

## 非負値行列因子分解による産業クラスター検出の試み

梶取和明<sup>\*†</sup>

### An Attempt to Detect Industry Clusters by Using Non-negative Matrix Factorizations

Kazuaki Kajitori<sup>\*</sup>

**Abstract :** We apply the Non-negative Matrix Factorization (NMF) method to the problem of detecting industry clusters of a region. We follow the methods using Factor Analysis (FA) proposed by Bergman and others. We use the three Input-output tables of the two prefectures Yamaguchi-ken and Tottori-ken and the Chugoku area in Japan and prepare the production coefficient matrix and the linkage matrix from each of the IO tables. We apply NMF and FA to those two kinds of matrices to get clusters of the area and compare the results. We found that for the linkage matrices, NMF and FA produce very similar results and that for production coefficient matrices, they produce different results. We investigate the reasons for these similarities and differences and conclude that NMF and FA (and other methods) can complement each other and NMF can take advantage of its features if it is applied to raw data or simple coefficient matrices of IO tables.

ASFA Key words : Industry, Tables, Analysis

#### はじめに

産業クラスターとはポーター<sup>1)</sup>によれば、特定分野において相互結合的な地理的に近接した企業、調達先、関連組織の集合体である。ある地域の産業クラスターは地域企業の競争力に重要な影響を及ぼし、したがって地域の産業政策にとっても重要な意味を持つことが認識されるようになってきた。

産業クラスター（以下単にクラスターとも）を特定する実証的方法としては、実証データとして産業連関表を用い、クラスターの検出方法として因子分析を用いる方法がある<sup>2,3,4)</sup>。この方法は、産業部門間に共通する数少ない主要因子を見出し、それら各因子に関わりの深い産業部門を一つのクラスターとするものである。

われわれが扱うデータは非負値であることが多い。産業連関表で部門間の関連性を表す中間投入表も基本的には非

負データである（ストーン方式などによる負値を別にすれば）。このような非負値データに対して、因子分析などのように少ない次元でデータを要約する手法として非負値行列因子分解（Non-negative Matrix Factorization, 以下 NMF と略す）がある。この方法は、非負値データ行列を2つの非負値行列の積に分解するもので、顔画像データから鼻・口・目などのパーツ成分を析出する<sup>5)</sup>など、各種非負値データの分析に有効に用いられている。以下に示すように、NMF を用いて因子分析による産業クラスターの特定法をシミュレートすることができる。本小論では、筆者が研究の対象としたい山口県を中心とした地域のデータを題材に、NMF を用いた産業クラスターの特定法を因子分析による方法と比較し、その特徴を探る。

\* 水産大学校水産流通経営学科 (Department of Fisheries Distribution and Management)

† 別刷り請求先 (corresponding author) : kajitori@fish-u.ac.jp

## 方法

### NMF による行列分解の方法

まず本論で使う NMF の定義を述べる。 $X$  を  $n \times p$  の非負値行列とする (すなわち  $X$  の各成分  $x_{ij}$  は非負)。 $r > 0$  を整数として、NMF は

$$X \approx WH$$

なる  $n \times r$  非負値行列  $W$ 、 $r \times p$  非負値行列  $H$  を求める。 $r$  はランクと呼ばれ  $r < \min(n, p)$  となるように予め選ばれる。NMF の目的は  $X$  に含まれる情報を  $r$  個の因子 (factor) に分割して近似することである。NMF の方法の特徴は  $X, W, H$  の非負性であり、 $W, H$  は以下に示す代表的なアルゴリズム<sup>6,7)</sup> で求めることができる。

$W, H$  は以下の local minimum を求める形で決定する：

$$\min[D(X, WH) + R(W, H)] \quad (1)$$

ここで、 $D$  は損失関数で近似の程度を測る。 $D$  としてよく使われる (この小論でも使う) のは Kullback-Leibler divergence で、行列  $A = (a_{ij}), B = (b_{ij})$  に対して、

$$D: A, B \mapsto KL(A||B) = \sum_{i,j} a_{ij} \log \frac{a_{ij}}{b_{ij}} - a_{ij} + b_{ij} \quad (2)$$

と定義される。 $R$  は正則化関数で  $W, H$  の smoothness や sparsity など望ましい性質を得るのに使われるオプションな項である。(1) の local minimum を求めるには、 $W, H$  の初期値としての  $W, H$  を決め、この  $W, H$  を逐次更新していく方法をとる。(2) に対応した (1) の local minimum 化に使われる更新式は以下のとおりである：

$$w_{ik} \leftarrow w_{ik} \frac{\sum_j h_{kj} x_{ij} / (WH)_{ij}}{\sum_j h_{kj}}$$

$$h_{kj} \leftarrow h_{kj} \frac{\sum_i w_{ik} x_{ij} / (WH)_{ij}}{\sum_i w_{ik}}$$

ここでは  $W, H$  の初期値はランダムに決めることとする。初期値が決まれば上の更新プロセスを収束したと判定されるまで続ける。初期値により結果 (分解) は変わるので、多数のランダムな初期値による結果の中で best fit (誤差最小) なものを採用することとする。

上のデータ行列  $X$  を  $1 \times p$  確率変数ベクトル  $\mathbf{X}$  の  $n$  個のレコードと見ると、因子分析モデルは、

$$\mathbf{X} - \mu = FL + \varepsilon$$

と与えられる<sup>9)</sup>。ここに  $\mu$  は  $\mathbf{X}$  の平均ベクトル、 $F$  は共通因子ベクトル、 $L$  は因子量負荷行列、 $\varepsilon$  は独自因子である。これをデータ行列レベルで見れば、NMF のような行列分解と見ることもできる。さらに因子分析モデルの直交性から、

$$\text{Cov}(\mathbf{X}) = LL' + \text{Cov}(\varepsilon)$$

となり ( $\text{Cov}(\varepsilon)$  は対角行列)、データの共分散行列の分解

と見ることもできる。

### クラスター特定の方法

産業連関表を使った因子分析によるクラスター特定の方法では、因子分析にかける行列として、投入係数行列と産出係数行列を用いた例<sup>4)</sup>と、連携行列を用いた例<sup>2,3)</sup>がある。本論でも NMF を適用する行列としてこれらの行列を使うので以下これらの定義を述べる。

$Z$  を中間投入行列とする。 $z_{ij}$  を  $i$  部門から  $j$  部門への投入額とし、 $y_j$  を  $j$  部門の生産額とする。投入係数  $t_{ij}$  と産出係数  $s_{ij}$  は以下のように定義される<sup>3)</sup>：

$$t_{ij} = \frac{z_{ij}}{y_j}, \quad s_{ij} = \frac{z_{ij}}{y_i}$$

$z_j = \sum_i z_{ij}$  を  $j$  部門の中間財の総購入額とし、 $z_i = \sum_j z_{ij}$  を  $i$  部門の中間財の総販売額とすると、購入係数  $k_{ij}$  と販売係数  $h_{ij}$  は以下のように定義される：

$$k_{ij} = \frac{z_{ij}}{z_j}, \quad h_{ij} = \frac{z_{ij}}{z_i}$$

$c(\cdot, \cdot)$  を相関係数を求める関数として、購入係数行列の行と列  $ki., kj$  と販売係数行列の行と列  $hi., hj$  に対し、

$$r_{ij} = \max[c(ki., kj), c(hi., hj), c(ki., hj), c(hi., kj)]$$

を  $(i, j)$  成分とする行列を連携行列とする。

因子分析によるクラスターの特定方法<sup>2), 3), 4)</sup>では、行列  $(s_{ij}), (t_{ij}), (r_{ij})$  に因子分析を適用し、varimax 回転した因子負荷行列の各因子に一つのクラスターを対応させた上で各因子の因子負荷量の多い産業をクラスターを構成する産業群とし、それらの産業群によりクラスターの解釈をする。

非負値行列因子分解の対象としての  $X$  を  $(s_{ij}), (t_{ij}), (r_{ij})$  のいずれかとする。ただし  $(r_{ij})$  行列の成分は相関係数であるから一般に非負値ではないので  $r_{ij}$  の最小値が負値であればそれを各成分から引いて各成分が非負値となるようにする。その非負値行列因子分解を

$$X = WH$$

とする。本論では回転した因子負荷行列の代わりに  $H$  を用いてクラスターの特定を行う。 $H$  の代わりに  $W$  を用いることも可能であるが、 $H$  に基づくクラスタリングは列部門のクラスタリングであるのに対し、 $W$  に基づくそれは行部門のクラスタリングである。本論では因子分析を列部門からクラスターを特定するのに使い、因子分析の結果との比較のために NMF による方法では  $H$  を使う。

産業連関データとしては「山口県平成 17 年 108 部門表」を用いる。また比較として同じ中国地方で同様の 108 部門表として公表されている「鳥取県平成 17 年 108 部門表」

を用いる。108 部門表は中分類でやや粗い分類なので製造業に限らず全産業を対象とする。また、小分類表として「中国地方平成 17 年公表用基本分類表」(行 404 × 列 350 部門)を用いる。こちらも比較のため全産業を対象とする。

渡邊の方法<sup>4)</sup>は  $(s_{ij}), (t_{ij})$  に対し同様であることから、ここでは  $(s_{ij}), (r_{ij})$  をクラスター特定の対象とする。

中間投入行列においてすべて投入が 0 の行と列は除いた。また  $(s_{ij})$  に NMF を適用するときはストーン方式による負の計上はすべて 0 とした。

## 結 果

この節に示す以下の結果では、NMF の結果は統計アプリケーション R の NMF パッケージの `nmf` 関数を、因子分析の結果は R の `psych` パッケージの `fa` 関数を `rotation = varimax, fm = minres` オプション (minres は最小 2 乗法) で用いている。

因子分析との比較のため因子分析の用語に合わせて、NMF の結果において  $H$  の行に対応するクラスをここでは因子と呼び、 $H$  の要素を因子負荷量と呼ぶことにする。以下の結果表において因子 (クラスター) はその因子負荷量の 2 乗の和 (Sum of Square of Loadings, SSL と略記) が大きい順に並べられている。表中因子名の下に記したものが SSL である。

NMF でも因子分析でも前もってクラスター数 (因子数) を決める必要がある。クラスター数は NMF では `cophenetic coefficient`<sup>7)</sup> という係数が最大になるクラスター数として決める方法がある。この係数は、NMF を分類に用いる時その分類の安定度 (いろいろな  $W, H$  の初期値に対しての結果の安定性) を示す指標 (値が大きいほど安定性が高い) の一つである。クラスターの特長は、各産業部門を唯一のクラスに分類するという意味での分類では必ずしもない。実際本論で行う因子分析の方法に従った方法は産業の重層的な関係を許しておりこの意味での分類にはなっていない。しかしこの意味での分類の安定性はクラスター特定安定性に通ずると見ればこれを指標とできる。因子分析では因子数を決める簡単な方法として、固有値が 1 以上の因子を採る方法があるが、それでは多すぎる時は固有値が大きく下がるのが止まったところまで (それ以降は少しずつしか下がらない) を採ることも考えられる。

本論では結局 `cophenetic coefficient` の基準を基本として、クラスター数が大きすぎるときは、固有値が大きく下がるのが止まったところまでを基準とする。比較のため NMF

と因子分析でクラスター数を揃えている。

## 連携行列によるクラスター特定の結果

山口県の連携行列からクラスターを特定した結果として、本論の NMF を使った結果と因子分析 (Factor Analysis, FA と略記) を使った結果を Table 1 に示す。

Table 1 の二つの結果を比べると、NMF による結果と FA による結果はかなり似通っている。最上位 2 つのクラスターは内容的にはほぼ一致している。他のクラスターについても順位こそ少し違えどほぼ内容の一致したクラスターが他方にある。対応するクラスターがないのは NMF 下位 (因子 11) の「個人サービス」と FA 下位 (因子 13) の「漁船漁業」のみである。

つぎに鳥取県の連携行列に対し、同様に NMF による結果と FA による結果を Table 2 に示す。クラスター数は `cophenetic coefficient` によれば 12 となるが、山口県の結果との比較をするために 13 とした。山口県の場合と同様に NMF による結果と FA の結果がほぼ同様である。

山口県との産業クラスターの比較では、最上位のクラスターが同内容のサービス産業群であること、第 2 位のクラスターが山口県では「精密機器」鳥取県では「化学製品」となっていることであるが、全体としてクラスター構成は似ている。

つぎに中国地方の連携行列に対し、同様に NMF による結果と FA による結果を Table 3 に示す。クラスター数は固有値が大きく下がるのが止まったところまでとし、14 とした。NMF と FA の比較では上と同様に、NMF の因子 12 「輸送」と FA の因子 14 「革製品」以外のクラスターはよく対応している。「農業」「畜産」「水産」などの第一次産業とその関連産業が分かれ析出されているのは中分類の県表についての結果との違いである。小分類のため第一次産業関連が細分化されているためであろう。県表に関しては第一因子を単に「サービス」と解釈したが、ここでの因子 1 は「通信サービス」と解釈できる。これも細分類が効いているものと思われる。

Table 1 連携行列による山口県の産業クラスター

NMF			FA			
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量 累積寄与率	
因子 1 0.393 サービス	その他の対事業所サービス	0.201	因子 1 7.484 サービス	その他の対事業所サービス	0.745	0.08
	情報サービス	0.171		教育	0.737	
	教育	0.171		通信	0.730	
	金融・保険	0.168		情報サービス	0.713	
	不動産仲介及び賃貸	0.167		商業	0.675	
	商業	0.153		金融・保険	0.645	
	運輸付帯サービス	0.153		不動産仲介及び賃貸	0.584	
	貨物利用運送	0.140		研究	0.576	
	研究	0.140		廃棄物処理	0.553	
	倉庫	0.139		運輸付帯サービス	0.520	
	通信	0.132		インターネット附随サービス	0.501	
	廃棄物処理	0.112		倉庫	0.461	
	インターネット附随サービス	0.095		医薬品	0.452	
因子 2 0.339 精密機器	半導体素子・集積回路	0.229	因子 2 6.114 精密機器	半導体素子・集積回路	0.976	0.14
	その他の電子部品	0.211		その他の電子部品	0.912	
	精密機械	0.198		精密機械	0.903	
	通信機械・同関連機器	0.181		通信機械・同関連機器	0.827	
	電子応用装置・電気計測器	0.168		電子応用装置・電気計測器	0.692	
	その他の電気機器	0.162		その他の電気機器	0.681	
	産業用電気機器	0.155		陶磁器	0.619	
	研究	0.146		産業用電気機器	0.601	
	陶磁器	0.128		研究	0.580	
	電子計算機・同付属装置	0.095				
因子 3 0.296 娯楽・放送・出版	娯楽サービス	0.236	因子 3 5.139 金属製品	鋳鍛造品	0.854	0.20
	放送	0.213		鋼材	0.768	
	映像・文字情報制作	0.211		その他の金属製品	0.709	
	広告	0.181		その他の一般機械器具及び部品	0.661	
	その他の公共サービス	0.159		その他の鉄鋼製品	0.592	
	印刷・製版・製本	0.120		非鉄金属加工製品	0.583	
	その他の対個人サービス	0.105		銑鉄・粗鋼	0.537	
	情報サービス	0.102		自動車部品・同付属品	0.521	
航空輸送	0.097	建設・建築用金属製品	0.518			
因子 4 0.275 食料	食料品	0.219	因子 4 4.53 繊維製品	たばこ	0.928	0.24
	飼料・有機質肥料（除別掲）	0.199		繊維工業製品	0.879	
	農業サービス	0.190		その他の製造工業製品	0.776	
	畜産	0.187		衣服・その他の繊維既製品	0.729	
	耕種農業	0.177		その他の窯業・土石製品	0.613	
	漁業	0.156		公務	0.498	
	船舶・同修理	0.097		有機化学工業製品	0.431	
	飲料	0.094				
因子 5 0.269 金属製品	その他の金属製品	0.185	因子 5 4.457 食料	飼料・有機質肥料（除別掲）	0.872	0.29
	鋳鍛造品	0.180		食料品	0.839	
	鋼材	0.176		畜産	0.838	
	その他の鉄鋼製品	0.156		農業サービス	0.822	
	その他の一般機械器具及び部品	0.151		耕種農業	0.765	
	建設・建築用金属製品	0.148		ゴム製品	0.417	
	非鉄金属加工製品	0.132		漁業	0.409	
	自動車部品・同付属品	0.114				
	一般産業機械	0.112				
	銑鉄・粗鋼	0.096				
因子 6 0.258 繊維製品	繊維工業製品	0.240	因子 6 4.439 化学製品	有機化学工業製品	0.841	0.34
	たばこ	0.210		合成樹脂	0.826	
	その他の製造工業製品	0.203		化学繊維	0.777	
	衣服・その他の繊維既製品	0.195		石油化学基礎製品	0.775	
	その他の窯業・土石製品	0.131		プラスチック製品	0.761	
	有機化学工業製品	0.120		化学最終製品（除医薬品）	0.495	
	化学繊維	0.087				
因子 7 0.223 木材加工	パルプ・紙・板紙・加工紙	0.220	因子 7 4.331 非金属製品	セメント・セメント製品	0.835	0.38
	製材・木製品	0.211		石炭製品	0.760	
	紙加工品	0.175		自家輸送	0.687	
	家具・装備品	0.146		ガラス・ガラス製品	0.669	
	印刷・製版・製本	0.131		その他の窯業・土石製品	0.666	
	林業	0.128		陶磁器	0.548	
	運輸付帯サービス	0.092		非金属鉱物	0.533	
				ガス・熱供給	0.451	
		無機化学工業製品	0.401			
因子 8 0.205 化学製品	有機化学工業製品	0.196	因子 8 4.23 娯楽・放送・出版	娯楽サービス	0.953	0.43
	合成樹脂	0.182		放送	0.838	
	石油化学基礎製品	0.175		映像・文字情報制作	0.824	
	プラスチック製品	0.155		その他の公共サービス	0.647	
	化学繊維	0.151		広告	0.616	
	化学最終製品（除医薬品）	0.117		印刷・製版・製本	0.467	
無機化学工業製品	0.115					

NMF			FA			
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量	累積寄与率
因子 9 0.202 産業用輸送	非鉄金属製錬・精製	0.187	因子 9 4.169 産業用輸送	道路輸送 (除自家輸送)	0.802	0.47
	再生資源回収・加工処理	0.170		非鉄金属製錬・精製	0.789	
	道路輸送 (除自家輸送)	0.148		倉庫	0.769	
	銑鉄・粗鋼	0.141		水運	0.683	
	水運	0.140		銑鉄・粗鋼	0.483	
	倉庫	0.138		再生資源回収・加工処理	0.478	
	電力	0.124		電力	0.406	
因子 10 0.202 非金属製品	セメント・セメント製品	0.205	因子 10 3.976 木材加工	製材・木製品	0.867	0.51
	石炭製品	0.165		パルプ・紙・板紙・加工紙	0.849	
	ガラス・ガラス製品	0.157		家具・装備品	0.674	
	その他の窯業・土石製品	0.156		紙加工品	0.656	
	自家輸送	0.145		印刷・製版・製本	0.549	
	陶磁器	0.125		林業	0.546	
	非金属鉱物	0.114		運輸付帯サービス	0.446	
因子 11 0.194 個人サービス	ガス・熱供給	0.183	因子 11 3.443 事業所サービス	自動車・機械修理	0.787	0.55
	なめし革・毛皮・同製品	0.168		物品賃貸サービス	0.770	
	医療・保健	0.140		事務用・サービス用機器	0.679	
	洗濯・理容・美容・浴場業	0.140		事務用品	0.471	
	医薬品	0.117				
	その他の対個人サービス	0.102				
因子 12 0.174 事業所サービス	自動車・機械修理	0.202	因子 12 3.408 輸送	鉄道輸送	0.866	0.59
	物品賃貸サービス	0.172		その他の輸送機械・同修理	0.762	
	事務用・サービス用機器	0.158		航空輸送	0.748	
	ゴム製品	0.119		公務	0.485	
	特殊産業機械	0.092				
	事務用品	0.090				
因子 13 0.167 輸送	鉄道輸送	0.207	因子 13 2.881 漁船漁業	漁業	0.543	0.62
	航空輸送	0.173		ガス・熱供給	0.512	
	その他の輸送機械・同修理	0.156		船舶・同修理	0.510	
	公務	0.108		なめし革・毛皮・同製品	0.494	

Table 2 連携行列による鳥取県の産業クラスター

NMF			FA			
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量	累積寄与率
因子 1 0.328 サービス	運輸付帯サービス	0.194	因子 1 6.916 サービス	商業	0.800	0.08
	商業	0.193		運輸付帯サービス	0.756	
	金融・保険	0.181		金融・保険	0.748	
	教育	0.169		教育	0.710	
	研究	0.151		対事業所サービス	0.681	
	不動産仲介及び賃貸	0.140		情報サービス	0.677	
	通信	0.137		研究	0.639	
	対事業所サービス	0.135		通信	0.623	
	情報サービス	0.130		不動産仲介及び賃貸	0.610	
	インターネット付随サービス	0.120		その他の公共サービス	0.489	
	倉庫	0.102		インターネット付随サービス	0.478	
因子 2 0.307 化学製品	有機化学工業製品	0.218	因子 2 5.638 化学製品	有機化学工業製品	0.940	0.14
	化学最終製品 (除医薬品)	0.215		ゴム製品	0.910	
	繊維工業製品	0.210		化学最終製品 (除医薬品)	0.910	
	医薬品	0.192		医薬品	0.896	
	ゴム製品	0.177		繊維工業製品	0.887	
	無機化学工業製品	0.160		無機化学工業製品	0.566	
	プラスチック製品	0.120		プラスチック製品	0.537	
因子 3 0.276 食料	食料品	0.220	因子 3 4.772 非金属製品	その他の窯業・土石製品	0.975	0.19
	畜産	0.191		セメント・セメント製品	0.928	
	飼料・有機質肥料 (除別掲)	0.189		石炭製品	0.854	
	漁業	0.180		自家輸送	0.767	
	耕種農業	0.157		陶磁器	0.674	
	船舶・同修理	0.145		ガラス・ガラス製品	0.636	
	農業サービス	0.139		非金属鉱物	0.470	
	飲料	0.125				
因子 4 0.272 サービス 2	事務用品	0.173	因子 4 4.696 産業用輸送	道路輸送	0.912	0.24
	対事業所サービス	0.149		非鉄金属製錬・精製	0.857	
	情報サービス	0.128		倉庫	0.759	
	水道	0.128		水運	0.744	
	その他の対個人サービス	0.126		電力	0.705	
	ガス・熱供給	0.114		再生資源回収・加工処理	0.486	
	航空輸送	0.107		ガス・熱供給	0.465	
	衣服・その他の繊維既製品	0.106		プラスチック製品	0.423	
	不動産仲介及び賃貸	0.103		パルプ・紙・板紙・加工紙	0.412	

NMF			FA			
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量	累積寄与率
因子 5 0.262 金属製品	鋳鍛造品	0.173	因子 5 4.296 精密機器	その他の電子部品	0.899	0.29
	その他の鉄鋼製品	0.169		半導体素子・集積回路	0.846	
	その他の金属製品	0.167		研究	0.673	
	鋼材	0.163		その他の電気機器	0.637	
	建設・建築用金属製品	0.156		通信機器・同関連機器	0.567	
	非鉄金属加工製品	0.135		非鉄金属加工製品	0.491	
	その他の一般機器及び部品	0.128		電子応用装置・電気計測器	0.433	
鉄鉄・粗鋼	0.117	精密機械	0.431			
因子 6 0.251 映像・出版・娯楽	映像・文字情報制作	0.222	因子 6 4.244 食料	食料品	0.872	0.34
	印刷・製版・製本	0.196		畜産	0.797	
	紙加工品	0.149		飼料・有機質肥料（除別掲）	0.778	
	放送	0.142		漁業	0.653	
	広告	0.136		耕種農業	0.628	
	娯楽サービス	0.130		農業サービス	0.617	
パルプ・紙・板紙・加工紙	0.115	たばこ	0.463			
因子 7 0.215 産業用輸送	道路輸送	0.195	因子 7：4.130 4.13 映像・出版・娯楽	映像・文字情報制作	0.848	0.38
	水運	0.185		印刷・製版・製本	0.759	
	非鉄金属製錬・精製	0.182		娯楽サービス	0.661	
	倉庫	0.160		広告	0.599	
	電力	0.154		紙加工品	0.509	
	再生資源回収・加工処理	0.117		放送	0.495	
因子 8 0.213 非金属製品	その他の窯業・土石製品	0.215	因子 8 4.067 金属製品	鋼材	0.858	0.43
	セメント・セメント製品	0.203		その他の金属製品	0.858	
	石炭製品	0.179		建設・建築用金属製品	0.796	
	自家輸送	0.156		その他の鉄鋼製品	0.659	
	陶磁器	0.148		非鉄金属加工製品	0.485	
	ガラス・ガラス製品	0.128				
	非金属鉱物	0.113				
因子 9 0.212 精密機器	その他の電子部品	0.205	因子 9：3.925 3.925 製造業 1	鋳鍛造品	1.006	0.47
	半導体素子・集積回路	0.182		鉄鉄・粗鋼	0.724	
	その他の電気機器	0.165		その他の一般機器及び部品	0.649	
	研究	0.137		再生資源回収・加工処理	0.610	
	通信機器・同関連機器	0.129		非鉄金属加工製品	0.455	
	非鉄金属加工製品	0.120		自動車・機械修理	0.434	
因子 10 0.206 輸送	公務	0.185	因子 10 3.8 サービス 2	洗濯・理容・美容・浴場業	0.629	0.51
	その他の輸送機械・同修理	0.167		水道	0.608	
	鉄道輸送	0.163		ガス・熱供給	0.584	
	その他の自動車	0.140		事務用品	0.561	
	航空輸送	0.136		医療・保健	0.528	
	通信機器・同関連機器	0.132		その他の対個人サービス	0.436	
	自動車部品・同付属品	0.123		廃棄物処理	0.412	
因子 11 0.155 事業所サービス	自動車・機械修理	0.197	因子 11 3.618 輸送	鉄道輸送	0.767	0.55
	物品賃貸サービス	0.135		航空輸送	0.706	
	事務用・サービス用機器	0.123		その他の輸送機械・同修理	0.705	
	特殊産業機械	0.112		公務	0.683	
				通信機器・同関連機器	0.462	
因子 12 0.154 木材加工	製材・木製品	0.224	因子 12 3.538 事業所サービス	物品賃貸サービス	0.758	0.59
	林業	0.206		自動車・機械修理	0.704	
	家具・装備品	0.161		事務用・サービス用機器	0.589	
	パルプ・紙・板紙・加工紙	0.090		娯楽サービス	0.439	
因子 13 0.135 医療	医療・保健	0.160	因子 13 0.1153.236 木材加工	製材・木製品	0.918	0.63
	なめし革・毛皮・同製品	0.159		林業	0.872	
	精密機械	0.154		家具・装備品	0.678	
	ガス・熱供給			分類不明	0.529	
	洗濯・理容・美容・浴場業	0.107		パルプ・紙・板紙・加工紙	0.469	

Table 3 連携行列による中国地方の産業クラスター

NMF			FA			
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量	累積寄与率
因子 1 0.345 通信サービス	郵便・信書便	0.122	因子 1 12.23 通信サービス	情報サービス	0.674	0.040
	情報サービス	0.121		郵便・信書便	0.667	
	その他の対事業所サービス	0.109		その他の対事業所サービス	0.630	
	その他の電気通信	0.106		移動電気通信	0.629	
	移動電気通信	0.106		金融	0.625	
	金融	0.105		損害保険	0.603	
	固定電気通信	0.100		その他の電気通信	0.600	

NMF			FA				
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量	累積寄与率	
因子 2 0.248 農業	果実	0.141	因子 2 8.84 金属製品	鉄製品及び鍛工品（鉄）	0.719	0.070	
	その他の非食用耕種作物	0.131		ボルト・ナット・リベット及びスプリング	0.689		
	米	0.128		鍛鍛鋼・鉄鉄管※	0.665		
	農業サービス（除獣医業）	0.128		非鉄金属素形材	0.661		
	飲料用作物	0.127		その他の一般機械器具及び部品	0.624		
豆類	0.120		配管工事付属品	0.619			
因子 3 0.242 食品	清涼飲料	0.131	因子 3 8.72 農業	果実	0.907	0.100	
	レトルト食品	0.131		その他の非食用耕種作物	0.856		
	そう菜・すし・弁当	0.127		飲料用作物	0.851		
	パン類	0.127		米	0.784		
	めん類	0.126		飼料作物	0.725		
ビール	0.115		豆類	0.702			
因子 4 0.241 娯楽	有線放送	0.135	因子 4 7.88 食品	清涼飲料	0.825	0.130	
	その他の娯楽	0.131		レトルト食品	0.785		
	その他の洗濯・理容・美容・浴	0.128		パン類	0.780		
	場業	0.125		そう菜・すし・弁当	0.774		
	美容業	0.123		畜産びん・かん詰	0.766		
	映像情報制作・配給業	0.119		めん類	0.733		
	写真業	0.118		ビール	0.715		
	興行場（除別掲）・興行団	0.105					
	化粧品・歯磨						
因子 5 0.238 繊維	その他の衣服・身の回り品	0.135	因子 5 7.71 娯楽	有線放送	0.791	0.150	
	じゅうたん・床敷物	0.132		その他の娯楽	0.769		
	その他の繊維工業製品	0.131		映像情報制作・配給業	0.731		
	紡績糸	0.130		興行場（除別掲）・興行団	0.730		
	その他の繊維既製品	0.124		美容業	0.710		
	ニット生地	0.118		その他の洗濯・理容・美容・浴	0.694		
織物※	0.118		場業	0.632			
			化粧品・歯磨	0.630			
			民間放送				
因子 6 0.237 金属製品	鍛鍛鋼・鉄鉄管※	0.129	因子 6 7.16 化学製品	有機化学工業製品	0.688	0.180	
	鉄鉄品及び鍛工品（鉄）	0.121		その他の無機化学工業製品	0.576		
	非鉄金属素形材	0.116		自家発電	0.556		
	その他の一般機械器具及び部品	0.116		高機能性樹脂	0.551		
因子 7 0.218 精密機器	通信機械※	0.122	因子 7 7.11 繊維	ニット生地	0.776	0.200	
	その他の電子部品	0.120		織物※	0.769		
	半導体素子・集積回路※	0.117		じゅうたん・床敷物	0.767		
			その他の繊維既製品	0.762			
因子 8 0.204 化学製品	有機化学工業製品	0.147	因子 8 7.01 精密機器	通信機械※	0.723	0.220	
	その他の無機化学工業製品	0.120		半導体素子・集積回路※	0.681		
	ソーダ工業製品※	0.111		その他の電子部品	0.659		
因子 9 0.188 紙	塗工紙・建設用加工紙	0.124	因子 9 6.72 紙	塗工紙・建設用加工紙	0.845	0.250	
	パルプ・洋紙・和紙※	0.123		その他のパルプ・紙・紙加工品	0.805		
	その他のパルプ・紙・紙加工品	0.116		印刷・製版・製本	0.789		
	木材チップ	0.114		パルプ・洋紙・和紙※	0.756		
因子 10 0.184 鉱業・窯業	その他の窯業・土石製品	0.133	因子 10 6.70 鉱業・窯業	セメント・生コンクリート※	0.811	0.270	
	その他の金属鉱物（含窯業原料	0.130		その他の窯業・土石製品	0.804		
	鉱物）	0.124		その他の金属鉱物（含窯業原料	0.730		
	セメント・生コンクリート※	0.109		鉱物）	0.703		
	貸自動車業	0.102		貸自動車業	0.644		
碎石			その他のガラス製品				
因子 11 0.172 建築用製品	ガス・石油機器及び暖房機器	0.150	因子 11 6.47 水産	その他の水産食品	0.747	0.290	
	建築用金属製品	0.134		塩・干・くん製品	0.736		
	建設用金属製品	0.127		船舶修理	0.686		
	木製建具	0.107		海面養殖業	0.677		
	金属製家具・装備品	0.104		水産びん・かん詰	0.676		
			海面漁業	0.660			
因子 12 0.172 輸送	沿海・内水面輸送	0.120	因子 12 6.21 建築用製品	木製建具	0.946	0.310	
	港湾運送	0.118		ガス・石油機器及び暖房機器	0.695		
	再生資源回収・加工処理	0.107		木製家具・装備品	0.676		
			建設用金属製品	0.663			
			建築用金属製品	0.654			
因子 13 0.156 畜産	豚	0.134	因子 13 6.20 畜産	豚	0.871	0.330	
	獣医業	0.125		肉鶏	0.776		
	肉用牛	0.122		肉用牛	0.762		
	肉鶏	0.118		肉加工品	0.672		
			獣医業	0.661			
因子 14 0.154 水産	その他の水産食品	0.129	因子 14 5.68 革製品	製革・毛皮	0.835	0.350	
	海面漁業	0.123		革製履物	0.784		
	海面養殖業	0.121		かばん・袋物・その他の革製品	0.718		
	冷凍魚介類	0.118					
	塩・干・くん製品	0.117					
	水産びん・かん詰	0.111					

## 産出係数行列によるクラスター特定の結果

山口県の産出係数行列からクラスターを特定した結果として、NMF を使った結果と FA を使った結果を Table 4 に示す。

まず連携行列の場合に比べ、同じ県の結果でも NMF と FA では結果に差が目立つ。上位 2 因子は NMF では自動車関連、FA ではサービス関連である。連携行列の場合はほとんどのクラスターが NMF と FA とで対応していたが、ここではいくつか似通ったクラスターがあるにとどまっている（「電力・公共事業」「食料」「産業機械」「輸送」）。

鳥取県の産出係数行列からクラスターを特定した結果として、NMF を使った結果と FA を使った結果を Table 5 に示す。

連携行列の場合に比べ、NMF と FA では結果に差が目

立つのは山口県の場合と同様である。「公共事業」が NMF の因子 1 と FA の因子 2 に入っているのが目につく。

また、中国地方の産出係数行列からクラスターを特定した結果として、NMF を使った結果と FA を使った結果を Table 6 に示す。

NMF と FA で結果が違っているのは県の場合と同様であるが、NMF の因子 4 と FA の因子 1 のようにクラスターとしての内容の解釈が難しいものがある（あえて空欄にしてある）。県レベルと比べ（中国）地方レベルでは産業の多様性が高いことも一因であろうか。

産出行列を使ったクラスターの特定では連携行列の場合と違い、NMF による結果では同じクラスターの中で産業部門の因子負荷量に差がある。

Table 4 産出行列による山口県の産業クラスター

NMF			FA			
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量 累積寄与率	
因子 1 0.0003 自動車・機械修理	自動車・機械修理	0.0169	因子 1 10.955 サービス 2	なめし革・毛皮・同製品	0.978	
	事務用品	0.0046		ガス・熱供給	0.975	
	娯楽サービス	0.0014		その他の対個人サービス	0.963	
	物品賃貸サービス	0.0013		非金属鉱物	0.953	
				その他の製造工業製品	0.951	
			分類不明	0.857	0.10	
			石炭製品	0.847		
			洗濯・理容・美容・浴場業	0.832		
			精密機械	0.818		
			通信	0.810		
			その他の公共サービス	0.730		
因子 2 0.0003 自動車	乗用車	0.0172	因子 2 6.888 サービス 3	情報サービス	0.833	
	自動車部品・同付属品	0.0009		映像・文字情報制作	0.761	
	自動車・機械修理	0.0008		金融・保険	0.735	
				その他の対事業所サービス	0.700	0.17
		商業	0.684			
		教育	0.681			
		研究	0.628			
			放送	0.600		
因子 3 0.00007 電力 公共事業	電力	0.0071	因子 3 5.149 介護・保障	建築	0.828	
	公共事業	0.0036		介護	0.810	
	有機化学工業製品	0.0021		その他の電子部品	0.793	
	鋼材	0.0015		社会保障	0.749	
	セメント・セメント製品	0.0014		陶磁器	0.745	
	その他の土木建設	0.0011		半導体素子・集積回路	0.644	
	住宅賃貸料（帰属家賃）	0.0006				
因子 4 0.00006 金属	鋼材	0.0050	因子 4 5.144 線維	衣服・その他の繊維既製品	0.950	
	非鉄金属加工製品	0.0047		繊維工業製品	0.919	
	銑鉄・粗鋼	0.0030		ゴム製品	0.860	
	無機化学工業製品	0.0007		化学繊維	0.848	
				紙加工品	0.827	0.27
		漁業	0.755			
		娯楽サービス	0.995			
因子 5 0.00004 サービス 1	通信	0.0024	因子 5 5.003 サービス 4	事務用・サービス用機器	0.994	
	公務	0.0022		事務用品	0.993	
	医療・保健	0.0022		物品賃貸サービス	0.992	
	金融・保険	0.0021		自動車・機械修理	0.992	
	研究	0.0013				
	広告	0.0011				
	その他の対事業所サービス	0.0011				
	医薬品	0.0011				
	その他の公共サービス	0.0009				



NMF			FA			
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量	累積寄与率
因子 6 0.00004 建築	建築	0.0055	因子 6 4.706 輸送	貨物利用運送	0.745	0.36
	その他の電子部品	0.0023		道路輸送 (除自家輸送)	0.663	
	製材・木製品	0.0015		不動産仲介及び賃貸	0.643	
	建設補修	0.0010		倉庫	0.609	
	パルプ・紙・板紙・加工紙	0.0010		住宅賃貸料	0.587	
	半導体素子・集積回路	0.0009		航空輸送	0.580	
因子 7 0.00004 食料	食料品	0.0051	因子 7 4.696 産業機械	特殊産業機械	0.899	0.41
	飲食店	0.0024		一般産業機械	0.873	
	耕種農業	0.0019		その他の一般機械器具及び部品	0.810	
	畜産	0.0017		自動車部品・同付属品	0.797	
因子 8 0.00003 化学製品	有機化学工業製品	0.0048	因子 8 4.318 公共事業 電力	建設・建築用金属製品	0.644	0.45
	石油製品	0.0024		公共事業	0.896	
	合成樹脂	0.0014		電力	0.856	
	医薬品	0.0014		その他の土木建設	0.726	
	無機化学工業製品	0.0009		鋼材	0.694	
	プラスチック製品	0.0008		鍛造品	0.686	
	石油化学基礎製品	0.0007		その他の窯業・土石製品	0.639	
	化学最終製品 (除医薬品)	0.0006				
因子 9 0.00003 産業機械	自動車部品・同付属品	0.0028	因子 9 3.392 非鉄など	非鉄金属加工製品	0.819	0.48
	特殊産業機械	0.0026		その他の電気機器	0.799	
	一般産業機械	0.0023		非鉄金属製錬・精製	0.766	
	建設・建築用金属製品	0.0019		無機化学工業製品	0.746	
	その他の金属製品	0.0014				
	産業用電気機器	0.0007				
	その他の土木建設	0.0007				
	その他の輸送機械・同修理	0.0005				
因子 10 0.00002 輸送	衣服・その他の繊維既製品	0.0022	因子 10 3.189 食料	飼料・有機質肥料 (除別掲)	0.707	0.51
	水運	0.0022		たばこ	0.642	
	自家輸送	0.0020		食料品	0.566	
	ゴム製品	0.0009				
	道路輸送 (除自家輸送)	0.0007				
	その他の輸送機械・同修理	0.0006				

Table 5 産出行列による鳥取県の産業クラスター

NMF			FA			
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量	累積寄与率
因子 1 0.00040 公共事業	公共事業	0.0163	因子 1 38.499 サービス	洗濯・理容・美容・浴場業	0.996	0.380
	建築	0.0111		紙加工品	0.996	
	建設補修	0.0028		印刷・製版・製本	0.996	
	その他の土木建設	0.0027		石炭製品	0.996	
	セメント・セメント製品	0.0010		耕種農業	0.996	
	一般産業機械	0.0005		その他の対個人サービス	0.996	
				製材・木製品	0.995	
因子 2 0.00019 建設用製品	その他の金属製品	0.0089	因子 2 26.532 建築 公共事業	たばこ	0.995	0.650
	建設・建築用金属製品	0.0048		対事業所サービス	0.995	
	その他の鉄鋼製品	0.0047		化学最終製品 (除医薬品)	0.995	
	民生用電気機器	0.0040		物品賃貸サービス	0.994	
	建築	0.0035		繊維工業製品	0.994	
	産業用電気機器	0.0035		娯楽サービス	0.994	
				建築	0.999	
				その他の土木建設	0.999	
				民生用電気機器	0.999	
				特殊産業機械	0.999	
		一般産業機械	0.999			
因子 3 0.00019 産業用製品	その他の電子部品	0.0113	因子 3 8.913 金属・化学	建設・建築用金属製品	0.999	0.740
	その他の電気機器	0.0059		その他の一般機器及び部品	0.999	
	非鉄金属加工製品	0.0041		公共事業	0.998	
	その他の金属製品	0.0020		その他の鉄鋼製品	0.998	
	半導体素子・集積回路	0.0010		船舶・同修理	0.997	
	産業用電気機器	0.0010		セメント・セメント製品	0.996	
	自動車部品・同付属品	0.0006				
				非鉄金属加工製品	0.997	
				非鉄金属製錬・精製	0.997	
				陶磁器	0.997	
		無機化学工業製品	0.996			
		その他の電気機器	0.989			
		半導体素子・集積回路	0.967			
		その他の電子部品	0.931			
		精密機械	0.925			

NMF			FA			
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量	累積寄与率
因子 4 0.00018 医療	医療・保健	0.0136	因子 4 3.359 通信	通信	0.917	0.770
	社会保障	0.0003		金融・保険	0.819	
因子 5 0.00009 その他の電子部品	その他の電子部品	0.0094	因子 5 2.834 輸送	商業	0.790	
	建築	0.0008		不動産仲介及び賃貸	0.672	
	自動車・機械修理	0.0003		インターネット付随サービス	0.665	
因子 6 0.00004 公務 (水産振興)	公務	0.0056	因子 6 2.308 ガラス	鉄道輸送	0.990	0.800
	漁業	0.0023		航空輸送	0.985	
	公務	0.0006		公務	0.895	
	航空輸送	0.0004				
因子 7 0.00002 農業・木材	耕種農業	0.0033	因子 7 2.205 不動産	ガラス・ガラス製品	0.949	0.850
	製材・木製品	0.0020		教育	0.828	
	パルプ・紙・板紙・加工紙	0.0012		飲料	0.684	
	洗濯・理容・美容・浴場業	0.0009		住宅賃貸料	0.899	
	建築	0.0009		住宅賃貸料(帰属家賃)	0.875	
	印刷・製版・製本	0.0007		不動産仲介及び賃貸	0.531	
	その他の対個人サービス	0.0005				
	たばこ	0.0005				
	紙加工品	0.0005				
	繊維工業製品	0.0004				
対事業所サービス	0.0004					
因子 8 0.00002 通信	通信機器・同関連機器	0.0016	因子 8 2.064 水運	水運	0.975	0.870
	自動車・機械修理	0.0014		漁業	0.898	
	産業用電気機器	0.0013				
	民生用電気機器	0.0008				
	自動車部品・同付属品	0.0004				
	特殊産業機械	0.0004				
因子 9 0.00001 生活用品	パルプ・紙・板紙・加工紙	0.0020	因子 9 1.974 輸送 2	自家輸送	0.870	0.890
	食料品	0.0016		貨物利用運送	0.730	
	鋳鍛造品	0.0013		道路輸送	0.570	
	衣服・その他の繊維既製品	0.0010			0.471	
	電力	0.0007				
	プラスチック製品	0.0004				
因子 10 0.000003 商業	商業	0.0011	因子 10 1.771 飼肥料	飼料・有機質肥料(除別掲)	0.855	0.900
	飲食店	0.0007		医療・保健	0.580	
	金融・保険	0.0006		再生資源回収・加工処理	0.483	
	自家輸送	0.0004		農業サービス	0.443	
	宿泊業	0.0003				

Table 6 産出行列による中国地方の産業クラスター

NMF			FA			
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量	累積寄与率
因子 1 0.0000082 飲食	一般飲食店(除喫茶店)	0.002437	因子 1 20.362	熱供給業	0.972	0.060
	遊興飲食店	0.000993		高機能性樹脂	0.970	
	宿泊業	0.000991		その他の合成樹脂	0.969	
				人文科学研究機関(国公立)	0.969	
因子 2 0.0000025 医療福祉	医療(医療法人等)	0.001337	因子 2 17.446 化学薬品	製水	0.966	0.110
	医療(国公立)	0.000629		その他の通信サービス	0.951	
	医療(公益法人等)	0.000523		不動産賃貸業	0.930	
	社会福祉(非営利)	0.000097				
	介護(施設)	0.000091		染色整理	0.978	
	介護(居宅)	0.000084		洗濯業	0.975	
因子 3 0.0000008 飼料・油脂	飼料	0.000835	因子 3 15.531 医療福祉	理容業	0.975	0.160
	植物油脂	0.000315		舗装材料	0.967	
	製粉	0.000141		石けん・合成洗剤・界面活性剤	0.960	
	でん粉・ぶどう糖・水あめ・異性化糖	0.000104		医療(国公立)	0.998	
				介護(居宅)	0.998	
				社会福祉(産業)	0.998	
		社会福祉(国公立)	0.998			
		医療(公益法人等)	0.998			

NMF			FA			
クラスター	産業部門	因子負荷量	クラスター	産業部門	因子負荷量	累積寄与率
因子 4 0.0000002	非鉄金属素形材 茶・コーヒー 航空輸送 公務（中央）	0.000250 0.000247 0.000175 0.000165	因子 4 11.928 教育	学校教育（国公立） 学校教育（私立） 楽器・情報記録物 その他の教育訓練機関（産業）	0.990 0.990 0.984 0.981	0.190
因子 5 0.0000002 自動車	機械修理 乗用車 その他の特殊産業用機械 自動車部品 自動車車体・自動車用内燃機関・同部分品	0.000219 0.000203 0.000199 0.000095 0.000069	因子 5 11.810 電気施設	電力施設建設 電気通信施設建設 鉄道軌道建設 通信機械※ 回転電気機械※	0.859 0.840 0.834 0.822 0.819	0.230
因子 6 0.0000001 線維	ニット製衣服 革製履物 織物製衣服 外洋輸送	0.000179 0.000174 0.000174 0.000132	因子 6 9.497 その他工業製品	その他の製造工業製品 身辺細貨品 機械工具 炭素・黒鉛製品・研磨材 陶磁器	0.900 0.873 0.871 0.849 0.815	0.260
因子 7 0.0000001 建築	その他の電子部品 ゴム製品※ 住宅建築（木造） 非住宅建築（非木造） 住宅建築（非木造） 建設補修	0.000188 0.000128 0.000114 0.000104 0.000093 0.000092	因子 7 8.414 電気通信	固定電気通信 移動電気通信 その他の電気通信	0.875 0.815 0.750	0.280
因子 8 0.0000001 商業	小売 卸売 企業内研究開発	0.000168 0.000162 0.000097	因子 8 7.293 木・革製品	木製家具・装備品 かばん・袋物・その他の革製品 革製履物 運動用品	0.942 0.938 0.937 0.936	0.300
因子 9 0.0000001 パルプ・製材	パルプ・洋紙・和紙 製材 事務用品 合板	0.000169 0.000145 0.000071 0.000060	因子 9 7.021 畜産	製革・毛皮 自然科学研究機関（産業） その他の畜産 自然科学研究機関（非営利）	0.957 0.947 0.930 0.929	0.320
因子 10 0.0000005 食品	そう菜・すし・弁当 と畜（含肉鶏処理） その他の食料品・たばこ 酪農 肉用牛 パン類	0.000094 0.000088 0.000084 0.000082 0.000056 0.000050	因子 10 7.016 廃棄物処理	廃棄物処理（産業） 社会保険事業（国公立） 廃棄物処理（公営）	0.448 0.422 0.420	0.340
因子 11 0.0000005 化学工業	有機化学工業製品 プラスチック製品 銑鉄・粗鋼 熱間圧延鋼材 ソーダ工業製品	0.000105 0.000104 0.000074 0.000061 0.000055	因子 11 6.748 油脂・飼料	調味料 植物油脂※ 飼料 その他の食用耕種作物 でん粉・ぶどう糖・水あめ・異性化糖	0.887 0.874 0.868 0.865 0.865	0.360

考 察

連携行列でのクラスター特定について

NMFによる連携行列からのクラスター特定の結果は（連携行列の強引な非負値化をしているにもかかわらず）FAによる結果とよく似ている。連携行列によるクラスター特定ではNMFとFAの結果の違いは、SSLの大きさによる因子の順番の違いとよほど各因子どうしは似ている。NMFでもFAでもSSLの違いは上位因子と下位因子で比較的小さいので順番の違いは大きな違いとは言えない。因子分析は変量間の共分散構造を少ない因子で記述する分析手法であり、共分散行列を近似しようとするものと見ることができる<sup>9)</sup>。よって相関係数からなる連携行列（を非負値化したもの）にNMFの方法を適用すると因子分析に結果が似てくるのは不思議ではないともいえる。

産出行列でのクラスター特定について

産出行列にNMFを適用するときは共分散行列や相関行

列を経ずに直接産出行列を分解する。そのためか連携行列の場合に比べ同じ県でもNMFとFAでは結果の差が目立った。

産出行列でのクラスター特定について比べると、NMFではFAに比べ同一因子内での因子負荷量に差がある。よって因子負荷量の高い1～3個の産業を主に因子（クラスター）の解釈をすればよいので解釈がしやすい面がある。FAによる結果では、たとえば山口県の産出行列によるクラスターで因子1は「サービス1」としてはいるが、「革」、「ガス・熱」、「対個人サービス」、「非金属鉱物」、「製造工業製品」が0.95以上の因子負荷量となっており、さらに0.8以上で「分類不明」その他が続くので、クラスターとしての解釈は難しい。なんらかのクラスターとしてのまとまりを表すのかもしれないが。

NMFでもFAでも山口県と鳥取県の結果では連携行列の場合に比べ、産出行列では違いが明確に出た。しかしその県ごとの違いにNMFとFAでは共通性と差異がある。前節で述べたとおりNMFでもFAでも鳥取県では公共事

業関連が上位に出てきている。ちなみに各県のH17年連関表で県生産高に占める公共事業生産高の割合は、鳥取県は3.77%、山口県は1.98%と倍程の開きがある。しかし鳥取県における公共事業のクラスターとしての現われ方は、NMFの因子1、2、3とFAの因子2を比べるとNMFの方がクラスターの性格がより明確なクラスターに分離しているのに対し、FAの方がクラスターとしての公共事業関連産業のまとまりを示しているとも見られる。

#### クラスター数について

因子分析と違いNMFでは、全体の分散への寄与率という概念はない。よって寄与率でクラスター数(因子数)の妥当性を判断することはできない。NMFではクラスター数の妥当性は初期値に対する安定性から判断するが、同じクラスター数での因子分析や主成分分析の累積寄与率を参考にするとは考えられる。

因子分析における因子数決定にしても絶対的な基準はないので場合によってはNMFのcophenetic coefficientなどの基準が参考になることもあるだろう。

#### 方法の可用性について

NMFは非負行列に対する手法であるので、負値データは0と置き換えるなどする必要がある。また初期値に依存するため本論のようにランダムな初期値を使う場合は多くの計算を繰り返して最適な結果を探る必要がある。本論では1回あたり200通りの初期値で結果を出しているが他のケースでは100~200通りという報告もある<sup>7)</sup>。本論のNMFの計算には多少の時間がかかった(1回のnmf関数によるクラスターの計算に数秒から数十秒)。FAの計算ではfa関数によるクラスターの計算結果はすぐに出た。また結果として本論ではbest fitを採用しているが平均値を使う方法もある。

一方、連関表データ行列は0または0に近い値が多いため数値計算上特異になることが多いが、FAではそのためにエラーになったりデータ補正が成されたなどの警告が出ることがある。本論で扱ったデータではRのfa関数で、最尤法(ml)はエラーで実行できず、主成分法(pa)は多くの場合実行可能だが常に警告が出て、最小2乗法(minres)はすべての場合に実行可能であったが常に警告が出た。NMFの計算ではnmf関数の実行でエラーや警告は出なかった。

まとめに代えて

本論ではNMFによる産業クラスターの特定として6例を実行したにとどまっただけだが、おおよそ次のような傾向が見て取れた。

まず相関係数を経る連携行列によるクラスターの特定ではNMFによる結果はFAによる結果によく似ている。

産出行列によるクラスターの特定では、NMFによる結果はクラスターの明確化・分離の傾向があるのに対して、FAによる結果はクラスターとしての統合を強調する傾向がある。

こうした傾向は以後さらに実行結果を増やすなどして検証していく必要がある。

産業クラスターの特定におけるNMFの意義としては、FAその他の方法との相補的な使い方が考えられる。NMFもFAもその他の方法もそれぞれに制約があり、因子数の決め方、結果の解釈などで他の方法を試してみることが望ましい場合が考えられる。とくに連関表を使ったNMFとFAによる方法は、同じデータを使えるし、Rなどの関数が用意されているので、互いに他を使うことが比較的簡単にできる。

連携行列の方法では、NMFはFAによる結果と大きく違う結果を与えない。連携行列の方法は行部門と列部門が一致している必要がある点で、行部門数・列部門数が違う小分類基本表をそのまま使うことができない。本質的に非負値の生データである基本表あるいはそれを単に係数化した産出係数行列に直接適用した方がNMFの特色を出せることも考えられる。

NMFの実行方法として本論では、 $W, H$ の初期値の取り方としてランダムに取る方法を採用したが、他の方法もある<sup>8)</sup>。また結果の $W, H$ としてはbest fitのものを採ったが、平均値をとるなど他の方法がある<sup>8)</sup>。また $H$ の代わりに $W$ を使うことも考えられる。これらの方法も試してみる価値はある。

いずれにしてもNMFによる産業クラスター特定を行っていく価値があると考えられる。

#### 参考文献

- 1) Porter, M.E., The Competitive advantage of nations, The free press, 1-857 (1990)
- 2) Bergman, E.M, Feser, E.J., Industrial and regional clusters: Concepts and comparative applications, <http://www.rri.wvu.edu/WebBook/Bergman-Feser/contents.htm>

- 3) 李 鎮勉, 鄭 俊豪, 韓国での I-O リンケージを考慮した産業クラスター特定分析, 産業連関 **14**(2), 63-76 (2006)
- 4) 渡邊隆俊, 地域経済の産業連関分析, 第 1 章, 成文堂 (2010)
- 5) Lee, D.D., Seung, H.S., learning the parts of objects by non-negative matrix factorization, Nature, **401**, 788-791 (1999)
- 6) 亀岡弘和, 非負値行列因子分解, 計測と制御, **51**(9), 835-844 (2012)
- 7) Brunet, J., Pablo, T., et.al., Metagenes and molecular pattern discovery using matrix factorization, Proc. National Academy of Sciences, **101**(12) 4164-4169 (2004)
- 8) Renaud G. (2015). Algorithms and framework for nonnegative matrix factorization (NMF) CRAN. R package version 0.20.6 (2015)
- 9) Johnson, R.A., Wichern, D.W., Applied multivariate statistical analysis sixth edition, Pearson Education (2007)