流入した淡水や工場排水が岸沿いに混合しやすいことが観測されることがある。これらは明らかに地上付近の境界層内の強いシアアを持った流れや、岸沿いの陸岸境界層内のシアア流に引き起こされる物質分散過程を表すものと考えられるが、上記の水理学的な平均操作に基づく手法では、このようなタイプの分散係数を求めることはできない。また、著者やSmithが求めた解析解は、混合希釈を表現しているが、数式も繁雑で実用的な取り扱いには適しているとは言い難い。

本研究は、これまでの物質分散の研究の考え方を整理し、混合希釈 (mixing dilution)の程度を表現する物質分散の解析に基づいて、流れのシアアや物質が分布する領域の設定などによって、現場海域などの流れの中で時間的にも場所的にも変動的な物質分散を、シンプルで実用的に取り扱うための手法を提唱しようとするものである。

## 2. 物質分散とは？

後で記すように、従来から分散係数の定義が曖昧なままにその概念を適用することが多いことから、従来の成果と本研究のモデルとの対応性も明確にするために、物質分散の一般的な解析法を整理しておく。

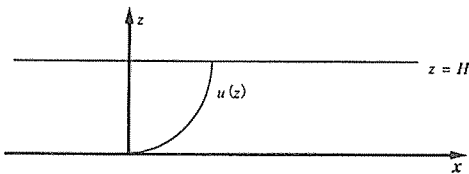


Fig. 1. Model basin where the matter dispersion is observed.

まず、水深が一定で地形が単純なFig. 1のような水深  $H$  の水路の中の鉛直縦断面内における拡散物質の挙動を考える。このモデルでは水平拡散係数は無視して、物質濃度  $S$  は、鉛直拡散係数  $k$  と水路方向 ( $x$  方向) の流れを  $u(z)$  輸送されるとして、次のような拡散方程式に支配されるものとする。

$$S_t + u(z)S_x = \{k(z)S_z\}_z \quad (1)$$

$t$  は時間で、 $x$  と  $z$  はそれぞれ縦方向と鉛直方向の座標を示し、添字はそれぞれの偏微分を表すものとする。 $k(z)$  は  $z$  方向に依存する鉛直拡散係数で、 $u(z)$  は  $x$  方向 (水路の縦方向) の流れは縦方向には一様で  $z$  方向にシアアを持つことを意味している。前節にあげた多くの論文は、鉛直平均操作によって、縦方向分散係数  $D$  は次のように表されるとし、特に水理学や海岸工学ではそれに基づいてフラックスの算定なども行っている<sup>10)</sup>。

$$D = -\frac{1}{H} \int_0^H u'(z) \int_0^z \frac{1}{k(z)} \int_0^z u'(z) dz dz dz \quad (2)$$

因みに  $u'(z)$  は流れの鉛直平均値からの偏差で、 $u(z) - \bar{u}$  (ただし、 $\bar{u} = \int_0^H u(z) dz / H$ ) で得られるものである。以後、上部のバー  $\bar{\quad}$  は鉛直平均量、ダッシュ  $'$  はそれからの偏差を表す。鉛直拡散係数がここで扱うように一定値の場合には  $k$  は積分記号の外に出る。この式に基づいて流れが定常流で  $u(z) = zU_0/H$  のように一次の形で表され (Couette 流)、拡散係数  $k$  が  $z$  に依存することなく一定値の場合は、分散係数は具体的に次のように導かれる。

$$D = \frac{U_0^2 H^2}{120k} \quad (3)$$

この場合  $U_0$  は海面での流速値に相当する。流れが  $u(z) = U_0(2z/H - z^2/H^2)$  のように二次の放物形 (Hagen-Poiseuille 流) の場合には、分散係数 (3) の分母の 120 が  $945/8 (\approx 118)$  のように変わる程度で、大きさはほとんど変わらないと言える (厳密には一次の流れの中よりも二次の流れの方が  $D$  が大きい)。このことは、注目する領域内にシアアがそれなりに存在する場合には、分散係数は流速分布にはあまり依存することなく、鉛直拡散係数で決定される。この中には濃度分布は入っていないが、この式は、基本的には次の式のような考え方から導かれたものである。

$$D = -\frac{\overline{u'S'}}{dS/dx} \quad (4)$$

これを導く条件としては、物質濃度の鉛直的な偏差は、鉛直平均値と比較して十分に小さい、つまり  $S' (= S - \bar{S}) \ll \bar{S}$  のような仮定が暗に含まれているが、その使い方は曖昧なままである。式 (2) から分散係数を求めるには、拡散係数  $k$  を明らかにするという困難が伴うが、式 (4) においては、対象となる物質の濃度と流速の分布を測定すればよいことから、Fischer<sup>15)</sup> や Dyre<sup>16)</sup> 以来、河川やエスチャリーにおける分散係数の測定法として、多くの研究者に利用されてきた。それによって得られた分散係数は、鉛直平均量に基づいたものとなるが、安田<sup>17)</sup> はその数値について解析的に

検討し、混合希釈以外の要素も含みやすいことなどの問題点も指摘した。物質分散を流れのシアアと拡散の複合作用によって引き起こされる流れ方向の混合希釈過程であるとする、算術的な結果ではなく物理的なプロセスとして解釈できるものでなければならない。

大気や海洋などの環境流体中には、シアア領域として、(1)地表付近や海面上の風、(2)海底近傍の流れ、(3)海面近くの吹送流、(4)海岸沿いの陸岸境界層、(5)密度躍層周辺やフロント周辺の流れ、などが挙げられる。このようなシアア領域にも、そこに物質が存在すれば、物質分布へのシアア効果が生まれ、それによる物質分散は生じるはずであるが、この場合の分散は式(2)や(3)で記述されるものとは明らかに異なっている。このような観点から、Yasuda<sup>19)</sup>は、沈降性の懸濁態物質に着目して、潮汐振動流が形成するStokes境界層\*に漂う場合の物質分散の特性を解析的に調べた。その解析解の中では境界層内に存在する物質の混合希釈の程度を表現する分散を示すことができたが、解はかなり複雑で、現場のデータの解析に適用されるようなものではなかった。本研究では、運動方程式で支配される流れを有する理想化されたモデルを想定して、その中の物質分散を議論し、分散係数を実用的な形で求める手法も提案する。

### 3. 物質分散のモデルと解析

本研究で議論する物質分散の現象を、前節で示した従来の手法と対応させ、考察と解析を容易にするために、流れが鉛直方向にシアアを持ち、そのシアアと鉛直拡散によって水平方向に混合希釈されるような分散過程モデルを想定する。ここでも水平拡散係数を無視すると、物質濃度  $S(x, y, z, t)$  は次のような移流拡散方程式に支配される。

$$S_t + u(z)S_x + v(z)S_y + wS_z = kS_{zz} \quad (5)$$

添字の  $t$  は時間、 $x$  と  $y$  は水平方向の座標で、 $z$  は鉛直方向の座標を示しており、添字  $t, x, y, z$  はそれぞれの偏微分を表している。以後もこれら4種類の記号の添字のみ、その方向の偏微分の演算を表すものとする。 $u(z)$  と  $v(z)$  は鉛直方向にシアアをもつ水平方向の流速成分(それぞれ  $x$  と  $y$  方向)で、 $w$  は物質の沈降速度(鉛直方向成分で一定)、 $k$  は鉛直拡散係数(一定と仮定)である。左辺第2項と第3項は移流フラックスに基づく項で、第4項は物質自身の沈降フラックスに基づく項であり、式(5)は、物質濃度がその重さ(比重)によってそれ自身の鉛直速度を持ち、水平方向の流れに輸送されながら拡散していくプロセスを表現している。

物質を輸送する流れは、ここでは水平方向のみを考えるが、その水平方向の流れは、次の運動方程式で支配されるものとする。

$$u_t - fv = F_x + \nu u_{zz} \quad (6)$$

$$v_t + fu = F_y + \nu v_{zz} \quad (7)$$

簡略化のために水の密度は一様とし、粘性係数  $\nu$  も鉛直方向のもののみを考慮して一定値とする。 $f$  は地球自転に係わるコリオリパラメータで、 $F$  は水粒子に働く外力ポテンシャルである。

このような条件の下では、流れのシアアは境界層内だけに形成される。具体的に式(6)と(7)によって得られるシアア領域は、定常的な流れの中ではEkman層\*\*で、一様な流れが作る海底上や、吹送流が引き起こす海面下に形成され、さらにシャープに形成された密度成層の上下にも生成される。また振動流の中では、潮汐流などが海底上に形作るStokes層が挙げられる。これまでの物質分散の研究は、流速分布や拡散係数を独立に与えるなど矛盾したモデルで議論されてきたが、本研究では、拡散方程式と矛盾しない運動方程式に基づく流れの中の物質分散モデルを考察する。

\* 振動流が形成する境界層で、その代表寸法は、鉛直粘性係数を  $\nu$ 、振動数を  $\sigma$  とすると、 $(\nu/\sigma)^{1/2}$  に比例する。

\*\* 地球自転効果によって形成される境界層で、その代表寸法は  $(\nu/f)^{1/2}$  に比例する。この境界層の構造は二次元的で、エクマン螺旋Ekman spiralとして知られている。

3. 1. 懸濁態 (粒子状)物質の鉛直分布

式(5)で支配される環境下においては, Yasuda<sup>13)</sup>によると, 0 次のモーメント  $M_0(= \int \int_{-\infty}^{\infty} S(x, y, z, t) dx dy)$  を支配する方程式は, 式(5)の両辺に  $\int \int_{-\infty}^{\infty} dx dy$  の演算を施すことにより下記のように得られる。

$$M_{0t} + wM_{0z} = kM_{0zz} \quad (8)$$

ここでは  $x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow \pm\infty$  においては  $S = 0$  であることから水平方向の移流項は消える。その解は, 海面と海底ではフラックスはない ( $wM_0 - kM_{0z} = 0$ ) との仮定の下で, 次のように導かれる。

$$M_0(z, t) = \frac{S_0}{H} \left[ \frac{\omega e^{\omega z/H}}{e^{\omega} - 1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-K_n t} \{ \alpha_{1n}(z) + \alpha_{2n}(z) \} F_n(z_0)}{N_n^2} \right] \quad (9)$$

ただし  $z_0$  は拡散物質を瞬間点源で投入した場合の投入点の  $z$  方向の位置 (深さ) で,  $S_0$  はそのときの投入物質の総量である。さらに,  $\alpha_{1n}(z) = \omega \exp(\omega z/2H) \sin p_n z, \alpha_{2n}(z) = 2n\pi \exp(\omega z/2H) \cos p_n z, F_n(z_0) = \omega \exp(-\omega z_0/2H) \sin p_n z_0 + 2n\pi \exp(-\omega z_0/2H) \cos p_n z_0$  を表し,  $\omega = wH/k, N_n^2 = (\omega/2)^2 + (n\pi)^2, K_n = N_n^2 k/H^2 = N_n^2 T_c, p_n = n\pi/H$  を示している。

拡散モデルで重要なパラメータの一つに, 鉛直拡散代表時間  $T_c (= H^2/k)$  があるが, これは物理的には, 式(8)で第2項がない場合 ( $w = 0$ ) に, 点源で投入された物質が鉛直方向にほとんど一樣になるまでの時間を表している (実際には  $T_c/2$  程度の経過時間で鉛直的に一樣になる)。従って,  $H/T_c (= k/H)$  が鉛直方向の代表速度ということになり, このことから  $\omega$  は鉛直拡散の代表速度で規格化した懸濁物質の沈降の比速度 (比沈降速度) と呼ぶことができる。式(8)は, 水平方向の移流がない場合 (原理的には水平移流項は存在しても問題はないが, ないとした方が考察する状況

が簡略化される) の, 沈降性懸濁態粒子の濃度の鉛直分布変動を支配する方程式と同等で,  $M_0(z, t)$  はその場合の濃度に相当する。沈降性懸濁態粒子の挙動を把握するために, Fig. 2 に, 海面で投入した物質が時間の経過とともに鉛直分布をどのように変えていくかを描いた。図の水深は全水深  $H$  で規格化しており, 比沈降速度  $\omega$  は  $-5$  (負は沈降を表す) の場合である。図中の各曲線を指し示す数値は  $T_c / 31.8'$  で規格化した経過時間を示している。先に  $\omega$  が無い場合には  $T_c / 2$  の経過時間で拡散物質は一樣になると記したが, 図中の数値 5 はこの約  $1/3$  の経過時間を示している。 $\infty$  は定常状態の分布で, この段階では沈降速度と鉛直拡散が平衡状態にある。

平衡状態の鉛直分布  $M_{0\infty}(z)$  は, 式(9)から  $t \rightarrow \infty$  を考慮して次のように求められる。

$$M_{0\infty}(z) = \frac{S_0}{H} \frac{\omega e^{\omega z/H}}{e^{\omega} - 1} \quad (10)$$

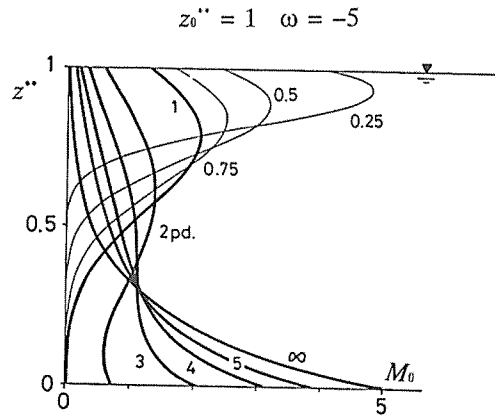


Fig. 2. Vertical profiles of the zeroth order moment,  $M_0(z, t)$ , at each time when the matter is released at the water surface ( $z (= z/H) = 1$ ). The settling velocity ratio of the suspended matter,  $\omega$ , is  $-5$ . The water depth corresponds to  $10 \times \beta^{-1}$  ( $H^* (= \beta_0 H) = 10$ ) and the elapsed times, indicated by numerals in the figure, are normalized by the oscillating period,  $T$ , considering the oscillating current field.

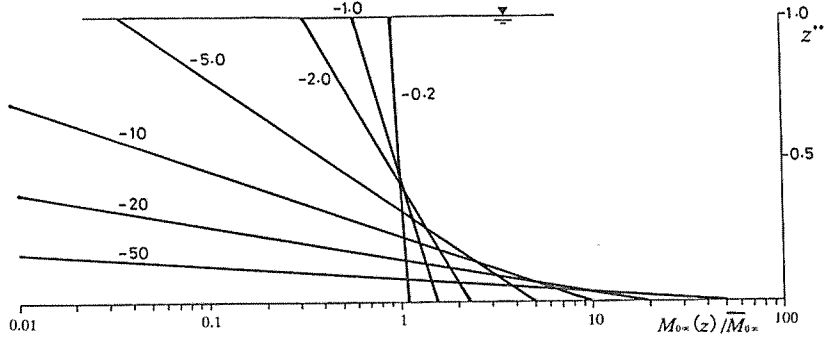


Fig. 3. Vertical profiles of the zeroth order moment at the stationary stage. Numerals at each profile indicate the settling velocity ratio of the matter,  $\omega$ .

Fig. 3 は、定常段階の平衡状態における物質の鉛直分布  $M_{0,0}(z)$  を  $\omega$  の各値ごとに描いたもので、横軸の濃度は対数軸で表している。当然のことではあるが、沈降速度が大きいほど物質はその多くが底近くに分布して平衡状態を保っている。

### 3. 2. 振動流中の懸濁態物質の縦方向分散

先にも述べたように、実際の海の中では明瞭なシア領域が形成されて、拡散物質がそのシア領域周辺に分布することによって、シアの影響を受けるような状況も度々見られる。本節では拡散物質の偏りを沈降速度を与えることによって再現し、Stokes境界層を形成する振動流中の分散特性を整理して、それに基づいて後の節で実用的に使える分散係数を導く。

振動流が形成するStokes境界層は、自転効果があると潮流楕円を形成して流速分布を複雑にするが<sup>10)</sup>、ここでは現象の理解を容易にするために自転効果は無視して、流れの振動は縦方向のみとして、分散は一方方向 ( $x$  方向) のみに引き起こされるものを扱う。従って運動方程式の(7)はここでは省略し、式(6)のコリオリ

項(第2項)もないとして、方程式  $u_t = F_x + \nu u_{zz}$  で流れが支配されるモデル海を想定する。そのときの流れの解は、海底で流速0、海面で摩擦応力が0の仮定の下で、次のように得ることができる。

$$u(z, t) = \text{Real} \left[ i \frac{F_x}{\sigma} \{ e^{-(1-i)\beta_s z} - 1 \} \right] \quad (11)$$

ただしこの場合は  $F_x = \text{Real} \{ F_a \cdot \exp(-iat) \}$  で、 $F_a$  は振動流を引き起こす周期的な外力の振幅、 $\sigma$  は振動流の振動数、 $\beta_s$  は  $(\sigma / 2\nu)^{1/2}$  のことでその逆数はStokes境界層厚の代表寸法である。実際には  $\beta_s^{-1}$  の約3倍がシア領域になっている。なおこの解は、水深は境界層厚よりは大きいとして、海面での厳密な設定を簡略化している。式(11)は整理して実部のみを表すと、

$$u(z, t) = U_0 [(1 - e^{-\beta_s z} \cos \beta_s z) \sin \alpha t + e^{-\beta_s z} \sin \beta_s z \cos \alpha t] \quad (11)'$$

のようになる。 $U_0$  は水面における流れの振幅で、

\* 振動流中の分散係数の時間変化を表すFig. 5と対応させやすいように与えた数値で、Fig. 5の条件のときの拡散代表時間  $T_c$  と振動周期  $T$  の比が約31.8となることから与えたもので、 $T_c / 31.8$  はFig. 5の場合の1振動周期  $T$  に相当する。

$F_0/\sigma$  で置き換えられるものである。

解(11)のように、流れの主軸が  $x$  方向にある時、物質分散もその方向に生じる。拡散物質が  $x=0$ ,  $z=z_0$  の位置に瞬間点源として投入された場合、 $t=0$  における初期条件は、 $S_0\delta(x)\delta(z-z_0)$  のように与えることができる。 $S_0$  は瞬間点源として投入された物質の総量で、 $\delta$  はデルタ関数を表す。混合希釈によって拡がった物質の統計的分散値  $\sigma_x^2(z, t)$  は次のようにして求められる。

$$\begin{aligned}\sigma_x^2(z, t) &= \frac{1}{M_0(z, t)} \int_{-\infty}^{\infty} \{x - \mu_1(z, t)\}^2 S(x, z, t) dx \\ &= \mu_2(z, t) - \mu_1(z, t)^2\end{aligned}\quad (12)$$

ここに、 $\mu_1$  と  $\mu_2$  はそれぞれ 0 次と 2 次モーメント  $M_0$  で規格化された 1 次と 2 次モーメントである。ちなみに  $p$  次モーメント  $M_p$  は次のように定義される。

$$M_p(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} x^p S(x, z, t) dx \quad (13)$$

なおこのモデルにおいては、 $y$  方向には流れは生成されないとして  $y$  方向に関するモーメントは扱わない。

$x$  方向の分散係数  $D_x(z, t)$  は統計的分散値の増加率によって次のように定義される。

$$D_x(z, t) = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2(z, t)}{dt} \quad (14)$$

有限領域(水深)の中では、式(2)などに示すように分散係数は鉛直平均量として定義されるため、従来のほとんどの物質分散の研究は、分散係数を  $z$  の関数として扱わなかった。しかしながら、物質分散を混合希釈過程と見なすのであれば、分散係数も鉛直平均量としてだけではなく、式(14)のように  $z$  の関数としての挙動も観測することができるはずである。

分散係数の元となる統計的分散値について、その鉛直平均値は従来から鉛直平均濃度に基づいて次のように定義されてきた。

$$\begin{aligned}\overline{\sigma_x^2}(t) &= \frac{1}{M_0} \int_{-\infty}^{\infty} \{x - \overline{\mu_1}(t)\}^2 \overline{S}(x, t) dx \\ &= \overline{\mu_2}(t) - \overline{\mu_1}(t)^2\end{aligned}\quad (15)$$

\* は、後の混合希釈を表現する鉛直平均量と区別するために付けている。式(15)は、物質の鉛直平均濃度に基づいているため、この中には、混合されたもの以外に流体粒子の伸びや変形までも含んでいる。このことをここで簡単に説明する。

Fig. 1 のようなシアーをもつ流れの中に瞬間線源 ( $S(x, z, 0) = S_0\delta(x)/H$ ) として投入された物質は、少し時間が経過すると、シアーと鉛直拡散によって概念的に Fig. 4 の上図のように分布する。この状態の物質の濃度を鉛直的に全水深で平均すると、下図のような縦方向の分布を描くことができるが、これはシアーによって単に引き伸ばされたものまでも含んでおり、混合によるものとの区別ができなくなっている。式(15)の統計的分散値はこれを表しており、それから得られる分散係数は、第2節の式(2)や(4)と同じものであるといえる。物質分散を混合希釈過程であると位置づけるのであれば、このような形で得られる統計的分散値については、扱いに注意を要する。

式(9)で示すように、物質が鉛直的に不均一に分布する場合(この場合には第2節の分散係数が成り立つ  $S' \ll \overline{S}$  の条件を満たしているとは言い難い)の、混合希釈による鉛直平均分散値は、式(12)の水深毎の分散値に、その水深の 0 次モーメントを考慮することによって、次のような形で求めることができる。

$$\begin{aligned}\overline{\sigma_x^2}(t) &= \frac{1}{H} \frac{1}{S_0} \int_0^H \int_{-\infty}^{\infty} \{x - \mu_1(z, t)\}^2 S(x, z, t) dx dz \\ &= \frac{1}{S_0} \overline{\sigma_x^2(z, t) \cdot M_0(z, t)} \\ &= \frac{1}{S_0} [\overline{M_2}(t) - \{\overline{M_1(z, t)}^2\}] \end{aligned}\quad (16)$$

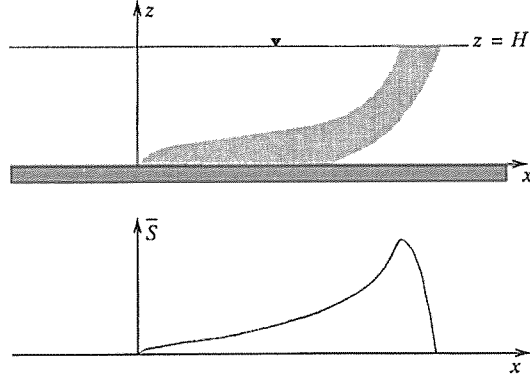


Fig. 4. The schematic explanation of a skewed longitudinal distribution of the matter produced by the current shear.

式(16)が与える鉛直平均分散値の時間変化率に基づく分散係数  $\overline{D_x}(t) \{= \overline{d\sigma_x^2(t)}/2dt\}$  は、物質の混合希釈のみによるものを表していると言える。なお式(16)に関しては鉛直平均演算を表す  $\overline{\quad}$  のかかる範囲には注意を要する。

ところで、式(13)のような  $p$  次のモーメントを支配する方程式は、拡散方程式(5)の両辺に  $x^p$  を乗じて  $x$  軸上に  $-\infty$  から  $+\infty$  まで積分することによって、次のように書き表される。

$$M_{pt} + \omega M_{pz} - k M_{pzz} = \rho u M_{p-1} \quad (17)$$

この形式解は次のように得られる。

$$M_p(z, t) = \rho \int_0^t \int_0^H G(z, t; \xi, \tau) u(\xi, \tau) M_{p-1}(\xi, \tau) d\xi d\tau \quad (18)$$

$G(z, t; \xi, \tau)$  は、式(17)の主要解となるグリーン関数で、後の定常流の場合とも共通するので、多少複雑ではあるが以下に記す。

$$G(z, t; \xi, \tau) = \frac{\omega e^{\omega(z/H)}}{e^{\omega} - 1} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{K_n(\tau-t)} E_n(z) F_n(\xi)}{N_n^2} \quad (19)$$

$$E_n(z) = e^{(\omega/2)(z/H)} (\omega \sin p_n z + 2n\pi \cos p_n z)$$

$$F_n(\xi) = e^{-(\omega/2)(\xi/H)} (\omega \sin p_n \xi + 2n\pi \cos p_n \xi)$$

変数  $\xi$  と  $\tau$  は  $z$  と  $t$  に対応するもので、式(19)のようにグリーン関数が明らかになると、0次のモーメントを知ることで、式(18)をとおして、既知の流速  $u(z, t)$  のもとで、漸次高次のモーメントが得られることを示している。3次以上の高次のモーメントは、拡散物質の拡がり方の正規分布からのズレを知るときなどで必要になるが、各水深毎の縦方向の分布はかなり速く正規分布になることが知られており、本報では2次までのモーメントを取り扱う。

具体的な解は非常に複雑なのでここでは省略するが、Fig. 5は、水面において瞬間点源として投入された沈降性懸濁態物質の縦方向分散係数  $\overline{D_x}(t)$  と  $\overline{D_x}^*(t)$  (実線が前者で統計的分散値(16)、破線は後者で(15)に基づく)の時間変動を描いたもので、比沈降速度が  $\omega = -5$ 、水深は  $H^*(= \beta_s H) = 10$  の場合 (Stokes境界層による実質的なシア領域の約3倍)である。沈降の様子はFig. 2のとおりで、その図中の数値が、物質投入時からの経過時間を振動周期で示したものである。Fig. 2とFig. 5を比較すると、投入後1周期まではこの物質はシア領域 (Fig. 2の底面から0.3の位置ま



でこの高さが  $z^*(= \beta_0 z) = 3$  に相当)には到達していないことから、分散係数の値も認められない。1周期目から2周期目にかけては、徐々に物質もシア領域の中にも到達しつつあり、分散係数も有意な値として現れてくる。後で記すが、 $k = \nu$  の場合には、このときの鉛直拡散代表時間  $T_c$  は振動周期  $T$  の約31.8倍となり、Fig. 5の30~31周期の分散係数は定常段階(振動流であるために周期的な変動は残るが、周期平均値は一定値に収束した段階)に達した状態を示している。破線で表した分散係数は流れの変形や伸びも含むために周期的な変動も大きく時間によっては負の値も示している。混合希釈による分散係数を表現する実線は負の値を示すことはない。つまり混合希釈は、物理化学過程のエントロピーの増加に対応するもので、周期変動の中においてさえ負の値をとるようなものであってはならない。

分散係数は通常  $U_0^2 H^2 / k (= U_0^2 T_c)$  で規格化され

ることが多いが、これは、拡散の方向の代表寸法を全水深  $H$  にとった場合で、そのときの時間の代表寸法(鉛直拡散代表時間  $T_c$ )は、 $H^2/k$  となる。シア領域に注目すると、そのときの拡散代表時間  $T_{sc}$  は、前述のような3倍程度の数値の考慮は後ですとして、 $(\beta_0^{-1})^2 / k$  となり、整理すると  $2(\nu/k)/\sigma$ 、さらに  $k = \nu$  とすると、 $2/\sigma$  が拡散代表時間ということになる。先に述べたように実質的なシア領域の厚さを  $3 \times \beta_0^{-1}$  のように考えると、シア領域内の拡散代表時間は、3の2乗を考慮して、 $18/\sigma$  となる。さらに  $\sigma = 2\pi/T$  より、 $T_{sc} = 18T/2\pi \approx 3T$  のようになって、拡散代表時間の1/2の経過時間でその領域内は鉛直的に均一になることからすると、Stokes境界層が形成される振動流の中では、1振動周期経過すればStokes境界層の中ではよく混合されていると言える。Fig. 5の分散係数は、Stokes層厚に注目した解析に基づいたことから、 $U_0^2/\sigma$  で規格化されている。分散係数のこの

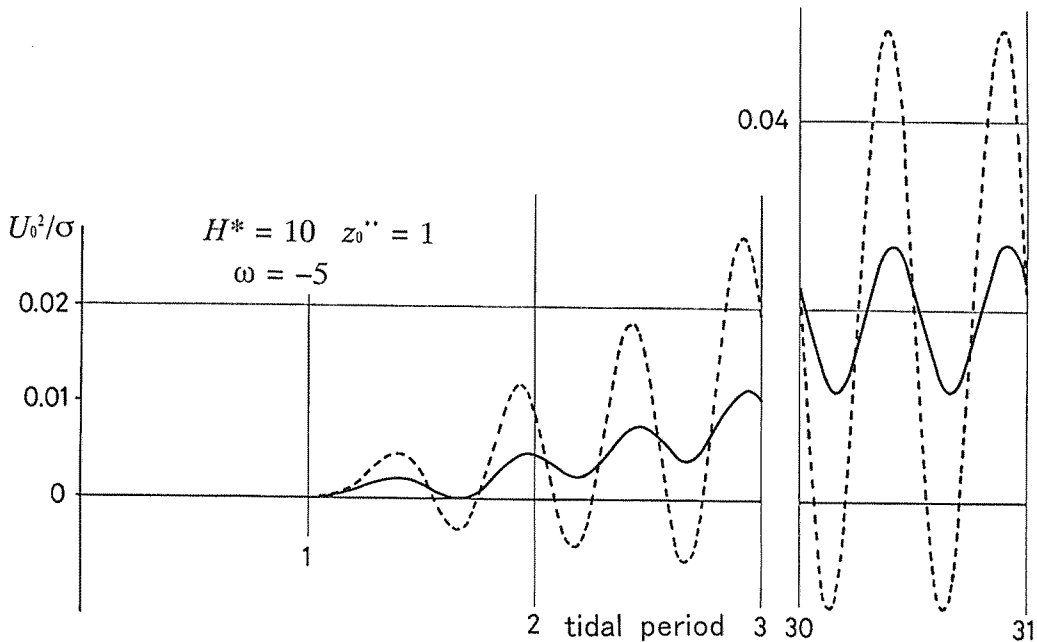


Fig. 5. Variations with time of the dispersion coefficient,  $\overline{D_x}(t)$ , of the settling suspended matter. The matter is released at the water surface ( $z_0^{**} = 1$ ) in the basin with the depth  $H^*(= \beta_0 H) = 10$ . The settling velocity ratio,  $\omega (= \omega H/k)$ , of the matter is  $-5$ . Solid and broken lines represent those obtained from equations (16) and (15), respectively.

数値は  $2\pi T_c/T (= 2H^2)$  で割ることによって、通常の  $U_0^2 T_c$  で規格化された分散係数の値に変換することができる。

懸濁態粒子状物質の振動周期で平均した定常段階の縦方向分散係数  $\overline{D_s}$  は、次のように求められる。

$$\overline{D_s} = \frac{1}{2} \frac{U_0^2}{\sigma} \frac{\omega}{e^\omega - 1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_n}{K_n^2 + \sigma^2} \frac{P_n^2 + Q_n^2}{N_n^2} \quad (20)$$

$$P_n = \int_0^H \alpha_{1n}(\xi) \eta_1(\xi) d\xi + \int_0^H \alpha_{2n}(\xi) \eta_1(\xi) d\xi$$

$$Q_n = \int_0^H \alpha_{1n}(\xi) \eta_2(\xi) d\xi + \int_0^H \alpha_{2n}(\xi) \eta_2(\xi) d\xi$$

ただし  $\alpha_{1n}(\xi) = \omega \exp(\omega/2 \cdot \xi/H) \sin p_n \xi$ ,  $\alpha_{2n}(\xi) = 2n\pi \exp(\omega/2 \cdot \xi/H) \cos p_n \xi$ ,  $\eta_1(\xi)$  と  $\eta_2(\xi)$  は、振動流が  $U_0[\eta_1(z) \sin \sigma t + \eta_2(z) \cos \sigma t]$  で表される場合の  $z$  方向依存成分で、 $\eta_1(\xi) = 1 - \exp(-\beta_s \xi) \cos \beta_s \xi$ ,  $\eta_2(\xi) = \exp(-\beta_s \xi) \sin \beta_s \xi$  を表す。

Fig. 6 は定常段階における周期平均分散係数  $D_s$  を比沈降速度  $\omega^*$  の関数として描いたものである。ただしここでも代表寸法については注意を要する。Fig. 2 で用いた比沈降速度  $\omega$  は  $wH/k$  のことで、全水深に基づいたものである。境界層厚の代表寸法  $\beta_s^{-1}$  に着目すると、新しい比沈降速度  $\omega^*$  は  $w/(\beta_s k)$  となり、それぞれの比沈降速度はお互いに  $\omega^* = \omega/H^* = \omega/(\beta_s H)$  の関係にある。 $\omega^*$  への依存性として描いたこの図によると、水路の水深に拘わらず、 $\omega^* = -1$  で分散係数は最大値をとっている。正の  $\omega$  は懸濁物質の比重が海水より軽くて上昇速度を持つ場合であるが、そのときには物質は上層に分布し、底層のシアアの影響を受けにくいので、分散係数は小さくなっている。 $\omega^* = 0$  は一般によく扱われる passive (それ自身で動く能力がない) な溶存態物質のものを表しているが、その場合には分散係数は水深にほとんど反比例している。Fig. 3 でも示すように、沈降速度が大きくなると物質はより海底近くに分布し、境界層の厚さよりもさらに薄い層の範囲に集積する。従って沈降速度が非常に大きいときには、物質は境界層のシアアの効果を有効に受けることができなくなって分散係数は小さくなっている。分散係数が最大値を示すときの沈降速度  $\omega^* =$

$-1$  は、 $\omega = H^* \omega^*$  の関係より、 $H^* = 5$  のとき  $\omega = -5$ ,  $H^* = 10$  のとき  $\omega = -10$ ,  $H^* = 20$  のとき  $\omega = -20$  のようになる。つまり、従来の物質分散の解析のように全水深に着目するのではなく、シアア領域である境界層に着目すると、より普遍的なプロセスが見えてくる。因みに、シアア領域としての Stokes 層厚が  $3 \times \beta_s^{-1}$  程度とすると、 $M_{0\infty}(z)/\overline{M_{0\infty}}$  が 1 以上の底層の領域と一致しており、このときの分散係数の最大値は、シアア領域と物質の存在領域が有効に影響しあった結果であると言える。

### 3. 3. 定常流 (吹送流) 中の懸濁態物質の水平分散

定常流の中の境界層としては、地球自転効果による Ekman 境界層が最も馴染み深い。式(6), (7)の中のそれぞれの非定常項  $u_i$  と  $v_i$  を省いた場合、それぞれの右辺第 1 項によって生成された流れが底面摩擦によって海底面上に Ekman 層を形成し、海面上を風が吹いた場合には上層に吹送流として Ekman 層が形成される。本節では、赤潮などのプランクトン群が風の影響を受けるような場合を想定して、風が吹いている場合の流れの中の分散を考察する。なおここでは、圧力勾配力に相当する式(6)と(7)の中の右辺第 1 項も省く。

簡単のために風は  $y$  方向に一律に吹いている場合を想定する。よく知られているように、この場合には鉛直平均流は  $x$  方向に流れる (Ekman transport)。その場合の流れの解は次のようになる。

$$u(z) = U_0 \exp(-\beta_f z) (\cos \beta_f z + \sin \beta_f z) \quad (21)$$

$$v(z) = U_0 \exp(-\beta_f z) (\cos \beta_f z - \sin \beta_f z) \quad (22)$$

$\beta_f$  は  $(f/2\nu)^{1/2}$  のことで、この逆数が Ekman 境界層厚の代表寸法で、ここでも実際のシアア領域はその 3 倍程度である。またこの解は海面を  $z = 0$  として鉛直下方向に正をとっている。

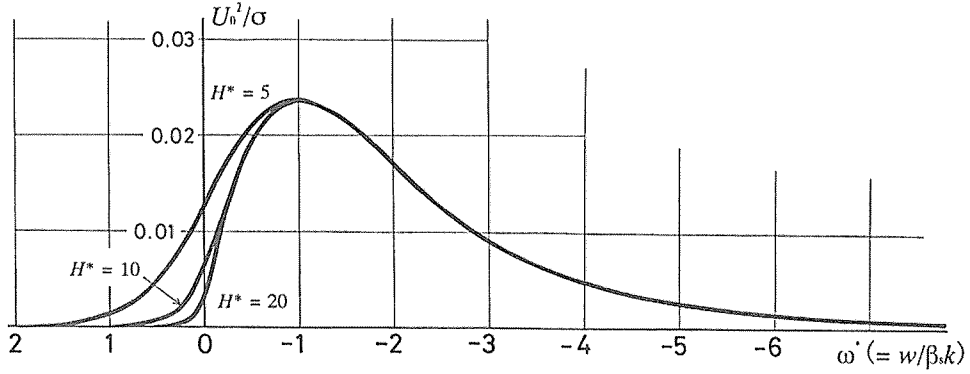


Fig. 6. Variations with  $\omega^* (= w/\beta_s k)$  of the averaged dispersion coefficient at the stationary stage,  $D_s$ , in the oscillatory current with the Stokes layer.

Ekman境界層内では、流れは二次元的な構造を持ったシア (Ekman spiral) を形成し、物質分散も一方向のみではなく二次元的に考える必要がある。その場合の1次のモーメントは  $x$  方向と  $y$  方向のものが定義され、それぞれ  $M_x(z, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} xS(x, y, z, t) dx dy$ ,  $M_y(z, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} yS(x, y, z, t) dx dy$  のように書き表される。これらの大文字の  $X$  と  $Y$  は、先に述べた偏微分を表す小文字の  $x$  や  $y$  とは区別される。また2次のモーメントは  $M_{xx}(z, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} x^2 S(x, y, z, t) dx dy$ ,  $M_{yy}(z, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} y^2 S(x, y, z, t) dx dy$  のように  $x$  方向と  $y$  方向のものが定義され、さらに後で詳しく述べるが、 $x$  方向と  $y$  方向の両方に係わるクロスモーメント  $M_{xy}(z, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} xy S(x, y, z, t) dx dy$  も定義することができる。それぞれのモーメントを求める方程式は、式(5)より求められる。0次のモーメントを求める方程式は式(8)と同様で、1次やクロスしない2次のモーメントも式(17)と同様に表されるが、クロスモーメント  $M_{xy}(z, t)$  に関しては次のようになる。

$$M_{xy} + wM_{xz} - kM_{yz} = uM_y + vM_x \quad (23)$$

この主要解であるグリーン関数も、左辺の形が同じであることから式(19)と同様で、1次のモーメント

$M_x$ ,  $M_y$  を知ることから、クロスモーメントも得ることが出来る。なお本節では、文字が増えて混乱しやすいので、 $\overline{M_0} = 1$  とする。

物質の拡がりは  $x$  方向と  $y$  方向の統計的分散値で表現されるが、さらに、拡がりの様子を把握するためには、クロスモーメントに関連する次のような共分散値  $\sigma_{xy}^2(z, t)$  を定義する必要がある。

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}^2(z, t) &= \iint_{-\infty}^{\infty} \{x - M_x(z, t)\} \{y - M_y(z, t)\} S(x, y, z, t) dx dy \\ &= M_{xy}(z, t) - M_x(z, t)M_y(z, t) \end{aligned} \quad (24)$$

二次元的な拡がりの表現には、 $x$  と  $y$  の各方向の統計的分散値に基づいて、代数平均  $(\sigma_x^2 + \sigma_y^2) / 2$  と幾何平均  $(\sigma_x^2 \cdot \sigma_y^2)^{1/2}$  を導入することができる。水平的な拡がりが等方的ではなく方向性がある (主軸が明瞭に存在する) 場合は、代数平均の方は主軸の長さを評価する分散値となり、主軸の方向に依存して値が変化するという事はない。しかし幾何平均については、主軸が  $x$  軸か  $y$  軸に一致しているときは、拡がりを楕円の面積に相当する形で表現することになるが、主軸と座標軸が異なると値を過大評価してしまう。拡がりの主軸が明らかになって主軸方向の統計的分散値を  $\sigma_1^2$ , 短軸方向成分を  $\sigma_2^2$  とすると、それらの幾何平

均が面積に相当する拡がりを表現することができ、 $x$ 軸と $y$ 軸方向の各成分との関係は次のようになる。

$$\sigma_{\Lambda}^2(z, t) = \sqrt{\sigma_{\xi}^2 \cdot \sigma_{\eta}^2} = \sqrt{\sigma_x^2 \cdot \sigma_y^2 - \sigma_{xy}^2} \quad (25)$$

なお、主軸の方向 ( $\xi$  軸) と  $x$  軸の角度  $\theta$  は、 $\tan 2\theta = 2\sigma_{xy} / (\sigma_x^2 - \sigma_y^2)$  の関係にある。ちなみに代数平均については上述のように  $(\sigma_x^2 + \sigma_y^2) / 2 = (\sigma_{\xi}^2 + \sigma_{\eta}^2) / 2$  の関係にある。以後代数平均分散値は  $\sigma_{\xi}^2(z, t)$  で表す。

物質分散に関する従来のほとんどの解析が、一方向のみに注目した縦方向分散であったことからすると、水平分散を代数平均で評価することも考えられるが、海洋乱流拡散の円形パッチ理論に対応させると式(25)による主軸方向幾何平均で評価することもできる。円形パッチ理論に対応する分散係数  $D_{\Lambda}(z, t)$  も  $d\sigma_{\Lambda}^2(z, t) / 2dt$  で求められる。

鉛直方向に注目して、混合希釈過程を考慮した鉛直平均値は、それぞれ次のようにして得ることができる。

$$\overline{\sigma_{\Lambda}^2}(t) = \frac{1}{H} \int_0^H M_0(z, t) \sigma_{\Lambda}^2(z, t) dz \quad (26)$$

$$\overline{\sigma_{\xi}^2}(t) = \frac{1}{H} \int_0^H M_0(z, t) \sigma_{\xi}^2(z, t) dz \quad (27)$$

また主軸方向のみを注目すると、

$$\overline{\sigma_{\xi}^2}(t) = \frac{1}{H} \int_0^H M_0(z, t) \sigma_{\xi}^2(z, t) dz \quad (28)$$

のようになる。さらに式(14)などと同様の演算を施すことによって、それぞれの鉛直平均分散係数が定義できる。

Ekman境界層による物質分散の特徴を把握するために、Fig. 7に、溶存物質に相当する  $\omega = 0$  の場合の幾何平均による分散係数  $D_{\Lambda}(z, t)$  と主軸方向の分散係数  $D_{\xi}(z, t)$  の鉛直分布を各経過時間毎に描いた。破線は主軸の方向 ( $x$  軸を基準に反時計廻りを正とする) である。ただし、初期条件は瞬間線源 ( $S(x, y,$

$z, 0) = S_0 \delta(x) \delta(y) / H$ ) としている。振動流の時の振動周期に相当するものとして、自転効果を考慮した回転系の流れにおいては、慣性周期  $T_p (= 2\pi / f$ ; 北緯35度付近で約21時間) が時間の基本的な代表寸法となる。また、振動流の場合のStokes境界層のように、鉛直的な代表寸法をEkman境界層と見なすことができるが、この図は、Ekman境界層で規格化した水深  $H_f (= \beta_f H)$  が10 (実質的なシア領域の3倍強の水深) のときの様子を描いている。縦軸の無次元水深  $z'$  は  $\beta_f z$  のことである。モデルを複雑にしないために、ここでも  $k = \nu$  とするが、鉛直拡散代表時間  $T_c (= H^2 / k)$  と  $T_p$  との関係は  $T_c = (H_f^2 / \pi) \cdot T_p$  で、この場合は  $31.8 \times T_p$  となって、最後の図の  $10 \times T_p$  は拡散代表時間の約  $1/3$  に当たる。最後の図の3つの矢印  $D_{\infty}, D_{\Lambda\infty}, \theta_{\infty}$  は、それぞれの定常段階における値を示している。

Fig. 7の最初の図は、北緯35度を想定すると、経過時間25分程度に相当する (カッコ内の数値は  $T_c$  で規格化した経過時間) が、この段階においては、分散はEkman層内に限定されてその主軸も強く捻れていることが認められる。このときの流れは、 $y$  方向の風に対して  $x$  方向のEkman Transport が生成されている状況にあるが、分散の主軸は定常段階においても  $x$  軸から  $10^\circ$  近くずれている。  $D_{\Lambda}$  と  $D_{\xi}$  の大きさの違いは、水平分散係数の非等方性を示している。

Fig. 8は式(28)に基づく鉛直平均分散係数  $\overline{D_{\xi}}$  を、各水深毎に物質の上昇速度 (前節の振動流の場合とは  $z$  軸が逆向き) の関数として描いたものである。各水深毎の曲線がグラフの中にまとまりやすいように、上昇速度は  $\omega (= wH/k)$  で、分散係数は  $U_0^2 / f$  で規格化した。下の3本の破線は、式(26)に基づく水平分散係数  $\overline{D_{\Lambda}}$  を表すが、ここでは前者の主軸方向の分散係数に注目する。

$\omega = 0$  の場合には、振動流の場合の分散係数は水深  $H' (= \beta_f H)$  に反比例したが、ここではむしろ水深  $H_f' (= \beta_f' H)$  とともに増加する傾向にあって、次第にある値に収束する様子が見受けられる。分散係数が最大値を示すときの上昇速度も、水深の増加とともに絶

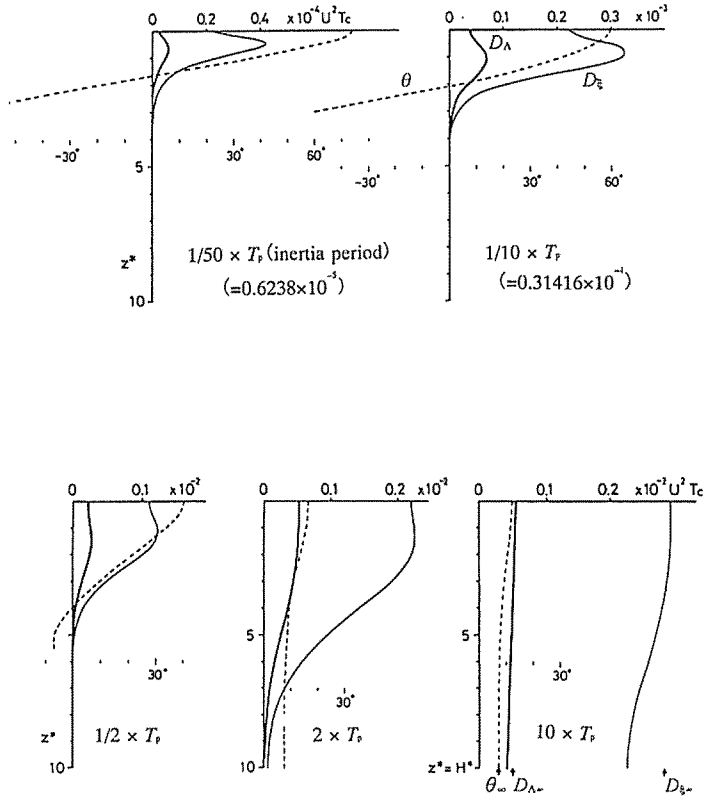


Fig. 7. The vertical profiles of the dispersion coefficient at each elapsed time(normalized by  $T_p$ ) in the basin of  $H^* = 10$ . The thick and thin solid lines respectively indicate the geometric average,  $D_A(z, t)$ , and the major axis component of the dispersion coefficient,  $D_2(z, t)$ . The dashed line is the orientation of the major axis,  $\theta(z, t)$ .

対値が大きくなる傾向にあるが、この値も徐々にあるところに収束しているように見える。分散係数の最大値も  $\omega = 0$  のときと同様、 $H_f^*$  と共に増加の傾向にあると言える。またこの定常流においても、物質が鉛直速度（ここでは上昇速度）を持ってシア領域に漂う割合が多くなると、分散係数は大きくなるという傾向があり、上昇速度がさらに大きくなると分散係数は小さくなっている。振動流においては無次元の比鉛直速度をStokes境界層に着目して表して、水深に拘わらず  $\omega^* (= w/(\beta_s k)) = -1$  のときの最大値を示したが、

Ekman境界層においても同様に  $w/(\beta_f k) (= \omega/H_f^*)$  で整理すると、図からも推測できるように、水深が大きくなるに従って上昇速度は小さくなるのがわかる。このことは言い方を変えると、形成されたEkman層に対して物質（または0次のモーメント）がその周辺に漂っているとき、分散係数はシア領域と物質の分布の状態だけではなく、水深も関わってくることを意味している。しかしこのことはあまり意味がない。定常流の場合でも、拡散代表時間  $T_c$  は、慣性周期  $T_p$  と  $T_c = (H_f^{*2}/\pi) \cdot T_p$  の関係にあり、 $H_f^*$  が10を超えると

1ヶ月近くになる。その1/3から1/2の経過時間（10日から15日）で定常段階になるといえるが、これまでの解析結果からもわかるように<sup>12)</sup>、定常流の中では、定常値に至るまで、分散係数は漸次増大しており、自然環境の中で、途中で状況が変化することなく、現象が定常になることはあり得ないと考えられる。また10日間以上も流れていけば、普通は流下方向に沿って流れの状況も変わるであろう。定常流中の分散係数の定常値は、可能性を示す数値で、式(2)や(3)のような扱い方には十分な注意を要すると言える。

#### 4. 分散係数の算定法

振動流の流速分布が定常流と同じとき、つまり、定常流が  $U(z)$ 、振動流が  $U(z)\sin \omega t$  のように表されるとき、Bowdenは振動流による分散係数は定常流の1/2になることを示した<sup>7)</sup>。Holleyらは、それは拡散代表時間  $T_c$  が振動周期  $T$  よりも短い場合にのみ成り立ち、 $T_c$  が大きくなるに従って振動流による分散係数は急速に小さくなることを示し、拡散代表時間が大きいモデルでは、振動流による分散は無視できると記した<sup>8)</sup>。定常流中の分散係数の定常値は、拡散代表時間

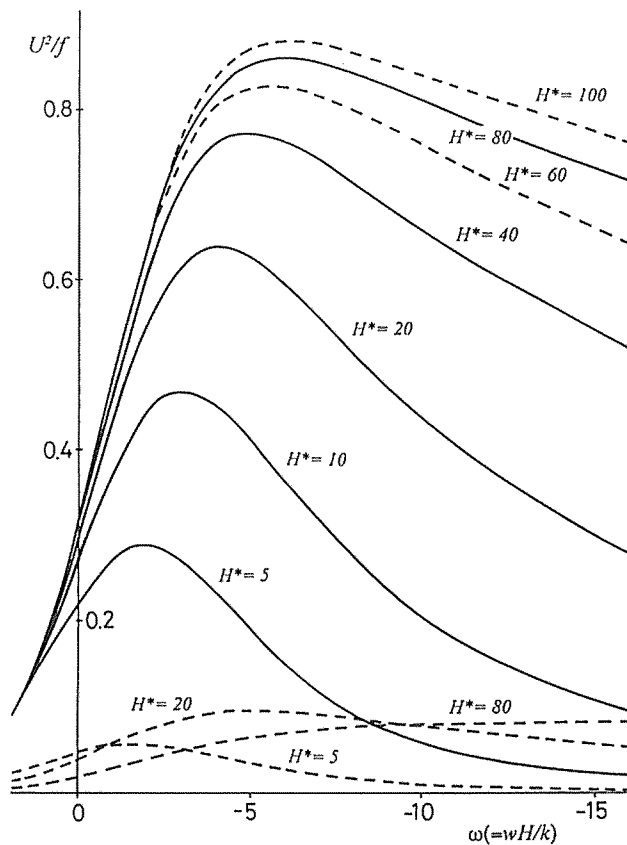


Fig. 8. Variations with the settling velocity of the major component of the dispersion coefficients,  $\overline{D}_c$ , at each water depth of the basin. The lower dashed lines are the horizontal dispersion coefficient given by the geometric average,  $\overline{D}_A$ . The ordinate is scaled by  $U_2/f$ .

$T_c$  が大きいほど非常に大きくなるが、前節の最後にも述べたように、実際の環境流体の中ではほとんど定常状態などはないのではないかと考える。

シアア効果による物質分散は、直接的にはまず流れのシアアの存在するところで、シアアとその方向の拡散の複合作用として流れの方向に引き起こされる。本研究のモデルのように流れのシアアに限られた領域にのみ存在するとき、流体粒子の変形を表す一次のモーメントのシアアは、初めは流れのシアア領域でのみ認められるが、時間の経過とともに拡散係数（本研究では  $k$  に相当）によって流れのシアア領域の外部にまで一次のモーメントは形成されることになる。つまり、定常流の中では流れのシアアは局所的に存在する場合でも、一次のモーメントのシアアは定常段階では全域的に生じるということである。一方振動流においては、流れのシアアは正と負が交互に現れ、一次のモーメントのシアアが流れのシアアの外部領域（通常ポテンシャル流領域と呼ばれる）にまで伝わることはない。従って全水深的に存在する溶存物質（ $\omega = 0$ ）は、定常流の中では、一次のモーメントの全水深的なシアアの影響を受けて結果的に大きな分散係数に達するが、振動流においては、一次のモーメントのシアアは流れにシアア（境界層内）のみでしか物質分散に及ぼすシアア効果はないため、水深が深くなれば、全水深で平均される分散係数は水深に反比例する形で小さくなる。

シアア領域である境界層付近に漂う物質（ $\omega < 0$ ）については、振動流の中においては、一次のモーメントのシアアが境界層付近にとどまることから、物質の分布状態とシアア領域の関係によって分散係数が決まることとなり、水深には依存しない。やや強引な嫌いはあるが、このような状況を想定して、シアアの厚さ（ここでは  $3 \times \beta^{-1}$  とする）を代表寸法として分散係数を見積もると

$$D_1 = C_d \frac{U_0^2 (3 \times \beta^{-1})^2}{240 \times k} = C_d \frac{3}{40} \frac{U_0^2}{\sigma} \quad (29)$$

のように求めることができる。 $C_d$  は拡散代表時間と振動周期の比  $T_c/T$  に依存する係数で、先にも述べたよ

うに、これが 1 に等しいかもしくはそれよりも小さいときは、 $C_d \approx 1$  であるが、この場合には  $T_c/T \approx 3$  程度となり、そのときの  $C_d$  は、流速分布等によるが、0.2~0.4 程度となる<sup>8,10</sup>。従って、式(29)は  $D_1 = 0.015 \sim 0.03 \times U_0^2/\sigma$  のようになり、Fig. 5 の分散係数の最大値とよく対応している。

より現実的なことを考慮すると、海底近傍は乱れの生成領域で  $k$  や  $\nu$  はかなり大きいと考えられ、その中の  $T_c$  も非常に小さくなるのではないかと考えられる。このことから、 $C_d = 1$  と考えると、分散係数はさらに大きく見積もることができる。

具体的な数値を適用すると、潮流場の中で潮流の振幅が  $30 \text{ cm/s}$  とすると、 $2 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$  以上に見積もられる。これは海洋乱流拡散に対応させると、外洋で  $10 \text{ km}$  から  $20 \text{ km}$  のスケールの水平拡散に相当し<sup>10</sup>、海底近傍で測定される値としてはかなり大きいと言える。

振動流が引き起こした分散現象ではないかと思える例として、安田らの琵琶湖の密度成層期の観測結果<sup>20</sup>を挙げることができる。シャープな水温成層が形成される夏季の琵琶湖の中では優勢な内部波が発生しており、内部波に伴って躍層面が湖底斜面を上下して砕波現象を起こし、それによって湖底斜面で巻き上げられた懸濁物質が水温躍層内を拡がっているという現象であるが、電磁流速計からも内部波に伴う水平的な流れを  $10^5 \sim 10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$  と算定している。これまでの観測例によると<sup>21</sup>、琵琶湖の中で期待されるスケールの乱流拡散係数は、 $10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$  を超えることはないようである。

## 5. おわりに

定常流のシアア効果による物質分散を表す分散係数は定常段階に至るまで増加する。水深が大きい場合には（横方向のシアアに着目すれば幅が広いことに相当）、拡散代表時間も大きくなることから、定常段階までの時間も非常に長くなるが、現実問題としては、物質が流れに漂って長い時間が経過すると、大抵の場合は地形や流況も大きく変化して、分散係数をここで得られた式のとおりに表示することは無意味になる。定常流の場合に関しては、このような地形と流れにおいては、

分散係数はここまで大きくなる可能性を秘めているということで、赤潮などが吹送流によって拡がるプロセスについては、注目している時間に大きく依存しているといえる。シアアを持つ定常流の中では、シアア内に存在する物質は、シアアによって限りなく引き伸ばされることになるが、鉛直拡散はそれを抑制する効果を持つ。つまり鉛直拡散効果がなければいつまでも縦方向に伸ばされて見掛けの分散係数も無限大になる。このことは、式(3)からも認められ、定常流の中の実用的な分散係数の算定には、別の代表寸法を定義するなど新たな考え方を導入する必要がある。

振動流のシアア効果による物質分散に関しては、特に物質がシアア領域に分布している場合には、早い時点で定常段階に達し、前節で述べたように、分散係数は物質の分布状態が決まるといえる。振動流においては、実用的な分散係数を導入することが可能で、それを算定することは、海底上の高濁度層や陸岸沿いの物質の分布を予測する上で意義のあることと考える。

### 参 考 文 献

- 1) A.Okubo : *J.Oceanogr.Soc.Japan*, 20th Anniv., 286-320(1962).
- 2) 大久保 明 : 海洋物理 I (海洋科学基礎講座 1), 東海大学出版会, 東京, 1970, pp.265-381.
- 3) G.I.Taylor : *Proc.Roy.Soc.London*, A219, 186-203(1953).
- 4) R.Smith : *J.Fluid Mech.*, 114, 194-204(1982).
- 5) H.Yasuda : *J.Oceanogr.Soc.Japan*, 38, 385-394(1982).
- 6) G.I.Taylor : *Proc.Roy.Soc.London*, A223, 446-468(1954).
- 7) J.W.Elder : *J.Fluid Mech.*, 5, 544-560(1959).
- 8) K.F.Bowden : *J.Fluid Mech.*, 21, 83-95 (1965).
- 9) E.R.Holley, D.R.F.Harleman and H.B.Fischer : *J.Hydraul.Div.ASCE*, 96,1691-1709 (1970).
- 10) R.Smith : *J.Fluid Mech.*, 129, 137-151(1983).
- 11) R. Smith : *Coastal and Estuarine Studies*, 50, 479-495(1996).
- 12) H.Yasuda *J.Fluid Mech.*, 148, 383-403 (1984).
- 13) H.Yasuda *J.Marine Res.*, 47, 153-169 (1989).
- 14) H.B.Fischer, E.J.List, R.C.Y.Koh, J.Imberger and N.H.Brooks : *Mixing in Inland and Coastal Waters*, Academic Press, New York, 1979, pp.82-86.
- 15) H.B.Fischer : *J. Fluid Mech.*, 53, 671-687 (1972).
- 16) K.R.Dyre : *Estuarine Coastal Mar. Sci.*, 2, 273-381 (1974).
- 17) 安田秀一 : 中国工業技術試験所報告, 32, 15-31 (1989)
- 18) H.Yasuda : *J.Oceanogr.Soc.Japan*, 43, 309-318 (1987).
- 19) 文献14), p.98.
- 20) 安田秀一, 高杉由夫, 奥村康昭, 大久保賢治, 熊谷道夫 : 海岸工学論文集, 42, 1126-1130 (1995).