

分数の意味の多様性とその指導

西 村 眞

要 旨

小学校では分数の扱いが重要な指導の分野の一つであるが、子どもはその概念が変化していることを意識化することができていないことがある。分数はその姿を変えて様々な学習場面で使われているが、一つ一つの分数の意味をまず、教師が意識して扱うことと、子どもが意味を子どもの言葉でまとめられることが求められている。特に、思考力、判断力、表現力が学力として位置付けられているので、それぞれの分数の意味をその表し方と言葉でまとめ、理解する指導と支援の在り方について考察する。特に、理解の困難度の高い割合分数についてはきめの細かい指導が求められていることを強調していきたい。

キーワード：分数の概念 分数の意味 多様性 意味の表現 割合分数の指導

1. 分数概念の広がり

10進法の扱いに慣れてきた子どもにとって、分数の概念はとても新鮮で数字の新しい分野が開けていくことは確かであるが、その概念の広がり戸惑いを見せる子どもがいることも確かである。

まず2年で扱う最初の分数は $1/2$ 、 $1/3$ 、 $1/4$ などの分割分数である。最初の概念が分割分数であるため、丁寧に扱う必要がある。中には分割分数の概念から広がらない子どももいる。3年になると分割分数と量分数を同時に指導するようになる。分割分数が「～をいくつに分けた～つ分」というように指導するが、量分数は $2/3m$ と表記して実際にその量感が発生するので、分割分数との違いを明確にして指導する必要がある。

5年になると割合分数を扱うとその概念は広がりを見せて、「Aが1のときBは $2/3$ 」という理解が必要である。ここで3つの概念を駆使しながら、問題を解いていくことが求められるため困難を感じる子が増えていくことになる。主として扱うのはこれら3つの分数概念が多いが、これらの分数を扱う中で、演算子としての操作分数や単位分数、商分数数としての分数なども小学校で扱うことになる。子どもにとっては明確に分けて指導するのではなく、あくまでも分数の意味を丁寧に説明しながら指導していくことが求められる。

子どもにとって分数の概念が広がるのは、分数の意味に多様性があることを教師が意識して指導しながら、子どもの操作や考えを言葉で説明、表現してまとめる過程で形成されるのである。

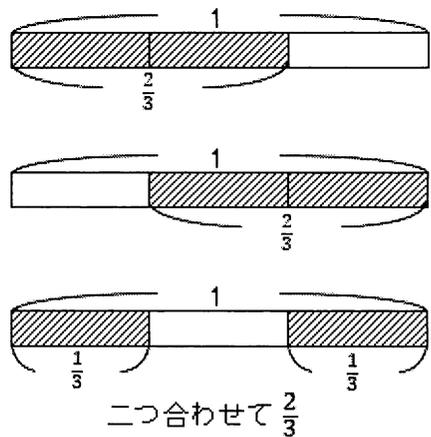
思考力、判断力、表現力を駆使したより新しい学力形成には数字や記号の持つ多様な意味をりかいし、表現する力が求められる。

2. 分数の意味の多様性

子どもにとっては概念であるが、教師にとっては明確な意味理解が必要であるため、概念の広がりや意味理解の多様性に置き換えて、その指導の在り方をさぐる。ここでは $2/3$ を例として具体的に述べていく。

① 分割分数

現行指導要領では2年生から分数を指導するようになってきている。まず、ここでは「2つに分けた1つ分」とか「3つに分けた1つ分」とか表現して分数の初歩的な概念を指導する。3年生では本格的に分数を扱うが、2年生の初歩的な扱いから、発展して「1を3つに分けた2つ分を $2/3$ 」と指導する。この時教科書では図1-1のような表示が多いが $2/3$ は図1-2 図1-3の場合があることを指導できるとよい。 $2/3$ が基本的に左から表示されることは常であるが3つに分割して2つ分が示されればよいのでとても必要な指導である。



② 操作分数

演算子 (operator) としての分数で、あるものを3つに等しく分けて2つ分をとる操作を表す $2/3$ である。子どもが分割分数を学ぶとき、具体的な操作として $2/3$ をとるとき、操作であるが、 $1/3$ を2つ分2個とすることで分数は個数に変換するため理解が難しい。

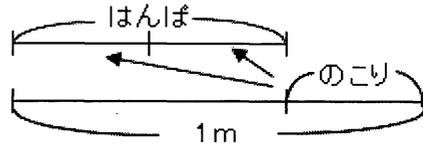
つまり、ここでは $1/3$ という単位分数を2つ分とることなので、単位分数の概念を学習していないという理由もある。指導としては「 $2/3$ は $1/3$ の2つ分でしかも $1/3$ を2個合わせたものである。」という表現になる。子どもは「 $1/3$ 個が二つで $2/3$ 」という表現をする子もいるが、 $1/3$ 個という表現は適切でないことを伝える必要がある。

実際の生活の中では、リンゴやみかん、ピザパイなど友達や家族で分けるとき、分数は使われないが、分けるという操作は体験しているので、それらの体験から分数に関わる言葉を引きだせるとよい。たとえば、ピザパイを分けたとき一つ一つを「一切れ」とよびながらとって食べている経験から、「切れ」が「いくつか分けた1つ分」であるという指導は操作分数の意味理解には適している。

③ 量分数

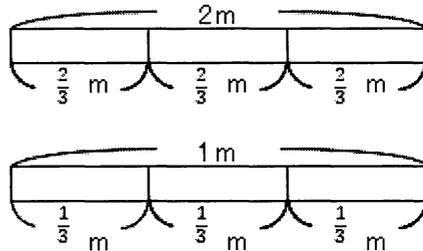
量分数については狭くとらえる立場から広くとらえる立場まで大きく3つに分けることができる。

まず、狭くとらえるものは「はんばの量に依存し、はんばの量 x と単位とのあいだの共通尺度で測った測定値」ととらえる立場である。図2において、半端で1mを測ると残りができその残りではじめの半端を測るとちょうど2つ分となる。したがってこの場合の共通尺度は $1/3$ mで、初めの半端の $2/3$ mとなるといふとらえ方である。次のとらえ方はやや広く、分数がどうして生じてきたかにかかわらず、単位がついている分数 $2/3$ m、 $2/3$ L等を量分数とするものである。最も広いとらえかたは、量の単位をついているいないにかかわらず、何らかの量の大きさを表すものはすべて量分数という立場である。この立場だと図1の斜線分も量分数にはいることとなる。



量分数の指導で特に気を付けることは図における単位によって、分数の値が異なることである。1mを3つに分けると一つ分は $1/3$ mであるが、2mを3つに分けると一つ分は $2/3$ mになることを2つの図を提示しながら理解を測ることが求められる。

この時、それぞれの分数を図に書き込むと理解が図りやすい。つまり $1/3$ mを3つ書き入れるとか $2/3$ mを3つ書き入れるとよい。教科書では基本的に図の左側一つを書き入れることが多いので図3の方法は効果的である。分数の授業では全体の量に対して分数の量の一つだけ書くことが多いので、すべての分数を書いて全体の量と一致することを図において確認する作業が必要である。合わせて式においても成り立つことを併記できるとよい。



さらに量分数と分割分数との違いを図から子どもが説明、表現できるように指導することが必要である。

④ 割合分数

分数は2つの量の割合を表すことができる。例えば2つの量 A, B があるとき、 A と B の関係は次の比例式で表される。

$$A : B = 2 : 3$$

○比の値を $2/3$ と書けば、この分数は2量の間係を表す。

○ $2/3$ は量 A の大きさを表す。

○ $A : B = 2 : 3$ を $A/B = 2/3$ とみれば $A = B \times 2/3$ となり「 A は B の $2/3$ 」

このような考え方で用いられる分数を割合分数という。

ここでAは「比べる量」であり、Bは「もとにする量」となる。ここでAは $2/3$ であるがBは1であることをおさえる必要がある。つまり「もとにする量」は常に1であることをつかませる必要がある。次の式のようなになる。2段目は小学校では指導しないが教師としては意識するとよい。

$$\begin{aligned} A : B &= 2 : 3 \\ &= 2/3 : 1 \end{aligned}$$

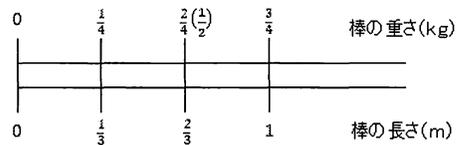
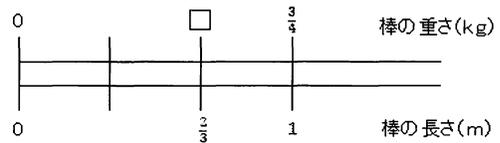
AとBを入れ替えると比の値は $3/2$ となり「比べる量」と「もとにする量」の意味理解には効果的である。

$$\begin{aligned} B : A &= 3 : 2 \\ &= 3/2 : 1 \end{aligned}$$

割合分数においては常に「もとにする量」を1とするのであるが、この1の理解を図る工夫が必要である。子どもの言葉で表現すると、「隠れた1をみつけよう」という表現で割合分数に関わる問題では、線分図においてまず1を書き入れる指導があるとよい。

割合分数は分数のかけ算や割り算に多用されるため意味理解の導入を丁寧にするとともに、計算の過程においても「割合」を意識させることである。右の図において $2/3$ は割合分数であるとともに量分数でもあることを子ども

の言葉でまとめると「1mが $3/4$ kgであるから $2/3$ mは1mの $2/3$ なので、 $3/4 \times 2/3 = 3/4 \div 3 \times 2 = 1/4 \times 2 = 1/2$ となり $1/2$ kgである。」「 $1/3$ mは $1/4$ kgとなり $2/3$ mは $1/3$ mの2つ分であるから $2/4$ kgとなり $1/2$ kgである。」となる。この場合、子どもの説明を図に書き込むと理解が得やすい。



⑤ 商分数

商分数は「2を3で割ったときの商を表す $2/3$ 」である。全国学力検査でこの問題の正答率が4割程度と報じられたとき、その分析評価の中で「なぜ $2 \div 3$ が $2/3$ になるか」説明できる子どもが少ないことが指摘された。説明の仕方としては「1を3つに分けると $1/3$ だから2を3つに分けると $2/3$ 」「 $2/3$ を3つたすと $6/3$ となり2となる。」など確かめも含めていくつかの視点から説明できるように指導することが必要である。

最終的には逆数の規則を使って「 $1 \div 3$ は $1 \times 1/3$ となり $1/3$ となる」ので $2 \div 3$ は「 $2 \times 1/3$ となり $2/3$ になる」というようにまとめられるとよい。商分数は扱いが一見簡単な操作により商が導き出せるので内容的にも時間的にも十分でないことがあるため、理解が図られていないことが多い。

そこで「 $2/3$ を割り算の式で表しなさい」という双方向の問題を提示することにより理解が深まることもある。つまり、「 $2/3$ は $2 \div 3$ である。」という解である。今までは式から解を求めることの多い教科書の問題を解から式へと導くことにより確かめも含めて理解の定着が図られる。

⑥ 単位分数

単位分数は一般的には意味理解の一つの概念としては扱うことはないが、指導書では3年生の分数の概説で扱っている。教師としては指導の段階で分割分数や量分数、割合分数を扱うときは意識して単位分数を理解させることが必要となる。

単位分数は「1を3等分したもの（単位分数である $1/3$ ）の二つ分の大きさを表す」 $1/2$ 、 $1/3$ 、 $1/4$ のように分子が1である分数を単位分数という。整数の場合に、1を単位にしてそれが何個かという見方をし、次々に数を構成していったが、分数の場合には、単位分数を基にして同様な扱いをするのである。この用語を知らせる必要はないが、この考え方を大切にすることが必要である。

例えば、 $2/3$ は $1/3$ の二つ分であり、 $2/3$ は1より小さい分数である。また、 $4/3$ は $1/3$ の四つ分であり、1より大きい分数である。この指導において大切なことは $3/3$ が1であることを確認しておくことと $2/3 < 3/3 < 4/3$ を並べて表示することである。

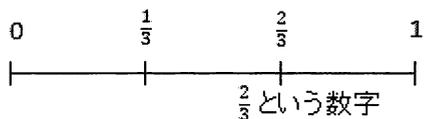
単位分数の考え方はこれまでの分割分数、量分数、割合分数、商分数の指導においても折に触れてその考え方を丁寧に説明、表現することが求められる。

特に、通分の考え方や異分母分数の足し算や引き算の時は、お互いの分母の最小公倍数を求めて、処理することが求められるので「単位分数」の考えを確認することが必要である。 $1/2 + 1/3$ は $3/6 + 2/6 = 5/6$ となるが $1/6$ が5つ分であることを面積図や線分図で説明することが必要である。

⑦ 数としての分数

分数はもとより数ですが、量分数に対して、量を捨象した抽象としての分数という意味で使われます。数としての分数の初歩的な指導として数の数直線を活用して説明すると理解が得られる。図のように数直線上に $2/3$ を表示してその $2/3$ が数直線上の点であることに着目させます。つまり、0、 $1/3$ 、 $2/3$ 、1（ $3/3$ ）はそれぞれ1つの数であるから、数直線上に位置づけられることを理解させます。ここで子どものことばでまとめると「4つの点があります。その点が0、 $1/3$ 、 $2/3$ 、1となります。小数でも表すことができます。」という表現になります。

その後、数としても分数は大小比較や四則計算、通分などその概念を拡大させていきます。



3. 意味理解の指導の課題

- ①分数の意味に多様性があることを教師がまず理解して、新しい意味を指導するときには既習の分数との違いについて子どもの言葉でまとめる工夫が必要である。子どもは分割分数の概念が残っているため、単位をつけると量分数になり、実際の長さやかさが発生するため、図だけでなく、体験的に量分数の量感を豊かにすることが必要であり、課題である。分割分数の扱いはよく体験的な活動が仕組まれることが多いが、量分数になると、図や線分図を中心とした指導に終始することが多い。今後 $2/3$ と $2/3$ m の違いを 1 m のテープを使って説明することも必要になると考える。
- ②図や線分図の扱いを丁寧にし、特に割合分数を扱うときには「隠れた1」を線分図に書き入れ、図のように一つ一つの分数と量分数を書き入れると理解が得やすくなるがその線分図に説明、表現を付け加える算数的活動が求められる。
割合分数を扱う問題や計算式においては数としての分数の扱いに終始することなくその問題解決の過程を説明表現できる指導の在り方を探ることが求められる。
- ③まとめとしての分数の意味理解に関する単元を作り、小学校で扱う分数に特化した単元が必要である。分数の理解が不十分のまま高度な数学を扱うことは困難であることを教師が理解して各学年末や6年末に基礎的基本的な内容の分数単元を取り上げ、まとめの指導ができるとうい。

【参考引用文献】

- 中原忠男 (1995) 『分数、小数の指導はなぜむずかしいか』算数教育月刊誌 明治図書
 文部科学省 (2008) 『小学校学習指導要領解説 算数編』東洋館出版社
 清水静海 (2010) 『新算数科の考え方と授業展開』文溪堂
 数学教育研究会編 (2010) 『進呈 算数教育の理論と実際』聖文新社
 中原忠男 (2012) 『算数・数学科 重要用語 300 の基礎知識』明治図書
 日本数学教育学会編著 (2013) 『算数数学用語辞典』教育出版
 坪田耕三 (2014) 『算数科 授業づくりの基礎基本』東洋館出版社