

# 半円形環状ノッチ・円孔重複切欠き付き丸軸の 回転曲げ試験 (第1報)

望月 太喜雄\*・福田 睦好\*\*

On the Rotary Bending Test of a Semicircular Notched Shaft with a Diametrical  
Hole. (No. 1)

by

Takio Mochizuki and Mutsuyoshi Fukuda

## Abstract

We carried out the rotary bending tests on the specimens of a semi-circular grooved shaft with a transverse hole to measure their notch factors and research the relationship between notch factors and form factors.

Summary of the results is as follows.

- 1) The ratio of fatigue limit on plain specimen and its tensile strength is about 0.48.
- 2) On condition that hole diameter  $d_0$  is very small compared with notch radius  $\rho$ , the conclusion related with form factor is  $\alpha = \alpha_1 \cdot \alpha_2$ .
- 3) As for the notch factor, within  $d_0/2\rho = 0.35$ , its value has 1.45~1.58 times to that of only holed shaft.

## 1. は し が き

重複切欠材の形状係数, 切欠係数については未だ研究結果も極めて少く多くの問題を残している。直径方向に円孔をもつ丸軸の疲労強度に就いては Peterson, 故石橋教授を始め多くの方々の研究報告がある。筆者等はこれらを参照して半円形環状ノッチ付き丸軸に直径方向に円孔をもつ重複切欠き材の切欠き係数を求める目的で疲労実験を行い, 併せて形状係数, 破断面についての検討, 考察を行ったので報告する。

この場合, 応力集中度を表わす形状係数 (form factor)  $\alpha$  は, 単に円孔切欠きのみを有する丸軸に対しては石橋教授の計算結果<sup>1)</sup>が適用できる。円孔切欠き付き丸軸の切欠き係数 (notch factor, fatigue strength reduction factor, 後者の表現が内容を巧く表わしているようにも思える)  $\beta$  については炭素鋼, 合金鋼に対する計算式として次のものがある<sup>2)</sup>。

$$\beta = 1 + (c_1 + c_2 \sigma_B)(1 - e^{-C_3 d})(1 - e^{-C_4 d_0}) \cdot [1 - e^{-C_5(d/d_0 - 1)}]$$

ただし  $\sigma_B$  は引張強さ  $\text{kg/mm}^2$ ,  $d$  は丸軸直径  $\text{mm}$ ,  $d_0$  は円孔直径  $\text{mm}$  を示す。Fig. 1 は  $\sigma_B = 45 \text{kg/mm}^2$  のときのこれらの関係を示したものである。また半円形環状ノッチ付き丸軸の形状係数の変化を示せば Fig. 2 となる<sup>3-4)</sup>。ただし  $\rho$  はノッチ半径  $\text{mm}$ ,  $D$  は丸軸の外直径  $\text{mm}$ ,  $d$  は谷底直径  $\text{mm}$  を示す。

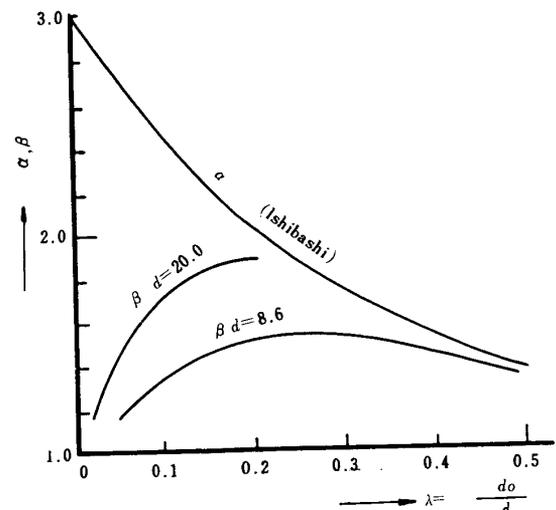


Fig. 1 Variation of  $\alpha$  and  $\beta$  with  $\lambda$ .

\* 宇部工業高等専門学校機械工学科教室

\*\* 前宇部工業高等専門学校機械工学科教室

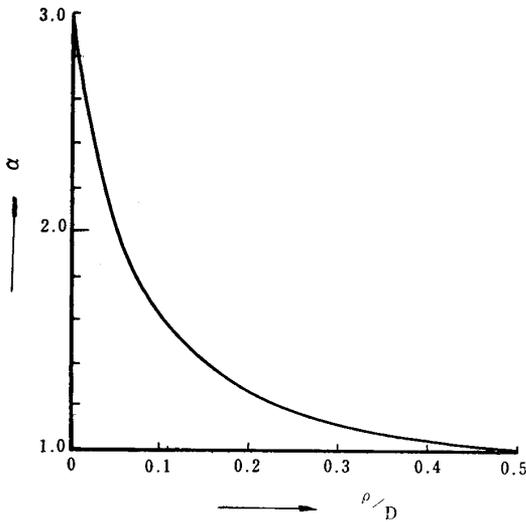


Fig. 2 Variation of  $\alpha$  with  $\rho/D$ .

2. 試験片材料および試験片

供試材は s25c で、その化学成分を Table. 1 に、機械的性質を Table. 2 に顕微鏡組織を Fig. 3 に示す。試験片の形状寸法は Fig. 4 に示すもので、その製作に当たっては、まず粗材を仕上げ代 2 mm を残して荒削り 850°C ( $A_3$  度態点以上 30~50°C) で 50 分間完全焼鈍を行い、のち仕上げた。Fig. 4 (a) は切欠材、(b) は平滑材の寸法を示す。

Table 1 Chemical Composition of material used. (%)

C	Si	Mn	P	S
0.21	0.49	0.57	0.006	0.016

Table 2 Mechanical properties of material used.

Upper Yield pt. $\sigma_{Su}$ kg/mm <sup>2</sup>	Lower Yield pt. $\sigma_{SL}$ kg/mm <sup>2</sup>	Tensile strength $\sigma_B$ kg/mm <sup>2</sup>	Elongation $\delta$ %	Reduction of area $\phi$ %	Vickers Hardness $H_V$
33.17	28.46	45.41	34.81	61.46	125

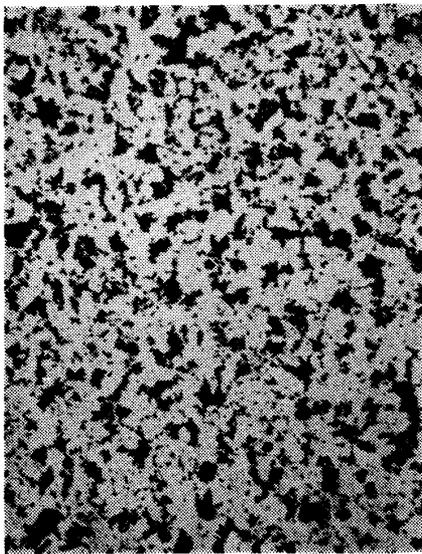


Fig. 3 Microstructure of material used.

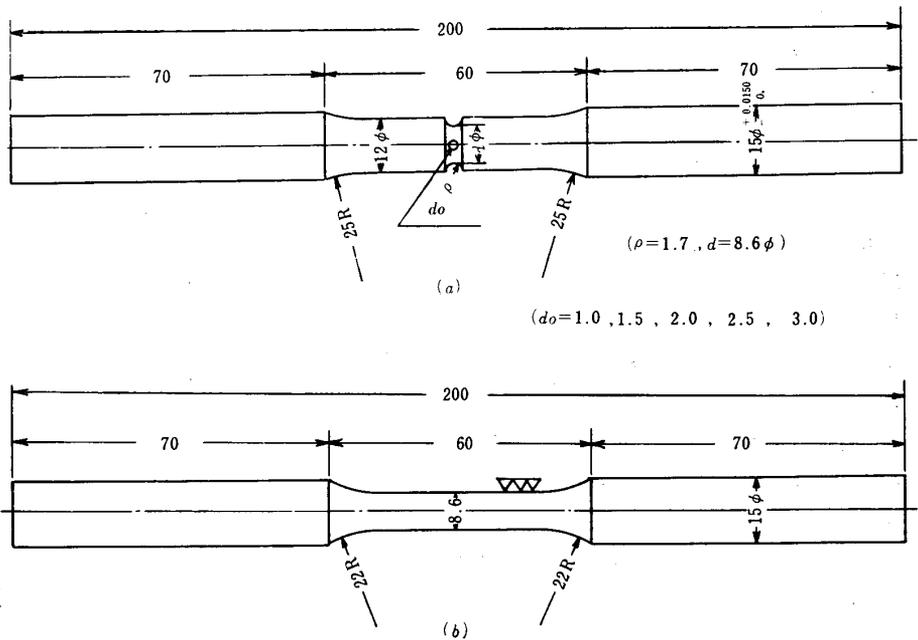


Fig. 4 Dimension of Test Pieces.

3. 試験機および実験方法

使用した試験機は 10kg-m の小野式回転曲げ試験機である。試験機の回転速度は約 3,400rpm に一定にして試験を行った。S-N 線図への影響を考慮して累積繰返数  $10^7$  を必ずしも非破壊繰返数としなかった。

4. 断面係数及び形状係数

基準応力 (公称応力) のとり方として、断面減少を認めない場合と、応力集中要素による母体の断面減少を認めた上で、その減少断面に平均に応力が作用すると考える場合の 2 通りの方法がある。本実験の場合はやはり後

者を採用した。即ち、円孔の部分を除いた断面積なり断面係数を用いた。計算式は次の通りである。断面図を Fig. 5 に示す。

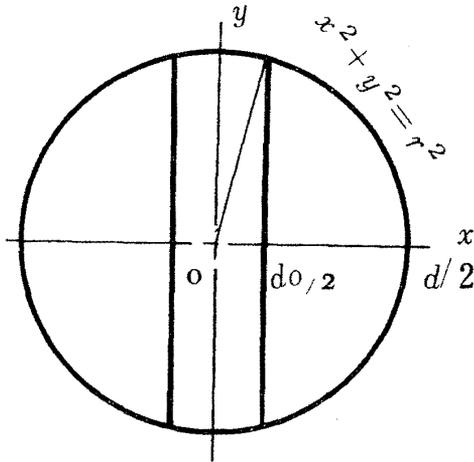


Fig. 5

$$I = r_4 \left\{ \frac{1}{3} \cos^3 \beta \sin \beta + \frac{1}{2} \beta - \frac{5}{12} \sin 2\beta \right\}$$

$$z = \frac{I}{r \sin \beta} = \frac{d^3}{32 \sin \beta} \left( 2\beta - \frac{4}{3} \sin 2\beta + \frac{1}{6} \sin 4\beta \right)$$

ところで二次元弾性問題では応力分布状態は形状と周辺の荷重条件にのみに支配され、弾性常数に無関係となることは周知の事実である。従って完全な相似性が成り立ち、性質の異なる材料を用いた模型試験片による光弾性実験が可能となる訳である。これは非常に重要な事柄である。半円形環状ノッチの場合は軸対称形三次元応力分布となり、その中央縦断面形の二次元応力分布とは、当然ある共通の性格をもつ。とくにノッチ半径が外径に対して小さい極限、およびノッチ半径が大きい極限においては二次元応力即ち、帯板が半円形ノッチをもつ場合におきかえることができることもよく知られている。もしも三次元応力分布の凍結光弾性実験の代りに、中央断面の二次元応力分布より三次元応力分布が推定できれば、これは実験が容易で、しかも高い精度が得られまことに都合がよい。浅いノッチ・フィレットの場合、三次元応力集中率  $\alpha_1$  (立体) を還算する式としては石橋教授の次式がある<sup>5)</sup>。

$$\left[ \left(1 + \frac{\rho}{r}\right) \alpha_1 - \alpha_0 \right] = \frac{1}{2} \left[ 1 + \sqrt{2} \right] \left( \frac{\rho}{r} \right)$$

注意すべきことは常に  $\alpha_1 < \alpha_0$  であり、かつ  $\alpha_1$  即ち三次元応力集中率は材料の弾性常数即ちポアソン比の影響を受けることである。二次元応力集中率  $\alpha_0$  の値を Neuber のノモグラフより求めれば  $\alpha_0 = 1.59$ 、半円形ノッチ付き平板の理論解析より求めれば<sup>3)</sup>  $\alpha_0 = 1.73$ 、

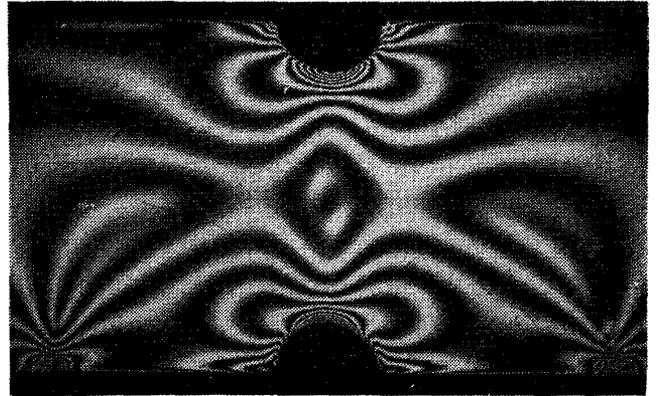


Fig. 6 Stress pattern subjected to pure bending.

筆者等が光弾性実験により求めた値は  $\alpha_0 = 1.63$  である。その光弾性写真を Fig. 6 に示す。  $\alpha_0$  としては 1.63 を採用すれば上記の還算式より  $\alpha_1 = 1.51$  を得る。ところで Neuber のノモグラフより直接  $\alpha_1$  を求めたところ、  $\alpha_1 = 1.51$  となり、上記の還算値と一致する結果となった。また  $\alpha_1$  を前述の Fig. 2 より求めれば  $\alpha_1 = 1.44$  となり 1.51 より小さい値を示した。これは Neuber 切欠が真の円形ではなく、双曲線切欠き故、鋭いノッチとなり半円形の場合より大きい値を示すことになるのであろうか。ところで筆者等は  $\alpha_1$  の値としては 1.51 を採用することとした。それは真値はこれより僅か小さいという配慮さえあれば、およそ適切な判断をすることができると思われるからである。

ここで三次元的重複応力集中について、すでに解析が行われている 1, 2 の問題について振り返ってみることも意義あることと思う。まず一般的考察を行ってみよう。 I および II の 2 つの応力集中要素が重複して存在する場合の結局の応力集中率  $\alpha_{1 \cdot I}$  は<sup>6-7)</sup>、 I, II それぞれ単独の各応力集中率  $\alpha_1, \alpha_{II}$  がすでに得られているとしても、一般的に厳密に  $\alpha_1, \alpha_{II}$  から  $\alpha_{1 \cdot I}$  を得ることはできぬ。何故なら、 I, II の重複によりそれぞれの独立性は失われ、応力集中要素は新たな別の形状となるからである。しかし一般に I と II のピーク応力位置は一致しないから、  $\alpha_{1 \cdot I}$  は両者の積  $\alpha_1 \times \alpha_{II}$  より低い値をとることが推察される。ところで実際問題として近似的にでも重複応力集中率の値を把握することは設計上まことに重要な事柄というべきであろう。 I, II 重複応力集中要素の中、一方の II が他方 I に比べて寸法的に著しく小さい場合は、 II およびその攪乱範囲は I の寸法に比べて小となり、 I の同一応力状態の範囲内に II が存在すると考えてよいから結局応力集中率  $\alpha_{1 \cdot I}$  は  $\alpha_{1 \cdot I} = \alpha_1 \times \alpha_2$  の値をとることが考えられる。例えば Fig. 7 のように<sup>8)</sup>、

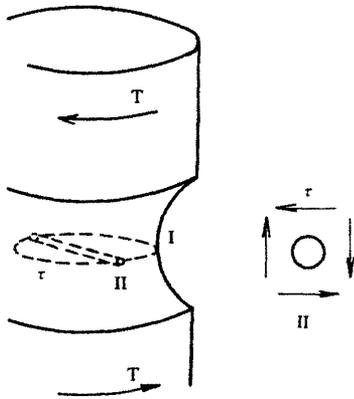


Fig. 7

大きな環状ノッチの底に小さい直径方向の丸孔が存在する丸軸がねじりをうける場合では、円孔が存在しないと仮定するときのノッチ底の表面は、一様剪断応力での状態にあると考えられるから

$\alpha_1 \cdot I =$ 環状ノッチによる応力集中率 $\times$ 円孔をもち一様剪断応力をうける板の応力集中率の値をとるものと考えられる。

A. Thum und O. Svens が Fig. 8 の如きノッチ底から貫通する円孔をもつ角棒が引張力をうける場合の重複応力集中率を近似的に求める方法を考え出したことは有名である<sup>8)</sup>。これは次のように説明されている<sup>9)</sup>。

Fig. 8 (a) に示す  $\rho$  なる半径の切欠底に、直径  $d$  なる丸孔がある部材を引張る場合の円孔縁の形状係数を求める場合は、まず  $\rho$  なる切込みのみによる形状係数を  $\alpha_1$  とする。またこの時の応力分布を (b) 図の曲線  $m$  と考えれば、曲線  $m$  が与える切欠底の応力は、あたかも厚さ  $2/t$  なる板を曲げる場合の応力に相等しいとみなされる。

$t$  は切欠底における応力勾配  $t = -\frac{d\tau}{dx} \frac{1}{\sigma_{max}}$  (mm<sup>-1</sup>)

( $t$  は長さの逆数の単位をもち、b 図の AC は、応力勾配の定義より  $AC = 1/t$  がみちびかれる) である。厚さが  $2/t$  なる板の中央に、直径  $d$  なる孔がある場合に板を曲げる際の形状係数を  $\alpha_2$  とすれば、(a) の形状係数  $\alpha$  は

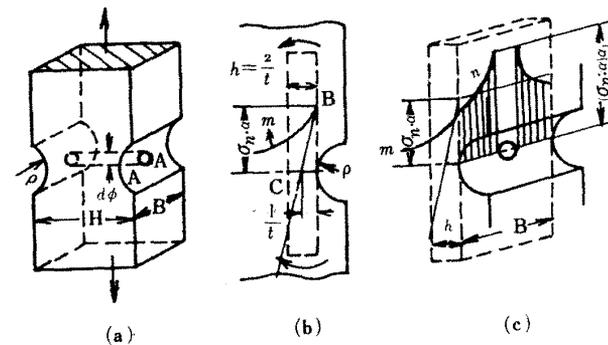


Fig. 8

近似的に  $\alpha = \alpha_1 \cdot \alpha_2$  となると考えられる。また  $\alpha$  の実測値は、 $\alpha = \alpha_1 \cdot \alpha_2$  として求めた  $\alpha$  の値と大体一致しているようである。注意すべきことはこの場合も  $d/2$  が  $\rho$  に比べて小さい場合に利用しうる近似法であるということである。

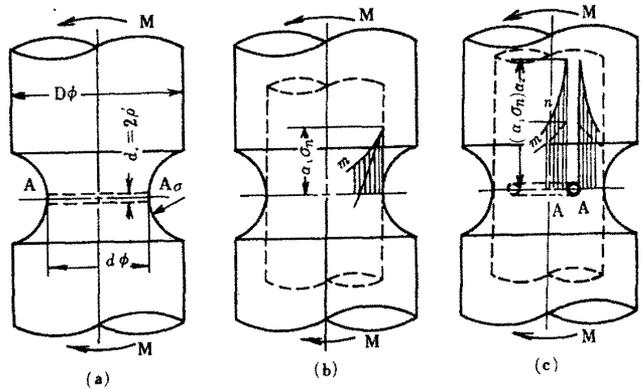


Fig. 9

次に Fig. 9 (a) の如き本実験の重複切欠き付き丸軸が引張りを受ける場合の形状係数  $\alpha$  に就いては、 $D$  に比べて  $\rho$  が小さく、また  $\rho$  に比べて  $\rho'$  が小さい場合は Thum 等の如き厚さ  $2/t$  なる板を考え得る。しかし板巾が問題となる。そこで半円形環状ノッチ・円孔重複切欠き付き丸軸が曲げをうける場合の形状係数  $\alpha$  についてはノッチ切欠き半径  $\rho$ 、外径  $D$  の丸軸が曲げをうける場合の形状係数を  $\alpha_1$  とすれば各底には、 $\alpha_1 \sigma_n$  の最大応力が Fig. 9 の (b) に示す如く生じていると考えられる。これが平均応力として生じている Fig. 9 (c) の如き外径  $d$  の丸棒に更に孔径  $d_0$  の円孔が追加されたため孔縁に  $(\alpha_1 \sigma_n) \cdot \alpha_2$  の応力が生じるものと考えれば、結局重複切欠きの形状係数  $\alpha$  は  $\alpha = \alpha_1 \cdot \alpha_2$  (ただし  $\rho \gg \rho'$  とする) となる。しかし真の形状係数の値はこの値より小さいと考えられる。何故なら  $M$  のため円孔縁  $A$  点に円孔切欠きによる最大応力が発生している時、 $A$  点には未だ半円形環状ノッチによるための最大応力は発生していない筈であるからである。

### 5. 実験結果

Table 3 に実験結果を、またこれより求めた耐久線図を Fig. 10 に示す。平滑材の疲労限は  $21.8 \text{ kg/mm}^2$  と推定される。これより各グループ毎の切欠係数を求め、また前述の如き積の法則を適用して形状係数を求めたものをまとめて Table 4 に示す。Fig. 11 は  $d_0/d$  に対する  $\alpha, \beta$  の変化の様子を示したものである。供試試験片の

写真を Fig.12 に示す.

Table 3 Results of fatigue tests.

Group	T.P. No.	$d$ mm	$d_0$ mm	$\rho$ mm	$\sigma$ kg/mm <sup>2</sup>	Repeated number, $\times 10^6$	Broken $\times$ Unbroken $\circ$	Tensile Strength kg/mm <sup>2</sup>	Remarks
A <sub>0</sub>	1	8.60	0	$\infty$	32.2	0.0065	$\times$	43.62 43.62	$\sigma_{w0}$ 21.8kg/mm <sup>2</sup>  $\sigma_{w0}/\sigma_B=0.48$
	2	8.63	"	"	19.00	12.6011	$\circ$		
	3	8.59	"	"	20.05	12.7853	$\circ$		
	4	8.58	"	"	21.78	10.6150	$\circ$		
	5	8.60	"	"	24.03	0.6227	$\times$		
	6	8.60	"	"	27.40	4.3774	$\times$		
A <sub>1</sub>	7	"	0	1.7	16.10	1.1075	$\times$	60.80 61.67	$\sigma_w$ 14.4kg/mm <sup>2</sup>
	8	"	"	"	12.90	12.3897	$\circ$		
	9	"	"	"	14.50	1.8075	$\times$		
	10	"	"	"	13.70	10.2235	$\circ$		
	11	"	"	"	14.26	12.8756	$\circ$		
A <sub>2</sub>	12	"	1.0	"	15.71	1.0835	$\times$	66.20 66.30	$\sigma_w$ 10.8kg/mm <sup>2</sup>
	13	"	"	"	12.77	2.5056	$\times$		
	14	"	"	"	11.40	5.7454	$\times$		
	15	"	"	"	10.22	17.3624	$\circ$		
	16	"	"	"	10.80	4.9249	$\times$		
	17	"	"	"	10.50	4.3465	$\times$		
	18	"	"	"	10.40	14.8755	$\circ$		
	47	"	"	"	10.80	17.8075	$\circ$		
	48	"	"	"	19.65	0.7791	$\times$		
A <sub>3</sub>	19	"	1.5	"	11.15	10.000	$\circ$ (crack)	64.70	$\sigma_w$ 9.9kg/mm <sup>2</sup>
	20	"	"	"	40.20	0.0119	$\times$		
	21	"	"	"	22.30	0.3238	$\times$		
	22	"	"	"	15.60	1.6158	$\times$		
	23	"	"	"	12.27	1.7155	$\times$		
	24	"	"	"	12.27	2.7050	$\times$		
	25	"	"	"	11.15	10.600	$\circ$ (crack)		
	26	"	"	"	10.92	14.0000	$\circ$ ( " )		
	27	"	"	"	10.70	12.1477	$\times$		
	28	"	"	"	10.25	16.0159	$\times$		
	29	"	"	"	9.82	18.0600	$\circ$		
	30	"	"	"	9.94	12.7316	$\times$		
A <sub>4</sub>	31	"	2.0	"	12.56	3.0614	$\times$	59.00	$\sigma_w$ 9.5kg/mm <sup>2</sup>
	32	"	"	"	10.03	11.3049	$\times$		
	33	"	"	"	9.52	19.0425	$\times$		
	34	"	"	"	9.40	21.9030	$\circ$		
A <sub>5</sub>	43	"	3.0	"	6.72	13.9767	$\circ$	56.10 57.00	$\sigma_w$ 9.3kg/mm <sup>2</sup>
	44	"	"	"	8.40	18.5102	$\circ$		
	45	"	"	"	10.07	12.3457	$\times$		
	46	"	"	"	9.30	15.4150	$\circ$		

Note ※: Tensile strength of unruptured specimens

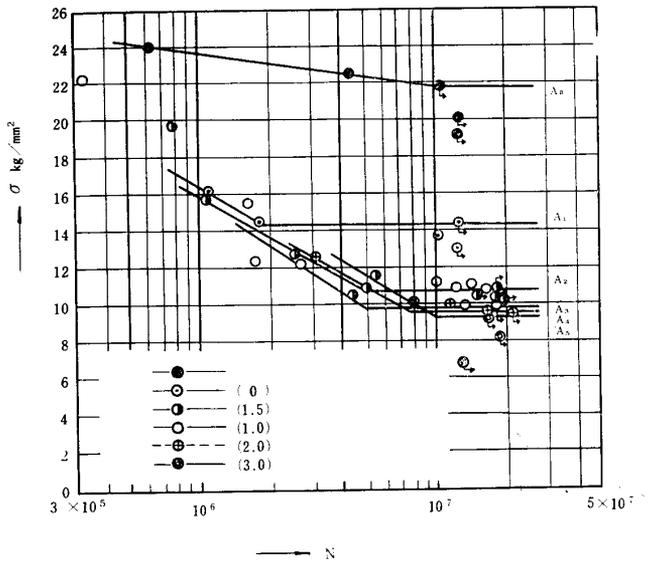


Fig. 10 S-N Curves of specimens (S25C).

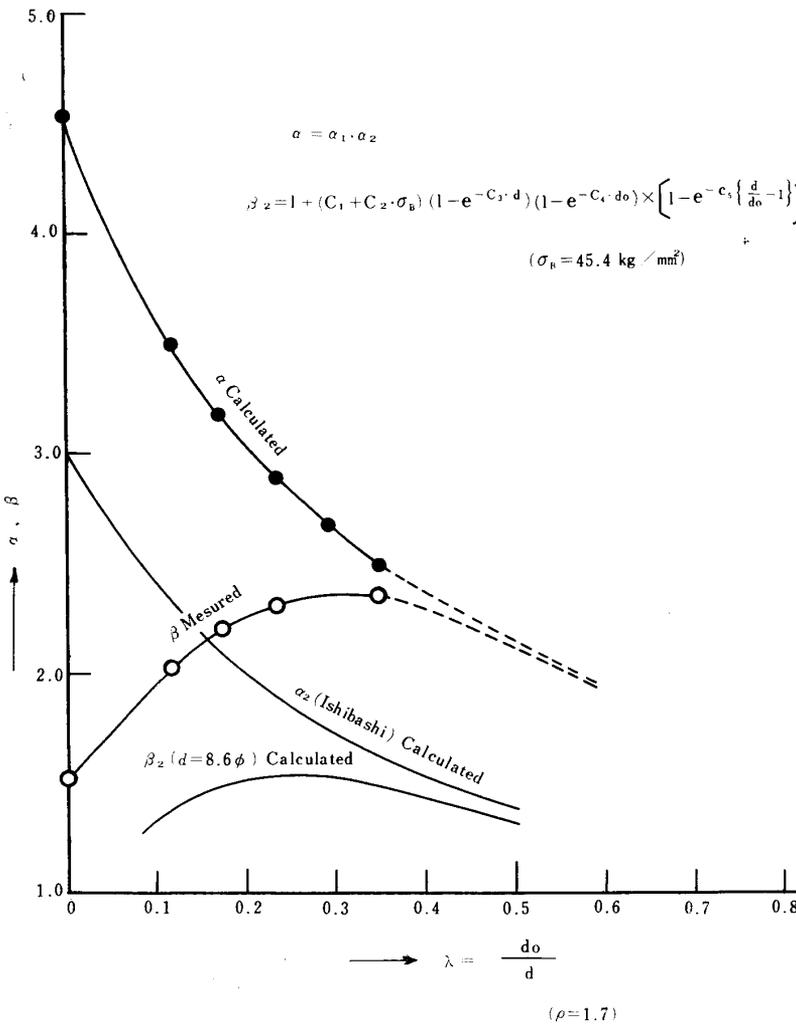


Fig. 11 Variation of  $\alpha$  and  $\beta$  with  $\lambda$ .

Table 4 Form factor  $\alpha$ , notch factor  $\beta$  for double notch.

$d_0$	$d_0/d$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\alpha = \alpha_1 \alpha_2$ ( $\alpha_1 = 1.51$ )	$\beta$
0	0	3.00	1.000	4.53	1.5.
1.0	0.1162	2.32	1.395	3.50	2.02
1.5	0.1742	2.09	1.494	3.16	2.20
2.0	0.2320	1.91	1.526	2.88	2.30
3.0	0.3487	1.64	1.486	2.48	2.35

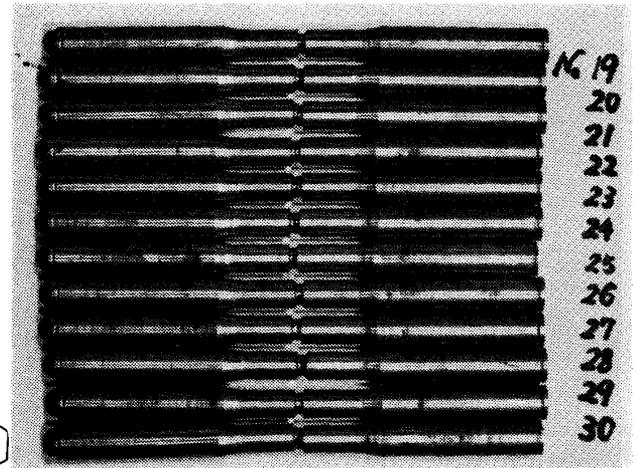


Fig. 12 Tested specimens.

### 6. 考 察

まず疲労破壊についての一般的考察を試みたい。切欠材の公称応力が小さくても切欠底附近の応力は公称応力より大きいため、公称値が切欠材の疲労限附近の応力の下でも切欠附近は平滑材の疲労限以上の応力の繰返しを受ける場合が多い。また分岐点附近の応力において切欠底に降伏が起り始めるといわれる。α, β の関係は次のように説明されている<sup>10)</sup>。その切欠材の疲れ限度を公称応力で表わし  $\sigma_{wk}$  であったとする(切欠材の疲れ限度は応力集中を考えない場合の応力集中即ち荷重を断面積で割るか、モーメントを断面係数で割ったものを普通用いる)と明らかに谷底には  $\sigma_{max} = \alpha \cdot \sigma_{wk}$  が生じ、この応力が平滑材の疲労限  $\sigma_{wo}$  に等しくなった時に破壊を生じるのではなく  $\sigma_{max}$  より僅か小さい、結晶粒子中の塑性的滑りのため生ずる平均化された応力  $\beta \sigma_{wk}$  に等しくなった時に疲れ破壊

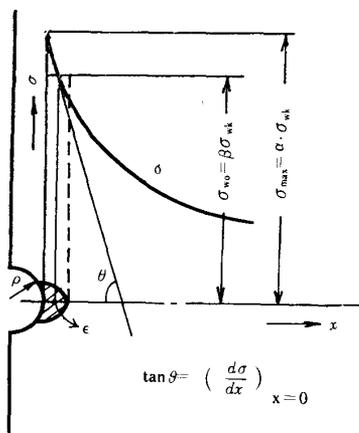


Fig. 13

を生じる。この関係を示したものが Fig.13 である。また  $\alpha$  より  $\beta$  を導く近似式には応力集中感度を用いたもの、Neuber-Moore の式等有るが、これに関しては次の如き石橋教授の解析がある。即ち切欠底から少し離れた第2の点 B の応力が平滑材の疲労限  $\sigma_{wo}$  に達したとき切欠底に亀裂が生じると考える。切欠底から最大応力勾配の方向に短い距離  $z = x/\rho$  を定め、詳しいことは文献にゆずるとして

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{max}} = 1 - a_1 z + a_2 z^2 + \dots$$

$$a_1 = \frac{-1}{\sigma_{max}} \cdot \left( \frac{\partial \sigma_1}{\partial z} \right)_{z=0} = t \rho, \quad a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sigma_{max}} \cdot \left( \frac{\partial^2 \sigma_1}{\partial z^2} \right)_{z=0}$$

(応力勾配の定義より)

$$t = -\frac{1}{\sigma_{max}} \cdot \left( \frac{d \sigma_1}{dx} \right)_{x=0} = \frac{a_1}{\rho}$$

次に第2の点からの距離  $\epsilon_0$  (疲労破断に必要な領域の長さ) を定義すれば切欠底の疲労限  $\sigma_{wk}$  は

$$\sigma_{wk} = \frac{\sigma_{wo}}{\alpha} \cdot \frac{1}{1 - a_1 \left( \frac{\epsilon_0}{\rho} \right) + a_2 \left( \frac{\epsilon_0}{\rho} \right)^2}$$

また

$$\beta = \frac{\sigma_{wo}}{\sigma_{wk}} = \left[ 1 - a_1 \left( \frac{\epsilon_0}{\rho} \right) + a_2 \left( \frac{\epsilon_0}{\rho} \right)^2 + \dots \right] \alpha$$

$$\epsilon_0/\rho \ll 1 \quad \text{の時は} \quad \beta = \alpha \left( 1 - a_1 \frac{\epsilon_0}{\rho} \right)$$

これよりその材料その応力状態での  $a_1 \epsilon_0$  が与えられれば  $\alpha$  より  $\beta$  を導きうる。本実験の場合は  $\rho$  以外に円孔半径  $\rho'$  の影響も入ってくるので問題であるが、ほぼ同様の考え方が成立するものと思う。

Fig.11において鋭い切欠即ち  $\beta$  の極大値より左側(大体分岐点の  $\alpha$  より大きい範囲と考えられる)においては繰返し応力の初期において孔縁の巨視的な範囲が降伏を起し、これはこの小部分の応力集中の緩和に役立ち、また右側においては、図中には実験値は存在しないが疲れ

限度の応力では孔縁には初期の降伏は殆んど生ぜず、 $\alpha$  に近い応力集中をもって弾性応力の繰返しにより、降伏域を生ぜずして亀裂即ち疲労破壊を招くものと考えられる。

筆者は既に単なる円孔切欠き付き丸軸について  $d_0/d$  に対する  $\alpha, \beta$  曲線を実験的に求めているが、それは Körber-Hempel が求めたものとほぼ一致した。本重複切欠き付き丸軸の  $\alpha, \beta$  曲線も図より解せられる如く殆んど円孔付き丸軸のそれによく似た曲線を描いていることが認められる。勿論、単なる円孔付き丸軸の  $\beta_2$  に比べて  $\beta$  は大きくなり、 $\beta_2$  の極大が  $\lambda = 0.25$  附近にて生じているのに対し  $\beta$  の極大は 0.3 附近に生じている。即ち  $\lambda = 0.3$  附近が本重複切欠材の場合、疲労強さからみた限り最も弱いことが認められる。

### 7. まとめ

- 1)  $\beta$  曲線は本実験の場合、単なる円孔付き丸軸の  $\beta_2$  曲線とほぼ似た形となり  $\lambda = 0.3$  附近で極大値をとる。
- 2)  $\beta$  は  $\beta_2$  に比べて大きくなるが、大体  $\lambda = 0.35$  以内において 1.45~1.58 倍の大きさとなる。

以上述べたが、本実験の場合、 $\lambda$  が小さい範囲においては  $\alpha = a_1 a_2$  が成立するが  $\lambda$  が大きくなるにつれ、或る定数を乗ずるか、或いはその他適切な補正が  $\alpha$  に必要であることを附記します。

最後に、種々有益な助言を賜りました山口大学工学部助教大野元明先生、および本実験に始終熱心に協力をいただいた卒論研究生内田篤男・鳥井晴介・縄田治・長野良基の諸君に深甚なる謝意を表します。

### 参考文献

- 1) 石橋 正：石橋正論文集, p.82.
- 2) 日本材料学会：金属の疲労, 丸善.
- 3) 中原一郎：材料力学(上), 養賢堂.
- 4) 西谷弘信：機械学会論文集, 2, 167 (昭35-7).
- 5) T. Ishibashi Form-factor of Solid of Revolution to Those of Plane Plates, 九大弾性研究報告, 第4巻(昭22)1号.
- 6) 西田正孝：応力集中, 森北出版.
- 7) 平野富士夫：機械学会論文集, 16, 55 (昭25).
- 8) A. Thum and O. Sevens V D I. Bd. 92 (1950). S. 225
- 9) 石橋 正：金属の疲労と破壊の防止, 養賢堂.
- 10) 川田雄一：金属の疲労と設計オーム社.

(昭和43年3月26日受理)