

論 文

時空次元論序説

吉村高男*1

キーワード：素粒子、相互作用、初期宇宙、時空、次元、宇宙起源、時空次元論

1はじめに

この世における物質の構成要素である素粒子の存在・起源と、それらを包み込んでいる時空の存在・起源を結びつける新しい物理学を「時空次元論」と名付ける^{1),53)}。

素粒子の探究は、物質を構成する基本粒子の存在様式とそれらの間に働く相互作用のもとでの運動形態を明らかにしてきた。この探究は、必然的に自然現象を統一的に把握する方向の流れであり、物質の究極像に迫るミクロ世界への追究でもある。その領域の本質を解明するためには、素粒子加速器などでアプローチしているように、非常に高いエネルギーを必要とする。

ところで、同じ高エネルギー現象の中で宇宙は生まれたと考えられている。そのため、素粒子の奥深い研究は必然的に宇宙の起源に繋がり、素粒子の存在は、この世の器である時間・空間及びその次元構造と密接な関係があると予測できる。

私達が慣れ親しんでいる物理法則は空間3次元及び時間1次元での法則である。その次元数がずれると、それらの法則が一般には成立しなくなる。逆に、4次元時空だからこそ、このような宇宙が存在しているとも言える^{2),4)}。

ここでは、素粒子と宇宙、及び時空次元との係わり合いについて議論をする。

2素粒子と宇宙

現在の素粒子論で標準的に考えられていることは次の通りである。素粒子の相互作用には、強、弱、電磁、重力の4種類がある（表1）。今から、約137億年前

に宇宙が始まった時には、それらの相互作用は分岐していなかったが、宇宙開闢後 10^{-11} 秒という非常に短い時間での膨張による温度低下で、4つの相互作用が現ってきたと考えられている^{4),6)}（図1）。

素粒子の種類は、電子、ニュートリノなどのレプトン（軽粒子）、陽子や中性子に代表されるバリオン（重粒子）、湯川秀樹が予言して発見されたπ粒子に代表されるメソン（中間子）、相互作用を媒介するゲージ粒子などに分類される。バリオンとメソンは、さらに基本要素である6種類のクオークから構成されている。面白いことに、レプトンも6種類あり、レプトンとクオークはいずれも3世代の対で構成されて、これらの両者に美しい対称性が成り立っている（表2）。また、これらの粒子に対応した反粒子も存在している。バリオンは3つのクオークから、メソンは2つの正・反クオークから構成されている。

表1 4つの相互作用の比較

相互作用の種類	重力相互作用	電磁相互作用	強い相互作用	弱い相互作用
具体例	・太陽と地球の間にはたらく力 ・地球と地球上の物体にはたらく力	・原子核に電子を結びつける力をもつてなる力 ・化学反応を起こす力	・原子核をつくる力 ・クォーク間にはたらく力	・β崩壊を司る力 ・中性子やμ粒子などの寿命を決める力
相対的な強さ	10^{-39}	10^{-2}	1	10^{-5}
到達距離	無限大	無限大	10^{-15} m	10^{-17} m
相互作用の源	質量	電荷	色荷	弱荷
相互作用を媒介するゲージ粒子	グルビトン（重力子）（未発見）	フォトン（光子）	グルーオン	ウイークボソン（W [±] 粒子、Z ⁰ 粒子）

相互作用の強さは、 10^{-15} mの距離に置かれた陽子どうしにはたらく力で比較した。

素粒子の基本的な運動方程式としては、電子やニュートリノなどの、スピンが半整数の素粒子を記述する

*1 山口福祉文化大学 ライフデザイン学部

Dirac 方程式と、相互作用を媒介する粒子で、スピンが整数の素粒子を記述する Klein-Gordon 方程式がある。

Dirac 方程式

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

Klein-Gordon 方程式

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi = 0$$

一方、現在の宇宙論は、超弦理論や M 理論などの高次元理論を基盤に、宇宙の起源についても様々なアプローチがあるが⁵⁾⁻⁸⁾、宇宙創生について標準的に考えられていることは次の通りである。私達の宇宙は時間も空間もない「無」の状態から今から約 137 億年前に生まれた⁹⁾⁻¹⁵⁾。生まれたての宇宙はインフレーションと呼ばれる急激な膨張を引き起こし、ビッグバンとともに 1 万分の 1 秒内に 4 つの相互作用と素粒子の元となるクオーケ等の基本粒子ができた¹⁶⁾⁻¹⁹⁾。主として、He までの原子核は、宇宙開闢から 3 分間で創生された。さらに、宇宙誕生から 38 万年後、自由に飛んでいた電子が原子核に捕らえられ原子ができる。「宇宙の晴れ上がり」である。宇宙は膨張と共に温度が下がることで多様な進化を続けることになる。原子、分子からなるガスが重力により集まり、星や銀河が生まれる。重い星ほど寿命が短く、その星の最期に放出されたガスが新たな星間物質となり、再び恒星や惑星といった天体からなる太陽系のような星の集団を形成し、条件の整った惑星上で、私達のような生命体が進化の中で創られ、今日見られる多様な世界に至ったと考えられている。ただ、私達が知っている元素は全宇宙エネルギーの一 4% に過ぎず、残りの 96% は従来から考えられているアトミズム論では説明できない未知のダークマター (23%) 、ダークエネルギー (73%) で構成されている。ダークエネルギーは数十億年前からこの宇宙の加速膨張に寄与していると考えられている²⁰⁾⁻²⁸⁾。

さらに、最近の観測で、宇宙のバリオン数と光子数の比が 6.1×10^{-10} と推定されているが、反物質が存在せず、物質優勢の宇宙が創生された事実を説明することも、今後の物理学の大きな課題である。

表 2 素粒子の分類表（標準理論）

	物 質 粒 子			ゲージ粒子
	第 1 世代	第 2 世代	第 3 世代	
ク オ ー ク	u アップ d ダウ	c チャーム s ストレンジ	t トップ b ボトム	強い力 グルーオン g
	e e ニュートリノ e 電子	\nu_e e ニュートリノ e ミューオン	\nu_\mu μ ニュートリノ μ タウ	電磁力 光子 \gamma
レ プ ト ン	\nu_\tau τ ニュートリノ			弱い力 W W Z W ボソン Z ボソン
				H ヒッグス粒子
ヒッグス場に伴う粒子 (未発見)				

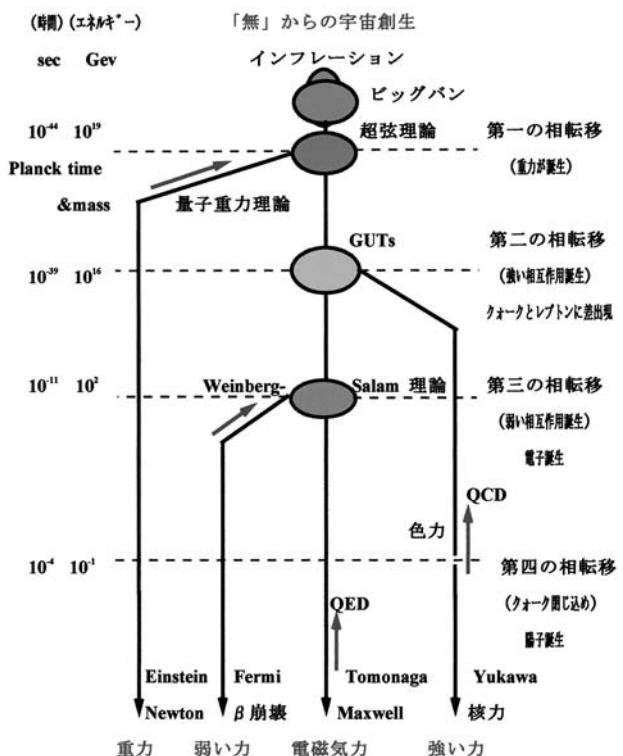


図 1 相互作用の分岐・進化図

3 場の量子論

20世紀における物理学の二本柱は量子力学と相対性理論であった。両者を結びつける理論が場の量子論である。電磁相互作用の場の量子論的な記述をしたものが量子電磁力学である。歴史的には、まず、朝永・Schwinger の方程式に基づく、伝統的な正準形式に則った方法が確立された²⁹⁾⁻³³⁾。続いて、Feynman が考案した経路積分法による Feynman ダイアグラムを通じた不变振幅を求める方法が確立した³⁴⁾⁻³⁹⁾。これらが同等な内容に繋がることを導いたのは Dyson である。朝永・Schwinger の方程式から出発して、S 行列を計算する方法を展開し、それが Feynman の理論と等価であることを Dyson は示した^{40),41)}。

最近は、電弱、強い力、重力と言った、基本的な相互作用をゲージ場と捉え、それらの統一場理論を構築することが一つの大きな流れになっている。そこでは Lagrangian 形式で、ゲージ変換による不变性（ゲージ不变性）が保たれるような理論構築を展開している。そのため、Lagrangian 形式で理論を構成する Feynman による経路積分量子化がゲージ理論では有効である。

Feynman ダイアグラムから素粒子反応における散乱の不变振幅、遷移確率を求ることができ、物理量として観測できる散乱断面積が計算できる。Feynman ダイアグラムでループを含まないツリーレベルの計算では発散は生じないが、正しい観測量を再現するためには、量子補正としてループを含むダイアグラムを勘定に入れる必要がある（図 2,3,4）。ループ・ダイアグラムを含む不变振幅の計算をとともに計算しようとすると、直ちに無限大が出ると言った発散の困難にぶち当たる。その起源は、Feynman ダイアグラムを運動量空間で考え、Feynman 則によるループ部分における多重積分の導入にある。

そこで、有限な物理量を得るために、正則化（Regularization）と繰り込み（Renormalization）を行う必要がある。正則化にはいろいろな手法が考えられるが、次元正則化が基本的には有効である。これは時空

の次元数を解析接続により複素数に拡張するものである。よって、時空の次元が奥深いところでずれているわけではなく、純粹に発散を避けるための数学的なテクニカルな操作であることをしっかりと認識しておく必要がある。この正則化の最大の利点は、ゲージ不变性を壊さないことにある。時空の次元数 $d=4-\varepsilon$ として、正則化により $\varepsilon \rightarrow 0$ で、 $1/\varepsilon$ を含む発散項と、それを含まない有限項に不变振幅を分ける。量子電磁力学における発散ダイアグラムは下図に示した 3 種類であることが分かっており、それぞれに対応する質量や電荷（結合定数）などの基本パラメータに繰り込み操作を行う。即ち、繰り込み可能となるタイプの理論では、有限個の基本パラメータにすべての発散を押し込めることができ、押し込めた後の繰り込まれたパラメータを有限の観測量と同一視することで、すべての物理量を厳密に有限な量として計算できる⁴²⁾⁻⁴⁶⁾。



図 2 電子の量子補正



図 3 光子の量子補正

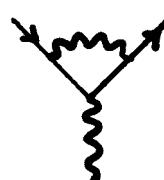


図 4 頂点 (Vertex) 補正

相互作用の中で、ゲージ場としての電磁相互作用は繰り込みが可能となる摂動理論であるが、クオーケの閉じ込めなどの特性が出てくる強い相互作用や、非線形性が本質的になる重力相互作用のように、一般には繰り込みができないものもある。相互作用のゲージ化を図ることで見通しのよい方向に持っていくとする統一ゲージ理論を目指す努力もされている一方で、スーパーコンピュータの進展と、モデルの取り方や数学的アルゴリズムの改良により、格子ゲージ理論で代表される、繰り込みをしない非摂動的手法も有効になってきている。そこでのパラメータは結合定数とクオーケの質量で、それらの値を与えるだけで、その他のすべての物理量が計算できる。

さらに、深刻な発散の困難さを引き起こす紫外発散を回避するために、素粒子（クオーケ）を点状で考えずに1次元状に拡がった小さなひも（弦）と考える超弦理論も研究が進んでいる。超弦理論は、スピンが2の自己相互作用をする重力子を含んでおり、重力相互作用まで含めた、すべての相互作用を統一する理論として成長している。超弦理論には5つあるが、双対性（duality）の概念を導入することで、それらはM理論と呼ばれる一つの理論に、11次元で統一されることがWittenとTownsendによって示された^{7),8),47),48)}。

ただ、11次元といった高次元でM理論を構成しており、私達が感じている日常的な4次元時空に次元を脱構築することが大きな課題になっている。

4 時空次元と物理学の構成

私達が慣れ親しんでいる物理法則は3次元空間での法則である。その次元数がずれると、それらの法則が一般には成立しなくなる。逆に、3次元という空間次元だからこそ、このような宇宙が存在しているとも言える。

そこで、空間の次元数を3からずらし、既存の物理法則がどのように変わるかを検討した。このことにより、それぞれの物理法則が持つ深い本質的な意味を知

ることが出来るからである。物理学の各分野における物理法則と空間の次元数との絡み合いについて議論を行い、最終的に時空間の次元数を連続的に変化させた時の物理学の構築に向けた構想についてまとめる。

(1) 力学分野

空間の次元数と万有引力のポテンシャルの形及び軌道の安定性については、空間次元が3次元だからこそ万有引力の逆2乗法則が成立し、安定な軌道が存在することがわかる。

力学分野における物理法則と空間の次元数との絡みについて、例えば、太陽・惑星系の近日点移動について考えると面白い。良く知られているように、水星の観測による近日点移動は100年で574秒であるが、他の惑星の効果等を考慮に入れ、Newton力学を用いて解くと、理論的に43秒少ない531秒となる。この43秒の差を、理論的に解消したのがEinsteinによる一般相対性理論である。

ここでは、その効果を一般相対性理論に頼らずに、万有引力の逆2乗法則の微妙な差によるものと考え、その由来を空間の次元数の差と読み直して計算を試みる⁴⁾。

太陽を中心として、それを不動とした惑星の運動を考える。太陽の周りを回る惑星までの距離を r として、Newton力学を使った2体問題で解くと、

$$r = \frac{L}{(1 + e \cos \theta)}$$

となる。 L は h^2/GM (h : 惑星の面積速度、 G : 万有引力定数、 M : 太陽の質量)、 e は離心率である。 $0 \leq e < 1$ で閉じた橢円軌道となる。

一方、一般相対性理論では、

$$r = \frac{L}{(1 + e \cos \gamma \theta)}$$

となる。ここで、 γ は

$$\gamma = 1 - \frac{3G^2 M^2}{c^2 h^2}$$

である。ただし、 c は光速である。この γ により、近日点の移動が生じる。

ここまで近日点移動に関する議論は、現在広く受け入れられているものである。

しかしながら、近日点の移動が生じる原因を一般相対性理論の効果に頼らずに、万有引力の逆2乗法則の微妙なずれによるものと考え、その由来を空間の次元数のずれと読み直して、新たな物理学の構築をここでは考えることにする。つまり、次元数をダイナミカルな変数と考え、連續化を図るわけである。

そのもとで試算をすると、空間の次元数のずれ ϵ は、

$$\epsilon = \frac{6G^2 M^2}{c^2 h^2}$$

となる。このような空間の次元数のずれが水星の軌道周辺であるとすれば、この値は、 10^{-7} オーダーとなり、この近日点移動の現象が矛盾なく説明できる。

その際、この次元数が3より大きい方にずれるか、小さい方にずれるかが、興味ある問題になる。実際の観測値は近日点の角度のずれが惑星の進む向きである。次に示したシミュレーションで明らかのように、太陽周辺における次元数は3より大きくなるとすると、この現象が合理的に説明できる（図5,6）。

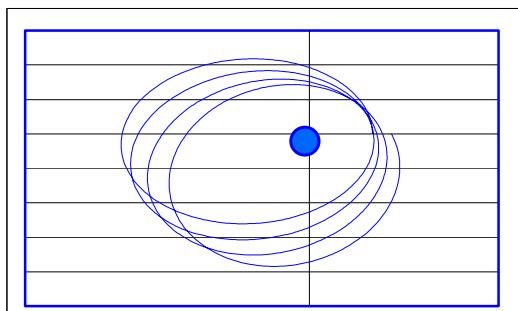


図5 空間の次元数 $d>3$ の時の近日点移動
(実際の軌道に対応)

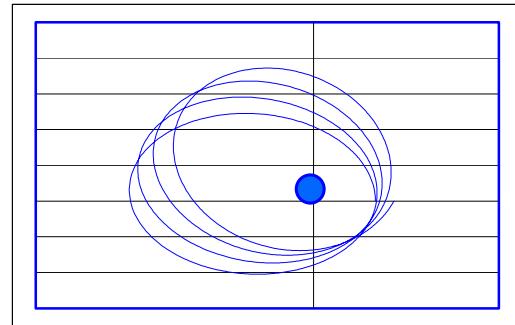


図6 空間の次元数 $d<3$ の時の近日点移動

(2) 波動分野

時空次元と波動の伝搬の仕方には深い関係がある。空間の次元数と波動現象を説明する「Huygens の原理」の関係を考えると教育的である。波動現象を説明する Huygens の原理は、空間次元数が3以上の奇数次元の時に合理的に成り立つ。つまり、私達が住んでいるこの宇宙の空間次元が3次元だからこそ、合理的な Huygens の原理が成立することがわかる。2次元をはじめ、偶数次元では Huygens の原理が成立しない。

(3) 電磁気分野

電磁気学の世界では、Biot-Savartの法則、Lorentz力、Faradayの法則など、空間次元が3次元だからこそ成立する法則が少なくない。電磁気学で活躍するベクトル外積の概念自体が3次元を反映している。図7に示した電磁場の進行する向きを示すPoyntingベクトルも、空間次元が3次元だからこそ、成立することができる。

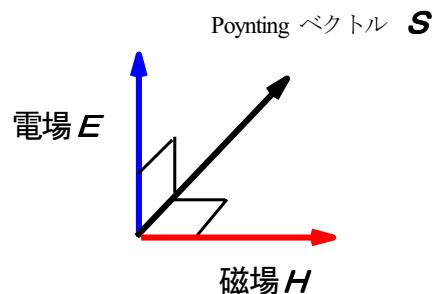


図7 Poynting ベクトル $\mathbf{S}=\mathbf{E}\times\mathbf{H}$

さらに、Maxwell は、次に示すベクトル解析の手法で電磁気学を統合した。

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$$

ここで、 $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \rho, \mathbf{j}$ は電場、磁場、電荷密度、電流密度を示し、 \mathbf{B} は磁束密度で、 $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ である。 ϵ_0 、 μ_0 は真空の誘電率と透磁率である。また、Weyl は 1922 年に空間が 3 次元、時間が 1 次元でのみ、Maxwell 理論が成立することを示した⁴⁹⁾。

ところで、物理学の基礎方程式は、いかなる運動状態における観測者から見てもその形が変わらないという対称性が要求される。即ち、非相対論的力学である Newton 力学においては、Galilei 変換のもとで Newton の運動方程式は不变である。しかしながら、上述した Maxwell 方程式は Galilei 変換に対して不变ではない。

実は、Einstein が提唱した、特殊相対性理論における Lorentz 変換のもとで Maxwell 方程式は不变である。

逆に、電磁気学を合理的に説明するために、それまでの絶対空間、絶対時間で構成していた Newton 力学の限界を乗り越え、Einstein は光速不变の原理をもとに、従来の時空概念を変更した特殊相対性理論を構築したとも言える。

(4) 原子・原子核分野

万有引力と同様に、クーロン力についても、空間次元が 3 次元だからこそ、逆 2 乗法則が成立し、安定した物質構造が得られていることが理解できる。量子力学の建設に尽くした Ehrenfest は、Bohr の理論を多次元空間の原子構造に適用した⁵⁰⁾。その結果、空間次元数が 5 より大きくなると、電子の Bohr 軌道半径が量子数の増大とともに減少するという、通常とは逆の結論

を得た。さらに、運動エネルギーと位置エネルギーを加えた全エネルギーに極小が存在しない。4 次元空間の場合も安定な軌道が存在せず、結局、3 次元以下でないと安定な原子が存在しない。1963 年に、Tangherlini によっても、このことは確認された⁵¹⁾。2 次元空間では、すべてのエネルギー準位がとびとびになり、基底状態の原子の半径は数 mm にもなる。平面の世界に住む生物は超巨大にならざるを得ない。勿論、そのような生物は原理的に不可能である。消化管の存在により、生物の体が 2 つに分離してしまうからである。

さらに、Tegmark は 1997 年に、時間次元数が 1 より大きいと、陽子、電子も不安定になることを示した⁵²⁾。この世が時空 4 次元であることが、この豊かな宇宙の安定性を保証していると言える。

(5) 素粒子と宇宙

空間・時間の起源とその次元数については、「素粒子の相互作用の統一」を目指す中で、最近いろいろと議論されているが、私は次元数の連續化という全く異なった観点から宇宙及び素粒子の起源について考えている^{4,53)}。のことによって、初めて整数次元における物理学理論の安定性が本質的に理解できるからである。そこでは、四則演算は存在するが、長さ、面積は存在しないという世界が出現する。さらに、時空次元が整数次元の時に、初めて物理量として意味を持ってくることや、微分、積分学の新たな展開が期待できる。

しかしながら、時間次元の起源については、慎重な議論を必要とする。時間次元は、空間次元と何らかの形で結びついていることは明らかであるが、その本質に迫ることが今後の課題である。

5 おわりに

いざれにせよ、「時空次元論」の基本的な議論を進めていくと、「色即是空」、「空即是色」といった東洋的発想を必然的に必要とする⁵³⁾。今後の物理学は、今までお世話になった西洋の土俵から、東洋的思想に基づいた東洋の土俵を必要としている。

[参考文献]

- 1) 吉村高男 ; 時空次元論の構想, 山口県立大津高等学校研究紀要「大津」, PP.46-50, 1996
- 2) 吉村高男 ; 力の逆2乗法則と空間の次元数について, 全国理科教育センター研究発表集録, 1997
- 3) 吉村高男 ; 新学習指導要領における「素粒子と宇宙」の取扱いについて, 全国理科教育センター研究発表集録, 1999
- 4) 吉村高男 ; 空間の次元数と物理法則, 山口県教育財団研究助成報告書, 2000
- 5) Michio Kaku; ; Introduction to Superstring and M-Theory, Springer-Verlag New York, Inc., 1999
- 6) K. Sato ; Cosmological baryon-number structure and the first order phase transition of a vacuum, Phys. Lett. 99B (1981) 66
- 7) E. Witten ; String theory dynamics in various dimensions, Nucl. Phys. B433 (1995) 85
- 8) P.K.Townsend ; The eleven-dimensional supermembrane, Phys. Lett. B350 (1995) 184
- 9) A. Vilenkin ; Creation of universes from nothing, Phys. Lett. 117B (1982) 25
- 10) A. Vilenkin ; Birth of inflationary universes, Phys. Rev. D117B (1983) 2848
- 11) A. Vilenkin ; Topological inflation, Phys. Rev. Lett. 72 (1994) 3137
- 12) A. Ashtekar ; New variables for classical and quantum gravity, Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 2244
- 13) A. Guth ; Inflationary universe – A possible solution to the horizon and flatness problem–, Phys. Rev. D23 (1981) 347
- 14) S. W. Kim ; Particle creation for time travel through a wormhole, Phys. Rev. D46 (1992) 2428
- 15) S. W. Hawking & R. Penrose ; The singularities of gravitational collapse and cosmology, Proc. Roy. Soc. Lond. A 314 (1970) 529
- 16) S. W. Hawking ; Particle creation by black holes, Commun. Math. Phys. 33 (1973) 323
- 17) Y. Nambu et al. ; Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity, Phys. Rev. 122 (1961) 345
- 18) P.W.Higgs ; Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons, Phys. Rev. 145 (1966) 1156
- 19) S. Weinberg ; A model of leptons, Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 1264
- 20) S. Perlmutter et al. ; Discovery of a supernova explosion at half the age of the universe, Nature vol.391, 1 January, 1998
- 21) S. Perlmutter et al. ; Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae, The Astrophysical Journal 517 (1999) 565
- 22) A.G.Riess et al. ; Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant, The Astronomical Journal 116 (1998) 1009
- 23) N. Arkani-Hamed et al. ; The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter, Phys. Lett. B429 (1998) 263
- 24) N. Arkani-Hamed et al. ; Phenomenology, astrophysics, and cosmology of theories with submillimeter dimensions and Tev scale quantum gravity, Phys. Rev. D59 (1999) 1
- 25) T. Onogi, M. Kurachi ; Flavor structure of the three site Higgsless model, Prog. Theor. Phys. 125 (2011) 103
- 26) T. Inagaki, Y. Mizutani ; Boltzman equation for relativistic neutral scalar field in non-equilibrium thermo field dynamics, Prog. Theor. Phys. 125 (2011) 933
- 27) 橋本省二 ; 質量はどのように生まれるか, 講談社

- BLUE BACKS,2010
- 28) 村山斉 ; 宇宙は何でできているのか, 幻冬舎新書,2010
- 29) S. Tomonaga ; On a relativistically invariant formulation of the quantum theory of wave fields,
Prog. Theor. Phys. 1 (1946)27
- 30) J. Schwinger ; Quantum electrodynamics – A covariant formulation –,
Phys. Rev. 74 (1948)1439
- 31) J. Schwinger ; Quantum electrodynamics – Vacuum polarization and self-energy –,
Phys. Rev. 75 (1949)651
- 32) J. Schwinger ; Quantum electrodynamics – Radiative corrections to scattering –,
Phys. Rev. 76 (1949)790
- 33) J. Schwinger ; On gauge invariance and vacuum polarization ,
Phys. Rev. 82 (1948)664
- 34) R. P. Feynman ; Space-time approach to non-relativistic quantum mechanics,
Rev. Mod. Phys.20 (1948)367
- 35) R. P. Feynman ; The theory of positrons,
Phys. Rev. 76 (1949)749
- 36) R. P. Feynman ; Space-time approach to quantum electrodynamics,
Phys. Rev. 76 (1949)769
- 37) R. P. Feynman ; Relativistic cut-off for quantum electrodynamics,
Phys. Rev. 74 (1948)1430
- 38) R. P. Feynman ; Mathematical formulation of the quantum theory,
Phys. Rev. 80 (1950)440
- 39) R. P. Feynman ; An operator calculus having applications in quantum electrodynamics,
Phys. Rev. 84 (1951)108
- 40) F. J. Dyson ; The radiation theories of Tomonaga, Schwinger and Feynman,
Phys. Rev. 75 (1949)468
- 41) F. J. Dyson ; The S matrix in quantum electrodynamics,
Phys. Rev. 75 (1949)1736
- 42) G.'t Hooft , M.Veltman ; Regularization and renormalization of gauge fields,
Nucl. Phys. B44 (1972)189
- 43) G.'t Hooft ; Dimensional regularization and the renormalization group,
Nucl. Phys. B61 (1973)455
- 44) Lewis H. Ryder ; Quantum field theory, Cambridge University Press,1996
- 45) C.Itzykson, J.B.Zuber ; Quantum field theory, International Student Edition,1980
- 46) T.Muta : Foundations of quantum chromodynamics –An introduction to perturbative methods in gauge theories–, World Scientific,1987
- 47) E. Witten, P. Horava ; Heterotic and Type I string dynamics from eleven dimensions,
Nucl. Phys. B460 (1996)506
- 48) E. Witten, P. Horava ; Eleven dimensional supergravity on a manifold with boundary,
Nucl. Phys. B475 (1996)94
- 49) H.Weyl ; Space, time, matter, Dover,1922
- 50) P. Ehrenfest ; How do the fundamental laws of physics make manifest that space has 3 dimensions?,
Annalen der Physik 61 (1920) 440
- 51) F.R.Tangherlini ; Atoms in higher dimensions,
Nuovo Cimento 14(1963) 636
- 52) M.Tegmark ; On the dimensionality of spacetime,
Class. Quantum Grav. 14 (1997) 69
- 53) 吉村高男 ; 時空次元論と教育改革—東洋的発想を活性化する科学の創造— , 山口県教育財団研究助成報告書, 2002

Introductory Remarks of Space-Time Dimensional Theory

Takao YOSHIMURA

Abstract :

Space-time is usually interpreted with space as being 3-dimensional and time playing the role of a fourth dimension that is different from the spatial dimensions.

In non-relativistic classical mechanics, the use of Euclidean space instead of space-time is appropriate since time is treated as universal and constant, being independent of the state of motion of an observer. In relativistic theory, time cannot be separated from 3-dimensions of space because the observed rate at which time passes for an object depends on the object's velocity relative to the observer and also on the strength of gravitational fields.

Recently, Speculative theories such as superstring theories predict 10 or 26-dimensions. M-theory which unifies superstring theories predicts 11-dimensions: 10 spatial and 1 temporal. But, the existence of more than four dimensions would only appear to make a difference at the subatomic level.

Historically, in 1920, P. Ehrenfest showed that if we fix the number of temporal dimension one and the number of spatial dimensions N larger than three, the orbit of a planet around the sun cannot remain stable. In 1922, H. Weyl showed that Maxwell's theory of electromagnetism works only when the number of spatial dimensions is three and the number of temporal dimension is one. In 1963, F.R. Tangherlini showed that when the number of spatial dimensions N is larger than three, electron orbitals around nuclei cannot be stable. Moreover, in 1997, if the number of temporal dimension is larger than one, M. Tegmark maintains that protons and electrons would be unstable and could decay into particles having greater mass themselves.

The theories of physics are usually discussed on integer space-time dimensions. Nevertheless, we dare to build new physics on continuous, non-integer dimension. When we consider theories on continuous dimension we can explain why classical theories are stable in 4-dimensional space-time. Then, we can see a physical meaning of the essence of space-time dimensions.